मास्टर मणिमालायाः पञ्चनवतिमणिः (ज्यौतिषविभागे २१)

श्रीमद्भास्कराचार्यविरचिता

लीलावती

सोपपत्ति-सूत्रार्थप्रकाशिका-सहिता।

सम्पादकः—

पं० श्रीसीताराम झा, ज्यौ० आ०

प्रकाशकः—

मास्टर खेलाड़ीलाल ऐण्ड सन्स्

संस्कृत बुकडिपो,

ड़ी गली, बनारस सिटी।

संवत् १९९४

श्रीमद्भास्कराचार्यविरचिता

लीलावती

मिथिलादेशान्तर्गत-'चौगमा'-निवासि-काशीस्थ-संन्यासि-
संस्कृत-महाविद्यालय-प्रधानाध्यापक-ज्यौतिषाचार्य-
पं० श्रीसीतारामशर्म-

कृतया
'सोपपत्ति-सूत्रार्थप्रकाशिका'ख्यया संस्कृतटीकया
'विलासिनी' समाख्यया हिन्दीटीकया च
विभूषिता ।

सा चेयं
काशीस्थ-'मास्टर खेलाड़ीलाल ऐण्ड सन्स,
संस्कृत बुक्डिपो' इत्यस्याध्यक्षैः
प्रकाशिता ।

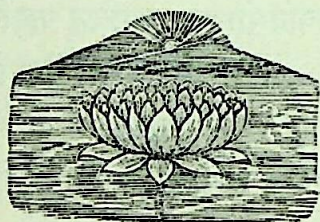
तृतीयं संस्करणम्] संवत् २०१२ [मूल्यम् ३)

प्रकाशकः—
बी० एन० यादव, प्रोप्राइटर,
मास्टर खेलाड़ीलाल ऐण्ड सन्स,
संस्कृत-बुकडिपो,
कचौड़ीगली, वाराणसी–१

मुद्रकः—
मास्टर-प्रिण्टिङ्ग-वर्क्स,
बुलानाला, काशी।

भूमिका

निर्मिता भास्कराचार्यै-र्ज्योतिर्वित्-पद्मभास्करैः ।
'पाटी' लीलावती नाम्ना प्रसिद्धा गणितस्य या ॥
सर्वेऽपि यां तरिं कृत्वा विशन्ति गणितार्णवम् ।
जल-भू-खेट-गोलानां स्थितिं सम्यग् दिदृक्षवः ॥
सर्वत्र भारते चाऽस्मिन् यया कण्ठस्थयाऽधुना ।
अखिलव्यवहारज्ञा भवन्ति शिशवोऽप्यतः ॥
सर्वप्रान्तपरीक्षासु तत्तदध्यक्षकैरपि ।
निर्धारिताऽस्ति तत्त्वज्ञैः पाठ्यग्रन्थेषु सादरम् ॥
यद्यप्यस्याः कृताष्टीका बहुधा बहुभिर्बुधैः ।
काचित् तास्वतिसंक्षिप्ता काचित् पल्लविता वृथा ॥
बहुमूल्यतया जाता नैव सन्तोषदा नृणाम् ।
अतः कतिपयैश्छात्रै-स्तथा छात्रोपकारिभिः ॥
'मास्टरबुक्डिपो'ऽध्यक्षैः काशीस्थैः प्रार्थितोऽन्वहम् ।
सर्वोपकारबुद्ध्येमां न संक्षिप्तां न विस्तृताम् ॥
कृतवान् वासनोपेतां सत्सूत्रार्थ-प्रकाशिकाम् ।
या चोक्त 'बुक्डिपो'ऽध्यक्षैः स्वव्ययेन प्रकाशिता ॥
अनयाऽध्येतृ-वर्गाणा-मुपकारो भविष्यति ।
चेत् तदैव श्रमोऽस्माकं सफलोऽयं भविष्यति ॥
याऽत्र मुद्रणयन्त्रादि-दोषाद् वाऽस्मत्प्रमादतः ।
त्रुटिः सा क्षम्यतां विज्ञैरिति संप्रार्थये, यतः ॥
"स्खलनं गच्छतः क्वापि भवत्येव प्रमादतः ।
हसन्ति दुर्जनास्तत्र समादधति सज्जनाः ॥" इति ॥

विनीतः—श्रीसीताराम झा ।

अभ्याससौकर्याय सूत्रप्रतीकसहिता

विषय-सूची ।

॥ इति ॥

* श्रीजंयति *

अथ सोपपत्तिसूत्रार्थप्रकाशिकासहिता

* लीलावती *

टीकाकारकृतमङ्गलाचरणम्—

गिरञ्च गौरीं गिरिशं गणेशं गुरूँश्च गीर्वाणगुरुं ग्रहेशम् ।
प्रणम्य पित्रोरपि पादपद्मं प्रवच्मि पाटीगणितोपपत्तिम् ॥

ग्रन्थकारकृत-मङ्गलाचरणम्—

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नन् स्मृत-
स्तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।
पाटीं सद्‌गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां
संक्षिप्ताक्षर-कोमला-ऽमलपदैर्लालित्यलीलावतीम् ॥ १ ॥

सं०—यः स्मृतः (हृदि ध्यात एव) भक्तजनस्य विघ्नं विनिघ्नन् (विनाशयन्) प्रीतिं (प्रमोदं) जनयते (उत्पादयति), वृन्दारकवृन्दैः (देवसमूहैः) वन्दिते पदे यस्य तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं मतङ्गाननं (गजाननं) नत्वा चतुरप्रीतिप्रदां (सुमतिप्रमोददात्रीं) संक्षिप्तान्यक्षराणि विद्यन्ते येषु तानि कोमलान्यमलानि च पदानीति संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदानि तैः प्रस्फुटां (सरलां) लालित्यलीलावतीं (माधुर्यगुणयुतां) (सच्च तद्‌गणितमिति सद्‌गणितं तस्य) सद्‌गणितस्य (व्यक्तगणितस्य) पाटीं (क्रमपद्धतिं) वच्मि (कथयामि) ॥ १ ॥

भा०—जो स्मरण करने पर ही समस्त विघ्नों को नाश करके अपने भक्त जनों को प्रमोद देते हैं, एवं देववृन्द से वन्दित है चरण जिनका ऐसे श्रीगणेश जी को प्रणाम करके मैं (भास्कराचार्य) संक्षिप्त शब्दों में कोमल और निर्दुष्ट पदों से स्फुट आशय तथा लालित्यलीला (माधुर्य आदि गुण) से सहित समस्त व्यवहारोपयुक्त गणित की पाटी (पद्धति) को कहता हूँ ॥ १ ॥

राज-मुद्रा परिभाषा—

वराटकानां दशकद्वयं (२०) यत् सा काकिणी ताश्च पणश्चतस्रः।
ते षोडश द्रम्म इहावगम्यो द्रम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः ॥२॥

भा०—२० कौड़ी की १ काकिणी, ४ काकिणी का १ पण, १६ पण का १ द्रम्म और १६ द्रम्म का १ निष्क (सुवर्ण मुद्रा) समझना ॥ २ ॥

तौल परिभाषा—

तुल्या यवाभ्यां कथिताऽत्र गुञ्जा वल्लस्त्रिगुञ्जो धरणं च तेऽष्टौ।
गद्याणकस्तद्द्वयमिन्द्रतुल्यै-(१४) र्वल्लैस्तथैको धटकः प्रदिष्टः ॥३॥

भा०—२ जौ की १ गुञ्जा (रत्ती), ३ गुञ्जा का १ वल्ल, ८ वल्ल का १ धरण, २ धरण का १ गद्याणक और १४ वल्ल का १ धटक कहा गया है ॥ ३ ॥

सुवर्णादि तौल परिभाषा—

दशार्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषं माषाह्वयैः षोडशभिश्च कर्षम्।
कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम् ॥४॥

भा०—५ गुञ्जा की १ मासा, १६ मासा का १ कर्ष, ४ कर्ष का १ पल समझना। तथा सुवर्ण शब्द से १ कर्ष का सुवर्ण समझा जाता है ॥ ४ ॥

मार्गदैर्घ्यमान परिभाषा—

यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥५॥
स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन तथा कराणां दशकेन वंशः।
निवर्त्तनं विंशतिवंशसंख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिश्च भुजैर्निबद्धम् ॥६॥

भा०—८ यवोदर का १ अङ्गुल, चौबीस (६ × ४ = २४) अङ्गुल का १ हाथ, ४ हाथ का १ दण्ड, २००० दण्ड का १ कोश, ४ कोश का १ योजन होता है। तथा – १० हाथ का १ वंश और २० वंश लम्बाई तथा २० वंश चौड़ाईवाला चतुष्कोण क्षेत्र १ निवर्तन कहलाता है ॥ ५-६ ॥

अन्नादि माप में उपयुक्त घनहस्त आदि परिभाषा—

हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्घ्यपिण्डैर्यद् द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञम्।
धान्यादिके यद् घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥७॥
द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको द्रोणचतुर्थभागः।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थांघ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥८॥

भा०—१ हाथ लम्बाई, १ हाथ चौड़ाई और १ हाथ ऊँचाई अथवा गहराई जिसमें हो, वह १ घनहस्त कहलाता है, जिसके नीचे, ऊपर और मध्य में सब मिलकर १२ कोण होते हैं। जैसे मिट्टी के तेल का कनष्टर अथवा ट्रङ्क होता है। इस प्रकार अन्न आदि तौलने (मापने) के लिये जो घनहस्त बनाया जाता है उसे शास्त्र कथित मगध देश प्रचलित खारी कहते हैं। उस खारी के षोडशांश को द्रोण, दोण का चतुर्थांश आढ़क, आढ़क का चतुर्थांश प्रस्थ और प्रस्थ का चतुर्थांश कुड़ब कहलाता है॥ ७–८ ॥

वि०—प्रायः उस समय में १ मनुष्य १ प्रस्थ अन्न भोजन करता था, क्योंकि—"सर्वारम्भास्तण्डुलप्रस्थमूलाः" यह लोकोक्ति प्रसिद्ध है।

तुरकों की चलाई हुई तौल परिभाषा—

पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैर्द्विसप्ततुल्यैः कथितोऽत्र सेरः।
मणाभिधानः ख-युगैश्च सेरैर्धान्यादितौल्येषु तुरुष्कसंज्ञा ॥९॥

भा०—पौन ($\frac{3}{4}$) गद्याणक का १ टङ्क, ७२ टङ्क का १ सेर, और ४० सेर का १ मन यह अन्न आदि तौलने के लिये तुरकों की बनाई संज्ञा है ॥ ९ ॥

आलमगीरसाह की बनाई तौल परिभाषा—

द्व्यङ्केन्दु-संख्यैर्घटकैश्च सेरस्तैः पञ्चभिः स्याद्धटिका च ताभिः।
मणोऽष्टभि'स्त्वालमगीरशाह'कृताऽत्र संज्ञा निजराज्यपूर्षु ॥१०॥

भा०—(पूर्वोक्त) १९२ घटक का १ सेर, ५ सेर का १ धटिका (पसेरी) और ८ पसेरी का १ मन यह आलमगीरसाह ने अपने राज्य में संज्ञा बनाई ॥ १० ॥

वि०--१ छटाँक का १२ वाँ भाग १ धटक होता है। प्रायः इस समय भी बहुत नगरों में यही मान प्रचलित है ॥ १० ॥

२० वराटकाः = १ काकिणी ।
४ काकिण्यः = १ पणः
१६ पणाः = १ द्रम्मः
१६ द्रम्माः = १ निष्कः

५ गुञ्जाः = १ माषः
१६ माषाः = १ कर्षम्
४ कर्षाणि = १ पलम्
१ कर्षम् = १ सुवर्णम् ।

२ यवौ = १ गुञ्जा
३ गुञ्जाः = १ वल्लः
८ वल्लाः = २ धरणम्
२ धरणे = १ गद्याणकः
१४ वल्लाः = १ धटकः

८ यवोदराणि = १ अङ्गुलम्
२४ अङ्गुलानि = १ हस्तः
४ हस्ताः = १ दण्डः
२००० दण्डाः = १ क्रोशः
४ क्रोशाः = १ योजनम्
१० हस्ताः = १ वंशः
२० वं × २० वं = १ निवर्तनम् ।

यत्र हस्तमिता विस्तृतिः, हस्तमितं दैर्घ्यम्, हस्तमिता चोच्छ्रितिः, एवं ∴
१ घनहस्तः = १ खारी
४ कुडवाः = १ प्रस्थः
४ प्रस्थाः = १ आढकः
४ आढकाः = १ द्रोणः
१६ द्रोणाः = १ खारी ।

३/४ गद्याणकः = १ टङ्कः
३ गद्याणकाः = ४ टङ्काः
७२ टङ्काः = १ सेरः
४० सेराः = १ मणः
१९२ धटकाः = १ सेरः
५ सेराः = १ धटी
८ धटिकाः = १ मणः

शेषाः कालादिपरिभाषा लोकतः प्रसिद्धा ज्ञेयाः ॥११॥

भा०--शेष काल आदि की परिभाषाएँ प्रचलित लोकव्यवहार से समझना चाहिये ॥

जैसे—नाक्षत्रकालमान--६० विपल का १ पल, ६० पल की १ घटी,

६० घटी का १ अहोरात्र। एवं सूर्योदय से सूर्योदय पर्यन्त सावन अहोरात्र समझना। ३० अहोरात्र का १ मास, १२ मास का १ वर्ष।

सौरमास—६० विकला की १ कला, ६० कला का १ अंश, ३० अंश की १ राशि, १२ राशि का १ भगण। सूर्य की गति से १ अंश का भोग १ सौर दिन, ३० अंश (या १ राशि) का भोग १ मास, १२ राशि (या भगण) का भोगकाल १ सौरवर्ष कहलाता है ॥ ११ ॥

तथा यूरोपदेशीय परिभाषा—

अंग्रेजी तौल

१६ ड्राम = १ औंस
१६ औंस = १ पौंड
१४ पौ० = १ स्टोन
२८ पौ० या २ स्टोन = १ कार्टर
४ कार्टर = १ हण्डरवेट
२० हण्डरवेट = १ टन

लम्बाई नापने के पैमाने

१२ इञ्च = १ फुट
३ फीट = १ गज
२२० गज = १ फर्लाङ्ग
८ फर्लाङ्ग या १७६० गज = १ मील

वर्तमान राजकीय मान

८ खसखस (पोस्ता का दाना) = १ चावल
८ चावल = १ रत्ती
८ रत्ती = १ माशा
१२ माशा = १ तोला
५ तोला = १ छटाँक
४ छटाँक = १ पाव
४ पाव या १६ छटाँक = १ सेर
४० सेर = १ मन

समय के पैमाने

६० सेकेण्ड = १ मिनट
६० मिनट = १ घण्टा
२४ घण्टा = १ दिन (अहोरात्र)
७ दिन = १ सप्ताह
३० दिन या ४ सप्ताह = १ महीना
१२ महीना या ३६५ दिन = १ साल

डाक्टरी तौल (द्रव पदार्थों का)

६० बूँद = १ ड्राम
८ ड्राम = १ औंस
२० औंस = १ पाइण्ट
२ पाइण्ट = १ कार्ट
४ कार्ट या ८ पाइण्ट = १ गैलन

डाक्टरी तौल (शुष्क पदार्थों का)

२० ग्रेन = १ स्क्रूपिल
३ स्क्रूपिल = १ ड्राम
८ ड्राम = १ औंस
१६ औंस = १ पौण्ड (लगभग $\frac{1}{2}$ सेर)

वर्तमान मुद्रा—	गिनती के पैमाने
३ पाई = १ पैसा	२० वस्तुएँ = १ कोड़ी
४ पैसा या १२ पाई = १ आना	१२ वस्तुएँ = १ दर्जन
१६ आना = १ रु०	१२ दर्जन = १ ग्रोस
	२५ ताव (शीट) = १ दस्ता
	२० दस्ता = १ रीम

इति परिभाषा ।

अथाभिन्नपरिकर्माष्टकम् ।

लीलागललुलल्लोलकालव्यालविलासिने ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥ १ ॥

सं०—लीलया गले लुलन्तो ये लोलाश्चञ्चलाः कालव्यालाः (कृष्णसर्पाः) तेषां विलासो विद्यते यस्मिन् तस्मै तथोक्ताय, अत एव नीलकमलवदमला कान्तिर्यस्य तस्मै नीलकमलामलकान्तये गणेशाय नमोऽस्तु ॥ १ ॥

भा० – क्रीड़ा से कण्ठ में धारण किये हुए कृष्ण सर्प के विलास (शोभा) से युक्त, अतः नील कमल सदृश कान्ति वाले श्रीगणेशजी को प्रणाम करता हूँ ॥ १ ॥

अथ संख्यास्थानसंज्ञा—

एक-दश-शत-सहस्रा-ऽयुत-लक्ष-प्रयुत-कोटयः क्रमशः ।
अर्बुदमब्जं खर्व-निखर्व-महापद्म-शङ्कवस्तस्मात् ॥ २ ॥
जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ॥ ३ ॥

भा०—संख्या में अङ्कों के स्थानों की संज्ञा उत्तरोत्तर दशगुणित (दहिने से बाएँ भाग क्रम से) एक, दश, शत, सहस्र, अयुत, लक्ष, प्रयुत, कोटि, अर्बुद, अब्ज, खर्व, निखर्व, महापद्म, शङ्कु, जलधि, अन्त्य, मध्य, परार्ध के व्यवहार के लिये पूर्वाचार्यों ने की है ॥ २–३ ॥

यथा—

	संस्कृत भाषा संज्ञा
१	एकम्—एकाई (एक)
१०	दश—दहाई (दश)
१००	शतम्—सौ (सैकड़ा)
१०००	सहस्रम्—हजार
१००००	अयुतम्—दश हजार
१०००००	लक्षम्—लाख
१००००००	प्रयुतम्—दश लाख
१०००००००	कोटिः—करोड़
१००००००००	अर्बुदम्—दश करोड़
१०००००००००	अब्जम्—अर्ब
१००००००००००	खर्वम्—दश अर्ब
१०००००००००००	निखर्वम्—खर्व
१००००००००००००	महापद्मम् - दश खर्व
१०००००००००००००	शङ्कुः—नील
१००००००००००००००	जलधिः—दश नील
१०००००००००००००००	अन्त्यम्—पद्म
१००००००००००००००००	मध्यम् – दश पद्म
१०००००००००००००००००	परार्धम्—शङ्ख
१००००००००००००००००००	×× —दश शङ्ख

उदाहरण—जैसे—५२६७१ इस संख्या में अङ्कों के ५ स्थान हैं, अतः दहिने भाग से इकाई, दहाई आदि क्रम से गिनने से अन्त वाला अङ्क (५) दश हजार (या अयुत) के स्थान में पड़ा इसलिये इस संख्या का उच्चारण संस्कृत शब्द में—"पञ्चायुता न, द्वे सहस्रे, षट्शतानि, एकसप्ततिः" तथा भाषा में "बावन हजार छः सौ एकहत्तर" इस प्रकार हुआ।

नीचे लिखी संख्याओं के उच्चारण अक्षरों में लिखिये—

२५६७२६५ । ५०७६७ । ७८९१०६ । २००३०५०।

नीचे उच्चारित संख्याओं को अङ्क में लिखिये।

(१) पञ्चशतानि चत्वारः। (२) त्रिंशत् सहस्राणि द्वेशते पञ्चाशत्।

इति संख्यास्थानसंज्ञा।

उपपत्तिः—यदा किलैकादिसंख्याबोधार्थं १, २ इत्यादि अङ्का नैव प्रकल्पिता आसन् तदा स्वस्वहस्तयोर्दशभिरङ्गुलीभिरेव जना गणनाकार्यं सम्पादयन्ति स्म। तत्र च दशाङ्गुलीभिर्दशपर्यन्तं विगणय्याग्रे स्वहस्ताङ्गुल्यभावादेकं दशकं प्रकल्प्य पुनरेकाद्यङ्गुलीभिरेवैकादशादिसंख्याबोधमुत्पादयन्ति स्म। एवं गणनायां काठिन्यमनुभूय केनापीश्वरांशपुरुषेणैकाद्यङ्गुलीस्थाने १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ इति नवाङ्काः प्रकल्पिताः, दशस्थाने त्वैकदशकज्ञानार्थमेकस्यैव दक्षिणपार्श्वेऽङ्काभावबोधकं बिन्दुरूपं चिह्नं संरक्षितम्। पुनरग्रेऽपि बिन्दुस्थान एवैकाद्यङ्कस्थापनेनैकादशादिसंख्याङ्काः सम्पादिताः। एवं दशदशकावधि गणनासौकर्यं जातम्। ततो दशदशकानां (१००) शतमिति संज्ञा, ततो दशशतकानां (१०००) सहस्रमिति संज्ञा। इत्येवमग्रेऽपि दशगुणोत्तरसंख्यास्वेकैकाङ्कस्थानवृद्धित्वात् क्रमात् संख्यास्थानानि दशगुणोत्तराणि सिद्ध्यन्ति। तत्र सर्वेषां व्यवहारजातानां परार्धाभ्यन्तर एव परिगणितत्वात् परार्धपर्यन्तमेव संज्ञाः कृता इति॥ २–३॥

अथ अभिन्नपरिकर्माष्टकम् * तत्रादौ सङ्कलितव्यवकलितयोः

करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्कयोगो यथास्थानकमन्तरं वा।

सं०—क्रमात् अथवा उत्क्रमतो यथास्थानकं (एव) अङ्कानां योगः कार्यः, अन्तरं वा कार्यम्।

'जिन दो या अधिक संख्याओं का योग या अन्तर करना हो' उनके क्रम या उत्क्रम से तुल्य स्थानीय अङ्कों का ही योग या अन्तर करना चाहिये।

---

* परि सर्वत्र कर्म (क्रिया) येषां तानि परिकर्माणि तेषामष्टकं (योगान्तर-गुणन-भजन-वर्ग-वर्गमूल-घन-घनमूलरूपम्) इति परिकर्माष्टकम्। एतेनैव सर्वव्यवहारो जगति प्रवर्तते।

जैसे—२१५ और २५ का योग और अन्तर करना है तो २१५ को ऊपर और २५ को नीचे रक्खो अथवा २५ को ऊपर और २१५ को नीचे रक्खो किन्तु एक स्थानीय के सामने एक स्थानीय और दश स्थानीय के सामने दश स्थानीय इत्यादि तुल्य स्थानीय में तुल्य स्थानीय को जोड़ो या अन्तर करो।

जैसे —		अगर	
	२१५		२१५
	२५		२५
दोनों का योग	२४०	योग फल =	४५५

इस प्रकार रख कर भिन्न स्थानियों का योग किया तो यह असम्भव हुआ

उप०—"योगोऽन्तरं तेषु समानजात्योर्विभिन्नजात्योश्च पृथक् स्थितिः स्यात्" इति परिभाषया सजात्योरेवाङ्कयोर्योगोऽन्तरं वा भवितुमर्हति तत्राङ्कयोः सजातित्वं तु स्थानसमत्वमेवेति यथास्थानकमेव योगोऽन्तरं वा समुचितमिति ॥

अत्रोद्देशकः (उदाहरणं = प्रश्नः)—

अये बाले लीलावति मतिमति ब्रूहि सहितान्
द्वि - पञ्च - द्वात्रिंशत्त्रिनवतिशताष्टादशदश ।
शतोपेतानेतानयुतवियुतांश्चापि वद मे
यदि व्यक्ते युक्तिव्यवकलनमार्गेऽसि कुशला ॥ १ ॥

सं०—२, ५, ३२, १९३, १८, १० एतानङ्कान् शतेन (१००) उपेतान् सहितानेतांश्च पुनः अयुत (१००००) वियुतान् अयुताद् विशुद्धान् वदेति प्रश्नः।

भा०—हे बाले ! लीलावति ! अये मतिमति ! यदि तुम योग और अन्तर क्रिया में निपुणा हो तो २, ५, ३२, १९३, १८, १० इनको १०० के साथ जोड़ कर बताओ। और उसी योग फल को अयुत (दश हजार) में घटा कर शेष संख्या बताओ ॥ १ ॥ क्रिया नीचे स्पष्ट है—

(योगार्थं) न्यासः—२ + ५ + ३२ + १९३ + १८ + १० + १०० संयोजनाज्जातः = ३६० = योगः। अयुताच्छोधिते जातम् १००००–३६०=९६४०= अन्तरम्। इति सङ्कलितव्यवकलिते ॥ १ ॥

अथ गुणने करणसूत्रं 'पञ्चधा' सार्धवृत्तद्वयम्—

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यादुत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन् ॥१॥

सं०—आदौ गुणकेन गुण्यस्यान्त्यमङ्कं हन्यात् (गुणयेत्) एवं उत्सारितेन (अप्रचालितेन गुणकेन पुनः) उपान्तिमादीन् (अङ्कान्) हन्यात् ॥

भा०—(जिससे गुना किया जाता है वह गुणक और जिसको गुना किया जाय वह गुण्य कहलाता है) गुण्य संख्या में जो अन्तिम अङ्क हो उसको गुणक से गुना करके उसी के सामने रखना, फिर उसी गुणक को आगे बढ़ा कर उपान्तिमादि (क्रम से अगले अगले) अङ्कों को गुना करके अपने अपने सामने रख कर जोड़ने से गुणन फल होता है ।

वि०—यह क्रिया सिलेट पर अथवा भूमि पर होती है, क्योंकि इस विधि में एक अङ्क को मिटा कर उसके स्थान में गुणितफल को लिखने में सुविधा होती है ॥

उप०—गुण्यतेऽनेनेति गुणकः । यश्च गुण्यते स गुण्य इति । गुणकसंख्यातुल्यस्थानस्थितानां गुण्यानां योग एव तयोर्गुणनफलम् । यथा—पञ्चस्थानस्थितानां सप्तानां योग एव पञ्चसप्तघातः $=७+७+७+७+७=७(१+१+१+१+१)=७\times५$ इति सिद्ध्यत्यत एतादृशयोगविशेषस्थाने सुगमत्वाद् गुणनक्रियैव समुचिता । तत्र गुणनफलेऽपि समस्थानीयाङ्कयोगौचित्यादङ्कसमुत्सारणं सयुक्तिकमेवेति ॥

द्वितीयप्रकारः—

गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यस्तैः खण्डकैः सङ्गुणितो युतो वा ।

सं०—वा गुणकस्य अभीष्टानि खण्डानि कृत्वा तत्खण्डतुल्यो गुण्योऽधोऽधो निवेश्यः तैः खण्डकैः पृथक् सङ्गुणितो युतो गुणनफलं भवति ।

भा०—अथवा गुणक के दो या अधिक खण्ड करके और खण्डतुल्य स्थानों में गुण्य को रख कर प्रत्येक खण्ड से गुना करके सबको जोड़ने से गुणन फल होता है ।

उप०—कल्प्येते गुण्यगुणकौ अ, क । अनयोर्गुणनफलम् $=$ अ $\times$ क, अत्र यदि क $=$ ग $+$ घ, तदा गुणनफलम् $=$ अ $\times$ क $=$ अ $\times$ (ग $+$ घ) $=$ अ $\times$ ग $+$ अ $+$ घ । इत्युपपन्नम् ॥

तृतीयप्रकारः—

भक्तो गुणः शुध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ॥

सं०—अथवा गुणको येनाऽङ्केन भक्तः शुद्ध्यति तेनाङ्केन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं भवति ।

भा०—अथवा जिस संख्या से भाग देने पर गुणक में निश्शेष लब्धि हो उस संख्या से तथा लब्धि से गुण्य को गुना करने से गुणनफल होता है ।। उदाहरण आगे देखिये ॥

उप०—गुणनफलं = गुफ = अ × क । अत्र यदि $\frac{क}{ग}$ = ल, तदा क = ग × ल अतः गुफ = अ × क = अ × ग × ल, इत्युपपन्नम् ॥

चतुर्थप्रकारः—

द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ।

सं०—एवं रूपस्य व्यक्ताङ्कस्य विभागो द्विधा भवेत् । (एकः खण्डविभागो, द्वितीयः स्थानविभागः) अतः स्थानैः (पृथक् पृथक् स्थानीयाङ्कैः) गुण्यो गुणितः समेतः (स्थानान्तरेण युक्तः) फलं वा भवति ॥

भा०—इस प्रकार संख्या के विभाग दो प्रकार के होते हैं । (एक खण्ड विभाग और दूसरा स्थान विभाग) अतः पृथक् पृथक् गुणक के स्थानीय अङ्कों से गुण्य को गुना करके फिर यथास्थानीय अङ्कों के योग करने से भी गुणनफल होता है ॥ उदाहरण आगे देखिये ।

उप०—कल्प्यते गुणकः = १२ । गुण्यः = अ । अतो गुणनफलम् = १२ × अ = १० अ + २ अ । इति व्यक्तगुणकस्यैव यतो रूपस्यैव स्थानविभागो भवितुमर्हत्यत एव रूपविभागो द्विधा भवेदित्युक्तम् ।

पञ्चमप्रकारः—

इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वित-वर्जितो वा ॥३॥

अथवा— इष्टोनेन गुणकेन गुण्यो निघ्नः सचेष्टघ्नगुण्येन सहितः कार्यः । अथवा इष्टयुक्तेन गुणकेन गुण्यो निघ्नः स पुन इष्टघ्नगुण्येन विवर्जितः कार्यस्तदा गुणनफलं भवति ॥

भा०—अथवा (अपनी सुविधा के अनुसार) गुणक में अभीष्ट संख्या जोड़कर अथवा घटाकर गुण्य को गुना करै, फिर गुणनफल में उसी अभीष्ट

संख्या से गुणित गुण्य को क्रम से जोड़ने और घटाने से वास्तव गुणन फल होता है ॥ उदाहरण आगे देखिये ॥

उप०—कल्प्यते गुण्यः = अ । गुणकः = क । अतः गुफ = अ × क = अ × क ∓ अ × इ ± अ × इ = अ (क ∓ इ) ± अ × इ, इत्युपपन्नम् ॥

अत्रोद्देशकः (प्रश्नः)

बाले बालकुरङ्गलोलनयने लीलावति ! प्रोच्यतां
पञ्चत्र्येकमिता दिवाकरगुणा अङ्काः कति स्युर्यदि ।
रूपस्थानविभागखण्डगुणने कल्याऽसि कल्याणिनि
च्छिन्नास्तेन गुणेन ते च गुणिता जाताः कति स्युर्वद ॥१॥

सं—हे बाले बालकुरङ्गलोलनयने लीलावति ! यदि त्वं रूप-स्थानविभाग-खण्डगुणने समर्थासि तदा पञ्चत्र्येकमिताः (१३५) अङ्का दिवाकर (१२) गुणाः कति भवन्ति । इति गुणनप्रश्नः ।

तथा—ते गुणिता अङ्काः तेन गुणेन छिन्नाः (भक्ताः) कति स्युः । इति च वद । इति भागहारप्रश्नः ।

भा०—हे बाले ! मृगाक्षि ! लीलावति ! यदि तुम संख्या के स्थान विभाग और खण्ड विभागादि गुणन में निपुणा हो तो १३५ को १२ से गुना करने से गुणनफल क्या होगा ? और हे कल्याणिनि ! फिर उस गुणनफल में उसी (१२) गुणक से भाग देने पर लब्धि क्या होगी ? सो बताओ ॥

उत्तरार्थं न्यासः—गुण्यः = १३५ । गुणकः = १२ । अतो "गुण्यान्त्यमङ्क" मित्यादिना द्वितीयप्रकारेण गुणिते (जातं) गुणनफलम् = १६२० ।

अथवा गुणकस्या (१२) स्य खण्डे ८।४ आभ्यां पृथग् गुण्ये गुणिते युते च जातं गुणनफलम् = १६२० ।

अथवा—"भक्तो गुणः शुद्धयती"त्यादिना तृतीयप्रकारेण गुणकस्त्रिभि-र्भक्तो लब्धिः = ४ अत आभ्यां (३ । ४) गुण्ये गुणिते जातम् = १३५ × ३ × ४ = १६२० ।

अथवा—"स्थानैः पृथग्वे" त्यादिना चतुर्थप्रकारेण गुणकस्य स्थानविभा-गाभ्यां १।२ पृथग् गुण्ये गुणिते स्थानान्तरेण युते च जातम् = १६२० ।

अथवा—पञ्चमप्रकारेण इष्टम् = २ एतदूनेन गुणकेन १० अनेन गुण्यो गुणितः १३५० अयं इष्ट (२) गुणितगुण्येन १३५ × २ = २७० अनेन युतो जातं गुणनफलं पूर्वतुल्यमेव = १६२०

अथवा—इष्टम् = ८ एतद्युक्तेन गुणकेन २० अनेन गुणितो गुण्यः २७०० अयं चेष्टगुणितगुण्येन १३५ × ८ = १०८० अनेन वर्जितो जातम् = १६२० = गुणनफलम् । एवं गुणनस्य षट् प्रकाराः सन्ति ॥

अथ भागहारे करणसूत्रं वृत्तम्—

भाज्याद्धरः शुध्यति यद्गुणः स्यादन्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे ।
समेन केनाप्यपवर्त्य हारभाज्यौ भजेद्वा सति सम्भवे तु ॥ ४ ॥

सं०—येन गुणितो हरो भाज्यात् शुध्यति तत् भागहारे फलं (लब्धिः) भवति । वा सम्भवे सति केनापि समेनाङ्केन भाज्यहारौ अपवर्त्य भजेत् ॥ ४ ॥

भा०—जिस गुणकाङ्क से गुणित हर-अन्त्य भाज्य में घटे वही गुणकाङ्क भाग हार में लब्धि होती है । यदि सम्भावना हो तो हर और भाज्य को किसी तुल्य अङ्क से अपवर्तन देकर भागक्रिया करनी चाहिये ।

जैसे--भाज्य = १६२० । हर = १२ इसका अन्त्य भाज्य १६ हैं, अतः १६ में १ गुणित भाज्य घटा इस लिये प्रथम लब्धि १, और शेष ४२० में फिर दूसरा भाज्य ४२ इस में ३ गुणित हर घटा अतः दूसरी लब्धि ३, शेष ६० (तृतीय भाज्य) में ५ गुणित हर घटा तृतीय लब्धाङ्क ५ और शेष ० हो गया अतः पूर्ण लब्धि = १३५ ॥ स्पष्टज्ञानार्थं भाग क्रिया नीचे देखिये ॥

```
हर    भाज्य    लब्धि
१२ )  १६२०  ( १३५
      −१२
      ————
        ४२०
       −३६
      ————
         ६०
        −६०
        ————
          ० शेष−
```

उप०--कस्यापि वस्तुनस्तुल्यविभागकरण (अर्थात् कियद्गुणहरो भाज्ये वर्तते इति ज्ञानोपायो) नाम भागहारः । तत्र यस्य भागः कर्तव्यः स भाज्यः। येन भज्यते स भाजकश्छेदो हरो वेत्यादिसंज्ञयोच्यते । भजनात् यत् फलं सा लब्धिरित्यत एव यद् गुणितो हरो भाज्यात् शुध्यति सा लब्धिर्भवितुमर्हत्येवेति साधूक्तम् । तथा कयोरपि संख्ययोस्तुल्यगुणने तुल्यभजने वा सम्बन्धे विकाराभावात् समापवर्तितयोरपि भाज्यभाजकयोर्लब्धौ विकाराभाव एवेत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—पूर्वोदाहरणे गुणिताङ्कानां स्वगुणच्छेदानां भागहारार्थं न्यासः भाज्यः = १६२० । भाजकः १२ (यथोक्तरीत्या) भजनाल्लब्धिः = १३५ ॥ अथवा भाज्यहरौ त्रिभिरपवर्त्य ५४०/४ स्वहरेण विभज्य लब्धिः = १३५ चतुर्भिर्वापवर्त्य जातौ भाज्यहरौ ४०५/३ स्वहरेण विभज्य लब्धिः = १३५, पूर्वतुल्यैव

अथ वर्गकरणसूत्रम्—

समद्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्नाः ।
स्व-स्वोपरिष्टाच्च तथाऽपरेऽङ्कास्त्यक्त्वान्त्यमुत्सार्य पुनश्च राशिम् ॥
खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वा ।
इष्टोनयुग्राशिवधः कृतिः स्यादिष्टस्य वर्गेण समन्वितो वा ॥

सं०--समयोर्द्वयोर्घातः कृतिः (वर्गः) इत्युच्यते । इति प्रथमप्रकारः । (संख्यायामङ्कस्थानं द्वयधिकं चेत्) । तदाऽन्त्यस्य वर्गः स्थाप्यः, तथाऽपरेऽङ्का द्विगुणान्त्यनिघ्नाः स्व-स्वोपरिष्टात् स्थाप्याः, तमन्त्यं त्यक्त्वा राशिं समुत्सार्य पुनश्चैवमेव क्रिया कार्या, इति द्वितीयः प्रकारः । अथवा-राशेः खण्डद्वयं कृत्वा तत्खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डद्वयस्य वर्गयोगेन युता सति कृतिर्भवतीति तृतीयप्रकारः । वा राशिः केनापीष्टाङ्केनोनो युतश्च कार्यस्तयोर्घातः इष्टाङ्कवर्गेण युतः सन् कृतिर्भवतीति चतुर्थप्रकारः ॥

भा०--तुल्य दो अङ्कों का घात (गुणन) कृति (वर्ग) कहलाता है । यदि संख्या में दो या अधिक अङ्क हो तो—उनमें अन्तिम अङ्कका वर्ग करके अपने सामने रखना, तथा द्विगुणित अन्तिम अङ्क से अन्य अग्रिम अङ्कों की गुना करके अपने-अपने सामने रख कर, अन्तिम अङ्क को मिटा कर—अन्य अग्रिमाङ्कों को एक-एक स्थान आगे बढ़ा कर रखना, फिर उनमें जो अन्त्य

अङ्क हो उसका वर्ग कर—अपने (उसी अन्त्य अङ्क के) सामने रखना, तथा फिर द्विगुणित इस अन्तिमाङ्क से अग्रिम अङ्कों को गुना करके अपने अपने सामने रखना। फिर भी संख्या में अङ्क बचे हों तो फिर पूर्वोक्तरीति से उनको एक-एक स्थान आगे बढ़ाकर रख कर पूर्वोक्त क्रिया करें। जब तक सब अङ्कों (अर्थात् पूरी संख्या) का वर्ग न हो जाय इस प्रकार स्थापित अङ्कों को (अपने अपने स्थानीय को) योग करने से संख्या का वर्ग होता है। यह द्वितीय प्रकार हुआ। (तृतीय प्रकार यह है कि ,—जिस संख्या का वर्ग करना हो उसके २ खण्ड करें—उन दोनों खण्ड को परस्पर गुना करके गुणन फलको दूना करें फिर उसमें दोनों खण्ड के वर्गयोग को जोड़ देने से संख्या का वर्ग होता है। (चतुर्थ प्रकार यह है कि)—जिस संख्या का वर्ग करना हो उसमें—(जिस से गुणन में सुविधा हो उस प्रकार) किसी इष्ट अङ्क को पृथक् पृथक् जोड़ और घटा कर जो हों उन दोनोंका परस्पर गुणन कर गुणनफलमें—कल्पित इष्ट अङ्क का वर्ग जोड़ देने से संख्या का वर्ग होता है॥

जैसे—१२ का वर्ग करना है तो प्रथम प्रकार से १२ × १२=१४४=यह १२ का वर्ग हुआ।

द्वितीय प्रकार से १२ इसमें अन्त्यअङ्क १ का वर्ग १ के सामने रखा और १ को द्विगुणित करके अग्रिमाङ्क २ को गुना कर २ के सामने रक्खा, फिर २ को एक स्थान आगे बढ़ा कर उसका वर्ग उसी के सामने रख कर योग करने से १४४ यह पूर्व तुल्य ही हुआ। क्रियाप्रदर्शन- $\frac{१२}{१४४}$—यह क्रिया सिलेट पर सुलभ होती है।

तृतीय प्रकार से १२ के दो खण्ड ८ + ४। दोनों का घात ३२ द्विगुणित करने से ६४ इसमें दोनों खण्ड के वर्ग को (६४ + १६) = ८० जोड़ने से ६४ + ८० = १४४ यह पूर्व तुल्य ही हुआ॥

चतुर्थ प्रकार से १२ में इष्ट २ जोड़ और घटा कर गुना करने में सुविधा है अतः २ इष्ट कल्पना करके उक्तरीति से १४ × १० + ४=१४४ यह भी पूर्व तुल्य ही हुआ। इन चारों प्रकार में प्रथम और चतुर्थ प्रकार सुलभ है। द्वितीय प्रकार में विशेष गौरव है। इन चारों प्रकार के लिये चार उदाहरण आगे ग्रन्थकार के हैं॥

उप०—प्रथमप्रकारस्तु गुणनविशेषस्य परिभाषारूप एव। यदि राशिः = अ + क तदाऽस्य वर्गः = $(\text{अ} + \text{क})^2 = (\text{अ} + \text{क}) \times (\text{अ} + \text{क}) = \text{अ} \times \text{अ} + \text{अ} \times \text{क} + \text{अ} \times \text{क} + \text{क} \times \text{क} = \text{अ}^2 + २\text{अ} \times \text{क} + \text{क}^2$ । एतदवलोकनेन "स्थाप्योऽन्त्यवर्गः" इत्यादिद्वितीयप्रकारस्तथा—"खण्डद्वयस्याभिहति" रित्यादितृतीयप्रकारश्चोपपद्येते।

तथा यदि राशिः = रा। इष्टम् = इ तदा "द्वयोर्योगान्तराहतिर्वर्गान्तरं भवेदिति" नियमात् $\text{रा}^2 - \text{इ}^2 = (\text{रा} + \text{इ}) \times (\text{रा} - \text{इ})$ अतः $\text{रा}^2 = (\text{रा} + \text{इ}) \times (\text{रा} - \text{इ}) + \text{इ}^2$ एतेन "इष्टोनयुग्राशिवधः कृति" रिति चतुर्थप्रकारोऽप्युपपन्नः॥

अत्रोद्देशकः (प्रश्नः)

सखे! नवानां च चतुर्दशानां ब्रूहि त्रिहीनस्य शतत्रयस्य।
पञ्चोत्तरस्याप्ययुतस्य वर्गं जानासि चेद्वर्गविधानमार्गम्॥ १॥

सं०—हे सखे! यदि त्वं वर्गविधानमार्गं जानासि तदा ९।१४।२९७।१०००५ एतेषां वर्गं पृथक् पृथग् वदेति प्रश्नः॥

हे सखे! यदि तुम वर्गक्रिया जानते हो तो ९ का, १४ का, २९७ का तथा १०००५ का वर्ग बताओ।

उत्तरम्—समद्विघात' इति प्रथमप्रकारेण स्थाप्योन्त्यवर्गं इत्यादिद्वितीयप्रकारेण च जाताः क्रमेण वर्गाः ८१।१९६।८८२०९।१००१०००२५।

तृतीयप्रकारेण यथा—नवानां (९) खण्डद्वयं ४।५ अनयोराहतिः २० द्विघ्नी ४० खण्डयोर्वर्गयोगेन (४१) अनेन युता जातो वर्गः=८१ एवं सर्वेषाम्।

चतुर्थप्रकारेण—यथा राशिः २९७ इष्टेन ३ अनेन पृथगूनयुतः २९४।३००। अनयोर्घातः ८८२००, इष्टवर्गेण ९ अनेन युतो जातः ८८२०९ पूर्वतुल्य एव॥

भा०—९ का वर्ग प्रथमप्रकार से ९ × ९ = ८१ हुआ। तथा १४ के वर्गकरने में द्वितीय प्रकार (स्थाप्योन्त्यवर्गं इत्यादि) से सुविधा है। २९७ के वर्ग करने में चतुर्थ प्रकार (इष्टोनयुग्राशिवध इत्यादि) से हीं सुविधा है। तथा १०००५ के वर्ग करने में तृतीय और चतुर्थ दोनों प्रकार से सुविधा है। यथा १०००५ के दो खण्ड १००००।५ इन दोनों का घात ५०००० दूना करने से १००००० इस में दोनों खण्ड के वर्गयोग (१००००००००+२५) =

(१००००००२५) इसको जोड़ने से १००१०००२५ यह वर्ग हुआ। तथा ५ इष्ट कल्पना कर के "इष्टोनयुग्" इत्यादि रीति से १००००×१००१० +२५ = १००१०००२५ पूर्वतुल्य ही हुआ ॥

अथ वर्गमूले करणसूत्रम्—

त्यक्त्वाऽन्त्याद्विषमात्कृतिं द्विगुणयेन्मूलं समे तद्धृते
त्यक्त्वा लब्धकृतिं तदाद्यविषमाल्लब्धं द्विनिघ्नं न्यसेत्।
पङ्क्त्यां पङ्क्तिहृते समेऽन्यविषमात् त्यक्त्वाऽऽप्तवर्गं फलं
पङ्क्त्यां तद्द्विगुणं न्यसेदिति मुहुः पङ्क्तेर्दलं स्यात् पदम् ॥७॥

सं०—(यस्याः संख्याया मूलं ग्राह्यं तत्संख्याङ्केष्वादितः क्रमेण विषमसम चिह्ने कृत्वा) अन्त्याद्विषमाद् यस्य वर्गं विशुध्येत् तद्वर्गं त्यक्त्वा द्विगुणितेन तन्मूलेन समे हृते यल्लब्धं तद्वर्गं तदाद्यविषमात् त्यक्त्वा लब्धं द्विगुणितं पङ्क्त्यां न्यसेत्। पुनः पंक्त्याऽग्रिमसमे भक्ते आप्तस्य (लब्धस्य) वर्गं तदन्यविषमात् त्यक्त्वा तत् फलं च द्विगुणं पंक्त्यां न्यसेत्, इत्येवं मुहुः (आद्यविषमाङ्कावधि) क्रिया कार्या। पंक्तेर्दलं पदं मूलं भवति ॥ ७ ॥

भा०—जिस संख्या का वर्गमूल निकालना हो उसके आरम्भ (दाहिने अंक से बाएँ भाग क्रम) से विषम (।) और सम (—) चिह्न लगा कर अन्तिमविषमांक में जिस अंक का वर्ग घटै उसका वर्ग घटा कर उस मूल को दूना करके पंक्ति (संख्या के वामभाग) में रख कर उस से अग्रिम समांक में भाग देना * लब्धि का वर्ग अग्रिम विषय में घटावै, पुनः उस लब्धि को दूना करके पंक्ति में रक्खे, फिर संख्या में शेषांक बचे तो पुनः पंक्ति से अग्रिम समांक में भाग देकर लब्धि के वर्ग को उससे अग्रिम विषमांक में घटावै तथा लब्धि को दूनाकर पंक्ति में रक्खे, फिर आगे ऐसी ही क्रिया करै जब तक संख्या के सब अंक समाप्त हो जाय। इस प्रकार (लब्धांक संख्या अथवा) पंक्तिका आधा मूल होता है ॥ ७ ॥

---

* भाग देने में लब्धि ऐसी लेनी चाहिये जिस (लब्धि) का वर्ग फिर अग्रिम विषम में घट सके।

२

उप०—इदं मूलानयनं—"स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्ना" इत्यादि वर्गसूत्रस्य विलोमविधिनैवोपपद्यते। यतः स्थानद्वयसंख्यावर्गे (अं^{2} + अ × क२ + क^2) अस्मिन् अन्त्यवर्गो, द्विगुणितान्त्याद्यघात, आद्यवर्गश्च वर्तन्तेऽतोऽत्र वर्गे खण्डत्रये आदौ वर्गाङ्कस्ततोऽवर्गाङ्कः पुनर्वर्गाङ्कः इति क्रमो दृश्यतेऽतो वर्गाङ्को विषमस्थानगतत्वाद् विषमः। अवर्गाङ्कस्तु समस्थानगतत्वात् सम इति। अतोऽन्त्यविषमाद् यस्य वर्गः शुद्ध्येत् सोऽन्त्याङ्क एव, द्विगुणेन तेन तदग्रिमाङ्के समे भक्ते लब्धिस्तदाद्याङ्कस्तद्वर्गोऽग्रिमविषमाङ्कात् शुद्ध्यत्येवेति। स्थानद्वयाधिकसंख्यावर्गमूले त्वेवमेवाग्रे पुनः क्रियाप्रवृत्तिरित्युपपन्नम्॥ ७॥

अत्रोद्देशकः (प्रश्नः)

मूलं चतुर्णां च तथा नवानां पूर्वं कृतानां च सखे! कृतीनाम्।
पृथक् पृथग्वर्गपदानि विद्धि बुद्धेर्विवृद्धिर्यदि तेऽत्र जाता॥१॥

प्र०—४।९।८१।१९६।८८२०९।१००१०००२५ एषां वर्गाङ्कानां पृथग् वर्गमूलानि वद यद्यत्र मूलानयने तव बुद्धेर्विवृद्धिर्जातेति प्रश्नः॥

ग्रन्थकारः—यथोक्त्या क्रमेण मूलानि २।३।९।१४।२९७।१०००५।

भा०—हे मित्र! यदि तुम्हारी बुद्धि में वृद्धि हुई है तो—४ का, ९ का, और पूर्व किये हुए वर्गों (८१, १९६, ८८२०९, १००१००१२५ इन) के अलग अलग मूल बताओ।

यहाँ ८८२०९ इसका मूल निकालना है तो आदि से आरम्भ कर विषम (।) और सम (।) चिह्न लगाने से ८८२०९ इसमें ३ अङ्क पर विपम चिह्न पड़े हैं अतः इसका मूल तीन अङ्क की संख्या होगी। यहाँ अन्तिम विषम ८ में २ का वर्ग घटाया, मूल २ को दूना करके ४ इससे शेष समाङ्क ४८ में भाग दिया लब्धि ९ इसके वर्ग ८१ को अग्रिम विषमाङ्क (शेषाङ्क) १२२ में घटाया और लब्धि ९ को दूना करके पंक्ति में रक्खा तो पंक्ति ५८ हुई इससे फिर अग्रिम शेष समाङ्क ४१० में भाग दिया तो लब्धि ७ इसके वर्ग को शेष अग्रिम विषमाङ्क ४९ में घटाया तो संख्या का अङ्क समाप्त हो गया लब्धि को दूना करके पंक्ति बनाया तो ५९४ इसका आधा २९७, अथवा क्रमसे

लब्धाङ्क २९७ यह संख्या का मूल हुआ। इसी प्रकार अन्य संख्या का भी वर्गमूल निकालना चाहिये ॥

अथ घने करणसूत्रं वृत्तत्रयम्—

समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्य ततोऽन्त्यवर्गः।
आदित्रिनिघ्नस्तत आदिवर्गस्त्र्यन्त्याहतोऽथादिघनश्च सर्वे ॥ ८ ॥
स्थानान्तरत्वेन युता घनः स्यात् प्रकल्प्य तत्खण्डयुगं ततोऽन्त्यम्।
एवं मुहुर्वर्गघनप्रसिद्धावाद्याङ्कतो वा विधिरेष कार्यः ॥ ९ ॥
खण्डाभ्यां वा हतो राशिस्त्रिघ्नः खण्डघनैक्ययुक्।
वर्गमूलघनः स्वघ्नो वर्गराशेर्घनो भवेत् ॥ १० ॥

सं०—समानां त्रयाणां घातो घन इत्युक्तः। (संख्यायामङ्कस्थानं द्व्यधिकं चेत् तदाऽन्योऽपि प्रकारो यथा) अन्त्याङ्कस्य घनः स्थाप्यस्ततोऽन्त्यस्य वर्गः स आद्याङ्केन त्रिभिश्च गुणितः, पुनः आद्याङ्कवर्गः कार्यः स त्रिभिराद्याङ्केन चाहतस्तथाद्याङ्कघनश्च कार्यं एवं सर्वे स्थानान्तरत्वेन (एकैकाङ्कान्तरत्वेन) युताः कार्यास्तदा घनो भवति। (एवमङ्कद्वयस्य घनं विधाय यदि संख्यायामन्येऽप्यङ्काः स्युस्तदा) तत्खण्डयुगं अन्त्याङ्कं प्रकल्प्य तदाऽग्रिमाङ्कमाद्यं प्रकल्प्येवमेव मुहुः क्रिया कार्या। अथवा वर्गे घने वैषविधिराद्याङ्कतोऽपि कार्यस्तथापि फलं सममेवेति ॥ ८–१० ॥

भा०—तुल्य तीन अङ्कों का घात (गुणन) घन कहलाता है। यदि संख्या में दो अङ्क हों तो अन्तिम अङ्क का घन करके एक स्थान में रखना। फिर उसी अन्तिम * अङ्क का वर्ग कर उसको आदि अङ्क से गुना कर फिर ३ से गुना कर 'द्वितीय स्थान में' रखना। फिर आदि अङ्क का वर्ग करके उसको अन्त्य अङ्क और ३ से गुना कर 'तृतीय स्थान में' रखना। फिर आदि अङ्क का घन करना इन सबों (चारों) को एक एक स्थान बढ़ाकर योग करने से २ अङ्कों की संख्या का घन होता है। यदि संख्या में तीन अङ्क हो तो दो

* दहिने भाग का (एक स्थानीय) अङ्क आदि और बाम भाग वाला अन्त्य कहलाता है।

अङ्कों की संख्या को अन्त्य और तृतीय अङ्क को आदि मान कर उक्त रीति से क्रिया करने से तीन अङ्कों की संख्या का वर्ग होता है। यदि चार अङ्क की संख्या हो तो फिर ३ अङ्कों की संख्या को अन्त्य और चतुर्थ अङ्क को आदि मानना। एवं आगे भी समझना। यह घनक्रिया का द्वितीय प्रकार हुआ। अथवा जैसे अन्त्य अङ्क से क्रिया का आरम्भ किया गया है उसी प्रकार आद्य अङ्क से भी आरम्भ कर क्रिया करै, परञ्च इस प्रकार में अङ्कों को एक-एक स्थान पीछे (वाम भाग) हटा कर, रख करके योग करना चाहिये। 'तृतीय प्रकार यह है कि—जिस अङ्क का घन करना हो उसका दो खण्ड करै और पृथक् पृथक् दोनों खण्ड से संख्या को गुना करके फिर ३ से गुना करे उस में फिर दोनों खण्ड के वर्गयोग जोड़ देने से घन हो जाता है। यदि वर्गात्मक संख्या (४, ९ आदि) का घन हो तो उस संख्या का वर्गमूल निकाल कर उसका घन करै और फिर उसको उतने ही से गुना करै (अर्थात् वर्ग कर लेवै) तो वर्गाङ्क संख्या का घन होता है ॥ ८–१० ॥

उप०—"समत्रिघातो घनः" इत्यपि गुणनविशेषपरिभाषैव। यदि संख्या $=$ अ $+$ क तदोक्तपरिभाषया $(अ+क)^3 = (अ+क)\times(अ+क)\times(अ+क)$
$= अ^3 + अ^2 \times क\ ३ + क^2 \times अ\ ३ \times क^2 \ldots$
$= (अ+क)\times अ \times क\ ३ + अ^2 + क^2$ } एतेन स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्ये"त्यादि, "खण्डाभ्यां वा हतो राशि" रित्यादिप्रकारद्वयमुपपद्यते। यदि राशिर्वर्गात्मकः तदाऽस्य घनः $= (अ^2)^3 = अ^6 = अ^3 \times अ^3$; इति "वर्गमूलघनः स्वघ्न" इति चतुर्थप्रकारोऽप्युपपद्यते ॥ ८–१० ॥

अत्रोद्देशकः—

नवघनं त्रिघनस्य घनं तथा कथय पञ्चघनस्य घनं च मे।
घनपदं च ततोऽपि घनात् सखे! यदि घनेऽस्ति घना भवतो मतिः॥

प्र०—हे सखे! यदि तव मतिर्घनक्रियायां निपुणाऽस्ति तदा ९।२७।१२५ एतेषां घनं पृथग् वद। तथा घनात् घनमूलं च पृथग् वदेति प्रश्नः।

भा०—हे मित्र! यदि घन क्रिया में तुम्हारी बुद्धि दृढ़ है तो ९ का घन, ३ के घन का घन, और ५ के घन का घन बताओ और उन घनों के पृथक् पृथक् घनमूल भी बताओ॥

यहाँ ९ का घन प्रथम प्रकार से ९×९×९ = ७२९ हुआ। एवं ३ का घन = २७। और २७ का घन = २७×२७×२७ = १९६८३। तथा द्वितीय प्रकार से २७ के घन करने के लिये पहिले अन्त्य (२) का घन ८ इसको अलग रखा। फिर २ के वर्ग को त्रिगुणित आदि अङ्क (७) से गुना कर ८४ इसको दूसरे स्थान में रखा। फिर आदि अङ्क ७ का वर्ग ४९ इस को त्रिगुणित अन्त्य (२×३) से गुना करके २९४ इसको तृतीय स्थान में रखा। फिर आदि का घन ३४३ इसे चतुर्थ स्थान में रक्खा इन चारों स्थान के अङ्कों को एक एक स्थान बढ़ा कर रखने से

```
८
 ८४
  २९४
   ३४३
-------
१९६८३
```

इनका योग करने से १९६८३ यह २७ का घन हुआ। और उदाहरण स्पष्ट है।

ग्रन्थकारः सूत्रोक्त्या प्रथमप्रकारेण जाताः क्रमेण घनाः ७२९।१९६८३। १९५३१२५ तथा एषां क्रमेण घनमूलानि ९।२७।१२५।

द्वितीयप्रकारोदाहरणं—यथा राशिः ९ अस्य खण्डे ५।४ आभ्यां गुणितो राशिः १८० त्रिघ्नः ५४० खण्डयोर्घनयोगेन १८९ अनेन युतो जातो घनः ७२९। वा तृतीयप्रकारोदाहरणराशिः २७ अस्य खण्डे २०।७ आभ्यां हतस्त्रिघ्नश्च ११३४० खण्डयोर्घनैक्येन ८३४३ युतो जातो घनः १९६८३। वा चतुर्थप्रकारोदाहरणम्—वर्गराशिः ९ अस्य वर्गमूलस्य घनः २७ अयं स्वघ्नो जातो घनः ७२९। यो वर्गघनः स एव वर्गमूलस्य घनवर्गः। बीजगणितेऽस्योपयोगो भवति।

अथ घनमूले करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे पुनस्तथाऽन्त्याद् घनतो विशोध्य।
घनं पृथक्स्थं पदमस्य कृत्या त्रिघ्न्या तदाद्यं विभजेत् फलं तु ॥११॥
पङ्क्त्यां न्यसेत् तत्कृतिमन्त्यनिघ्नीं त्रिघ्नीं त्यजेत् तत्प्रथमात् फलस्य
घनं तदाद्याद् घनमूलमेवं पंक्तिर्भवेदेवमतः पुनश्च ॥१२॥

सं०—अन्त्यात् घनात् घनं विशोध्य तत्पदं पृथक् पंक्त्यां विन्यस्यास्य कृत्या त्रिघ्न्या तदाद्याङ्क विभजेत् फलं (लब्धाङ्कं) तु पंक्त्यां न्यसेत्, तस्यापि लब्धस्य कृतिं अन्त्याङ्कनिघ्नीं त्रिघ्नीं तत्प्रथमात् त्यजेत्। तस्य फलस्य घनं च

तदाद्याद् घनात् त्यजेत् एवं पंक्तिरेव घनमूलं भवेत्। संख्यायासन्येऽप्यङ्कश्चेत्तदातोऽस्मात् क्रिया कार्या ॥ ११–१२ ॥

भा०—(जिस संख्या का घनमूल निकालना हो उस के) आद्य अङ्कों से आरम्भ कर एक पर घन का चिह्न (।) और उसके आगे दो पर अघन का चिह्न (––) फिर एक पर घन और दो पर अघन चिह्न लगावे इस प्रकार सब पर चिह्न लगा कर अन्त्य घन में जिसका घन घटे उस घन को घटा कर, मूल को अलग रख कर उसके वर्ग को त्रिगुणित करके जो संख्या हो उस से अगले (अघन) अङ्क में भाग देना, लब्धि को * पंक्ति में रख कर उसका वर्ग करै और उस (वर्ग) का अन्त्य (मूलाङ्क) और ३ से गुना करके फिर अगले (द्वितीय अघन) अङ्क में घटावे। और भाग देने में लब्धि जो हुई थी उसका घन अगले घन में घटावे, इस प्रकार पंक्ति का अङ्क घन मूल होता है। संख्या में और भी अङ्क बचे तो फिर भी उक्तरीति से क्रिया करै ॥ ११-१२ ॥

–।––।
जैसे—१९६८३ इस पर घन और अघन के चिह्न लगाने से अन्त्य घन १९ में २ का घन (८) घटाया फिर २ के वर्ग ४ को ३ से गुना कर १२ इस से शेष अग्रिम अघन (११६) में भाग देने से लब्धि ७ को पंक्ति में रखा, इसके वर्ग (४९) को अन्त्य (प्रथम मूल = २) से और ३ से गुना कर २९४ को शेष अग्रिम द्वितीय अघन ३२८ में घटाया, और लब्धि ७ का घन अग्रिम घन (शेष घनाङ्क = ३४३) में घटाया तो निश्शेष हो गया अतः पंक्ति २७ यह घन मूल हुआ। इसी प्रकार यदि और शेषाङ्क बचे तो पूर्व गृहीत मूल के दो अङ्कों की संख्या को अन्त्य कल्पना कर आगे क्रिया करनी चाहिये ॥

उप०—इदं मूलानयनं तु "स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्ये" त्यादि घनप्रकारस्य विलोमविधिनैवोपपद्यते।

उदा०—पूर्वोक्तघनानां७२९।१९६८३।१९५३१२५ घनमूलानि वदेति प्रश्नः।
न्यास०—यथोक्त्या जातानि क्रमेण घनमूलानि ९।२७।१२५ इति ॥११-१२॥

इत्यभिन्नपरिकर्माष्टकम्।

भिन्न अङ्कों की परिभाषा—किसी एक संख्या में दूसरी संख्या के भाग देने

* लब्धि में ९ के भीतर का ऐसा अङ्क लेना जिससे आगे क्रिया चल सकै।

पर यदि निश्शेष नहीं हो तो प्रथम संख्या (भाज्य) के नीचे दूसरी संख्या (भाजक) को रख देने से भिन्न संख्या कहलाती है। उस में भाज्य को अंश, लव तथा भाजक को हर, छेद, छिद्, हार कहते हैं। यथा ९ में ४ का भाग देना है तो ४ से ९ निश्शेष नहीं होता है, अतः $\frac{९}{४}$ यह भिन्नाङ्क हुआ। इसमें ९ अंश और ४ हर कहलाता है॥

अथ भिन्नपरिकर्माष्टकम्।

तत्रादावंशवर्णनम्। तत्रापि भागजातौ करणसूत्रं वृत्तम्—

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ राश्योः समच्छेदविधानमेवम्।
मिथो हराभ्यामपवर्त्तिताभ्यां यद्वा हरांशौ सुधियाऽत्र गुण्यौ॥१॥

सं०—द्वयो राश्योः हरांशौ परस्परहाराभिहतौ कार्यौ एवं समच्छेदविधानं भवति। यद्वाऽत्र सम्भवे परस्परं अपवर्तिताभ्यां हराभ्यां हरांशौ सुधिया गुणनीयौ तथापि समच्छेदविधिर्भवतीति॥ १॥

भा०— जिन दो या अधिक भिन्न संख्या का योग या अन्तर करना हो उन भिन्न संख्याओं के परस्पर एक के हर से अन्य संख्या के हर और अंशों को गुना करने से समच्छेद (सब में तुल्य हर) हो जाते हैं। अथवा सम्भवना हो तो किसी (समान) अङ्क से हरों को अपवर्तित करके उन अपवर्तित हरों से परस्पर अंश और हर को गुना करै तो भी समच्छेद हो जाते हैं॥

वि०—समच्छेद हो जाने पर सब अंशों (ऊपर वाले अङ्कों) का योग अथवा अन्तर करके उसके नीचे तुल्य हुए हर को लिखे तो वही अभीष्ट भिन्नाङ्कों का योग या अन्तर होता है॥

यथा—$\frac{४}{३}+\frac{५}{४}+\frac{७}{८}$ इनको योग करने के लिये समच्छेद करना है तो प्रथम संख्या के हर ३ से द्वितीय और तृतीय संख्या के हर, अंश को गुना करने से $\frac{४}{३}+\frac{१५}{१२}+\frac{२१}{२४}$ ऐसा हुआ। इसको फिर द्वितीय हर ४ से प्रथम और तृतीय हर अंशों को गुना करने से $\frac{१६}{१२}+\frac{१५}{१२}+\frac{८४}{९६}$ ऐसा हुआ। फिर तृतीय हर ८ से गुणित प्रथम द्वितीय हर अंशों को गुना करने से $\frac{१२८}{९६}+\frac{१२०}{९६}+\frac{८४}{९६}$ इस प्रकार समच्छेद (तुल्य हर = साजात्य) हो गया, अतः सब अंशों को जोड़ कर नीचे हर रखने से $\frac{१२८+१२०+८४}{९६}=\frac{३३२}{९६}$

$= \frac{८३}{२४}$ यह ऊपर निर्दिष्ट भिन्नाङ्कों का योग हुआ। यदि अन्तर करना हो तो इसी प्रकार समच्छेद करके अंशों का अन्तर कर नीचे हर लिखना चाहिये।

विशेष—जहाँ भिन्न संख्या के सब या कुछ हरों में किसी अङ्क के अपवर्तन की सम्भावना हो तो वहाँ सब हरों का जो लघुतम अपवर्त्य हो उसी को समच्छेद समझना और पृथक् पृथक् प्रत्येक अंश से उस समच्छेद में भाग देकर जो लब्धि हो उस (लब्धि) से पृथक् अंशों को गुना करने से अंश होते हैं। उन्हीं अंशों को जोड़ या घटा कर ऊपर लिखना और उक्त लघुतम-अपवर्त्य को हर के स्थान में लिखने से अभीष्ट भिन्न संख्या का योग या अन्तर हो जाता है

जैसे—ऊपर लिखित $\frac{४}{३}+\frac{५}{४}+\frac{७}{८}$ इन भिन्न संख्या के हर में ४ अंक से द्वितीय और तृतीय हर में अपवर्तन की सम्भावना है, अतः इन तीनों हरों का लघुतम अपवर्त्य समच्छेद होगा। अतः प्रसङ्ग वश लघुतम अपवर्त्य निकालने की क्रिया लिख देता हूँ।—जिन अङ्कों का लघुतम अपवर्त्य जानना हो उनको क्रम से पृथक्, पृथक्, लिख कर उनके बाएँ भाग में एक खड़ी रेखा के बाहर अपवर्तनाङ्क को लिख कर और उन अङ्कों के नीचे एक तिरछी रेखा देकर-अपवर्तनाङ्क से जिन अङ्कों में भाग शुद्ध हो जाए उन अङ्कों में भाग देकर लब्धि को रेखा के नीचे लिखना, तथा जिनमें भाग शुद्ध नहीं हो उन अङ्कों को भी नीचे लिखना। फिर इन अङ्कों का दूसरा अपवर्तनाङ्क हो तो उससे पूर्ववत् फिर भाग देकर उसके नीचे लब्धि और अङ्कों को लिखना। जब अपवर्तन की सम्भावना न हो तब अपवर्तनाङ्क, लब्धि और अपवर्त्य (रेखा के नीचे के) अङ्कों का गुणनफल को लघुतम अपवर्त्य समझना। यथा ३।४ ८ इनका लघुतम अपवर्त्य जानना है, अतः ३।४।८ इनमें ४ का अपवर्तन लगता है इसलिये ४ के इनको बाएँ भाग में लिख कर भाग देने से लब्धि १, २ को तथा ३ में भाग शुद्ध नहीं हुआ अतः ३ को रेखा के नीचे लिखा, इन (नीचे उतारे अङ्क) में फिर अपवर्तन नहीं लगाअतः ४ | ३।४।८

३।१।२

४ × ३ × १ × २ = २४ यह लघुतम अपवर्त्य हुआ। इसमें प्रथम हर (३)

से भाग देने से लब्धि ८ से उसके ऊपर वाले अंश ४ को गुना करने से ३२, तथा द्वितीय हर (४) से भाग देने से लब्धि (६) से उसके अंश (५) को गुना कर देने से ३०, तथा तृतीय हर (८) से भाग देकर लब्धि (३) से उसके अंश (७) को गुना करने से २१ ये क्रम से ३२, ३०, २१ अंश हुए और लघुतमापवर्त्य २४ यह हर हुआ अतः योग करने से

$= \frac{३२+३०+२१}{२४} = \frac{८३}{२४}$ पूर्वतुल्य ही हुआ। इसको ऐसे लिखते हैं, यथा--

$$\frac{४}{३}+\frac{५}{४}+\frac{७}{८}=\frac{३२}{२४}+\frac{३०}{२४}+\frac{२१}{२४}=\frac{३२+३०+२१}{२४}=\frac{८३}{२४}।$$

उप०—हरभक्ते भाज्ये निश्शेषलब्धिर्न चेत् सोऽङ्को भिन्नः (भेदितः) इति कथ्यते। यथा सप्तानां पञ्चमांशः $=\frac{७}{५}$। त्रयाणां चतुर्थांशः $=\frac{३}{४}$ इत्यादि। तद्योगान्तरार्थं समच्छेदत्व (तुल्यहरत्व) मेव साजात्यम्। तत्र भाज्यहरयो-स्तुल्यगुणने तुल्यभजनेऽपि सम्बन्धे विकाराभावात् परस्परं हराभ्यां, अपवर्तिताभ्यां वा मिथो हराभ्यां गुणितयोर्हरांशयोः समच्छेदत्वं भवितुमर्हत्येव यथा--

$\frac{अ}{क}+\frac{त}{प}$ अत्र यदि $\frac{अ}{क}=च।\frac{त}{प}$ ज, तदा अ $=$ क. च। त $=$ प. ज,

$\therefore$ अ. प $=$ क. च. प। त. क. $=$ प. ज. क. $\therefore \frac{अ. प.}{क. प.}=च।\frac{त. क.}{क. प.}=ज,$

$\therefore \frac{अ\times प}{क\times प}\pm\frac{त\times क}{क\times प}=च\pm ज,$ इति। एवमुत्तरार्धमप्युपपद्यते ॥ १ ॥

अत्रोद्देशकः--

रूपत्रयं पञ्चलवस्त्रिभागो योगार्थमेतान् वद तुल्यहारान्।
त्रिषष्टिभागश्च चतुर्दशांशः समच्छिदौ मित्र! वियोजनार्थम् ॥१॥

हे मित्र! ३, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$ इन भिन्नाङ्कों को योग करने के लिये, तथा $\frac{१}{६३}$, $\frac{१}{१४}$ इन दोनों को अन्तर करने के लिये समच्छेद बताओ।

उदाहरण—गणित नीचे संस्कृत में स्पष्ट ही है। यहाँ प्रथम उदाहरण के हरों में अपवर्तन की सम्भावना नहीं है। द्वितीय (अन्तर वाला) उदाहरण के हर (६३, १४) में ७ का अपवर्तन लगता है अतः इन दोनों का उक्त

विधि से लघुतम अपवर्त्य १२६ यह समच्छेद हुआ। और स्पष्ट ही है।

ग्रन्थ०--$\frac{३}{१}$ । $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{३}$ एतेषां योगकरणार्थं $\frac{१}{१४}$ । $\frac{१}{६३}$ अनयोश्चान्तरार्थं समच्छेदविधिं वदेति प्रश्नः।

उत्त०--न्यासः $\frac{३}{१}+\frac{१}{५}+\frac{१}{३}$ परस्परहरगुणितहरांशवशाज्जाताः समच्छेदाः $\frac{४५}{१५}+\frac{३}{१५}+\frac{५}{१५}$ । योगः $=\frac{५३}{१५}=३+\frac{८}{१५}$ ।

द्वितीयोदाहरणेऽन्तरार्थं न्यासः $\frac{१}{१४}-\frac{१}{६३}$, अत्र सप्तापवर्तिताभ्यां हराभ्यां २।९ आभ्यां गुणितौ हरांशौ जातौ समच्छेदौ $\frac{९}{१२६}-\frac{२}{१२६}$ । अन्तरम् $=\frac{७}{१२६}=\frac{१}{१८}$ ॥

अथ प्रभागजातौ करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

लवा लवघ्नाश्च हरा हरघ्ना भागप्रभागेषु सवर्णनं स्यात्।

सं०--कस्यचिद् भागस्यपि भागः प्रभाग इत्युच्यते तत्र अंशा अंशैः, हराश्च हरैर्गुणिताः सवर्णनं भवति ॥

भा०—(किसी संख्या के भाग के भी भाग किये जाँय तो वह प्रभाग जाति या भाग प्रभाग गणित कहलाता है) भाग प्रभाग में अंशों को अंश से और हरों को हर से गुना कर देने से सवर्णन होता है।

जैसे—१ के आधे का तृतीयांश क्या होगा? तो यहाँ $\frac{१}{१}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{३}$ इनके अंशों को अंश से और हरों को हर से गुणन करने पर $\frac{१\times१\times१}{१\times२\times३}=\frac{१}{६}$ हुआ। यही उत्तर हुआ। एवं--१२ के तृतीयांश का चतुर्थांश कितना होगा? तो इस प्रश्न में $\frac{१२}{१}\times\frac{१}{३}\times\frac{१}{४}=\frac{१२}{१२}=\frac{१}{१}$ उत्तर है।

उप०--कल्प्यते राशिः$\frac{क}{ख}$, अस्य ग गुणितो घ-भागः $=\frac{क\times ग}{ख\times घ}$ अस्य पुनः च गुणितो ज भागः $=\frac{क\times ग\times च}{ख\times घ\times ज}$ इत्येवमत्र लवा लवघ्ना हरा हरघ्ना एव जायन्तेऽत उपपन्नम् ॥

अत्रोद्देशकः--

द्रम्मार्धत्रिलवद्वयस्य सुमते! पादत्रयं यद्भवेत्

तत्पञ्चांशकषोडशांशचरणः सम्प्रार्थितेनार्थिने।

दत्तो येन वराटकः कति कदर्येणार्पितास्तेन मे
ब्रूहि त्वं यदि वेत्सि वत्स ! गणिते जातिं प्रभागाभिधाम् ॥१॥

सं०—हे सुमते ! सम्प्रार्थितेन येन कदर्येण द्रम्मार्धत्रिलवद्वयस्य पादत्रयं यत् तत्पञ्चमांशकस्य यः षोडशांशो भवेत् तच्चतुर्थांशोऽर्थिने (याचकाय) दत्तस्तदा तेन कदर्येण कति वराटका अर्पिता इति मे ब्रूहि, यदि त्वं प्रभागाभिधां जातिं वेत्सि । इति प्रश्नः ।

भा०–हे सुमते ! किसी याचक के द्वारा प्रार्थित होने पर एक कदर्य (कृपण) ने एक द्रम्म के आधे का जो द्विगुणित तृतीयांश उसके त्रिगुणित चतुर्थांश जो हो उसके पञ्चमांश के षोडशांश का चतुर्थांश याचक को दिया तो हे वत्स ! यदि तुम प्रभाग जाति गणित जानते हो तो बताओ कि उस कृपण ने कितने वराटक दिये । उदाहरण क्रिया नीचे संस्कृत में स्पष्ट है ।

प्र. का. न्यासः—$\frac{१}{१}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{२}{३}$ $\frac{३}{४}$ $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{१६}$ $\frac{१}{४}$ सूत्रोक्त्या सवर्णिते जातम् $=\frac{६}{७६८०}=\frac{१}{१२८०}$ द्रम्मभागोऽतो वराटकः = १ एको दत्तो वराटकः । इत्युत्तरम् । इति प्रभागजातिः ॥

अथ भागानुबन्धभागापवाहयोः करणसूत्रम्—

छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णमेकस्य भागा अधिकोनकाश्चेत् ॥ १ ॥
स्वांशोधिकोनः खलु यत्र तत्र भागानुबन्धे च लवापवाहे ।
तलस्थहारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान् ॥ २ ॥

सं०--चेदेकस्य भागा अधिकोनकाः कर्तव्यास्तदा छेदघ्नरूपेषु लवाः (ते-भागः) धनर्णं (योज्या वियोज्या वेत्यर्थः) । यत्र स्वांशः अधिकोनः (युतो हीनो वा) तत्र भागानुबन्धे अंशापवाहे तलस्थहारेण हरं निहन्यात् गुणयेत् । तथा स्वांशाधिकोनेन तेन (हरेण) भागान् (अंशान्) निहन्यात् ॥

भा०--(जहाँ एक अभिन्न संख्या में दूसरी भिन्न संख्या को जोड़ना हो तो वह भागानुबन्ध, और घटाना हो तो भागापवाह कहलाता है) यदि किसी एक अङ्क का कोई भाग दूसरे अंक में जोड़ा या घटाया जाय तो उस भिन्न संख्या के हर से रूप (अभिन्न संख्या) को गुना करके उसमें भिन्न संख्या के लव (अंशाङ्क) को जोड़ या घटा देना चाहिये ।

यदि किसी संख्या में अपना ही कोई भाग जोड़ना या घटाना हो वहाँ सब से नीचे (पीछे) के हर से ऊपर के हर को गुना करै और अंश को हर में घटा कर जो शेष बचे उससे ऊपर के अंश को गुना करै, यदि अधिक हर हो तो फिर उससे ऊपर वाले हर से उक्त क्रिया करै ॥ २—३ ॥

उप०—यत्रैकस्मिन् राशौ अन्यस्यांशो योज्यते स भागानुबन्धः, यत्र च विशोध्यते स भागापवाहः । कल्प्यते क $\pm \frac{ग}{घ}$, अत्र "कल्प्यो हरो रूपमहारराशेः" इति वक्ष्यमाणेन $\frac{क}{१} \pm \frac{ग}{घ} = \frac{क+घ \pm ग}{घ}$ इत्युपपद्यते । तथा यदि $\frac{क}{ग}$ अस्मिन् स्वकीय एव $\frac{च}{ज}$ भागो धनर्णं तदा $\frac{क}{ग} \pm \frac{क \times च}{ग \times ज}$ तदाऽत्र "मिथो हराभ्यामपवर्तिताभ्या" मिति 'ग' अनेन हरावपवर्त्य समच्छेदौ विधाय $\frac{क \times ज}{ग \times ज} \pm \frac{क \times च}{ग \times ज} = \frac{क \times (ज+च)}{ग \times ज}$ इत्युपपद्यते ॥

साङ्घ्रिद्वयं त्रयं व्यङ्घ्रि कीदृग्ब्रूहि सवर्णितम् ।
जानास्यंशानुबन्धं चेत् तथा भागापवाहनम् ॥ १ ॥

सं०—यदि त्वं भागानुबन्धं भागापवाहनं च जानासि तदा चतुर्थांशयुतं द्वयं, चतुर्थांशोनं त्रयं च सवर्णितं कीदृगिति ब्रूहि ।

भा०—हे मित्र ! यदि तुम भागानुबन्ध और भागापवाह जानते हो तो २ में $\frac{१}{४}$ जोड़ने से और ३ में $\frac{१}{४}$ घटाने से क्या होगा ? बताओ ॥ यहाँ हर ४ से रूप २ को गुना करके (८ को) अंश १ में जोड़ने से $\frac{९}{४}$ यह प्रथम प्रश्न का उत्तर हुआ । तथा दूसरे प्रश्न में हर चार से रूप ३ को गुना कर उसमें अंश १ घटाने से $\frac{११}{४}$ यह उत्तर हुआ ॥

प्र. का.— न्यासः २ + $\frac{१}{४}$ सूत्रोक्त्या सवर्णिते जातम् $\frac{९}{४}$ । तथा ३ − $\frac{१}{४}$ = $\frac{११}{४}$ ।

अथ स्वांशाधिकोनोदाहरणम्—

अङ्घ्रिः स्वत्र्यंशयुक्तः स निजदलयुतः कीदृशः कीदृशौ द्वौ
त्र्यंशौ स्वाष्टांशहीनौ तदनु च रहितौ स्वैस्त्रिभिः सप्तभागैः ।

अर्धं स्वाष्टांशहीनं नवभिरथ युतं सप्तमांशैः स्वकीयैः
कीदृक् स्याद् ब्रूहि वेत्सि त्वमिह यदि सखेंऽशानुबन्धापवाहौ ॥२॥

सं०—अङ्घ्रिः (चतुर्थांशः) स्वत्र्यंशयुक्तः स पुनः निजदलयुतः कीदृशः ? इति प्रथमप्रश्नः । तथा द्वौ त्र्यंशौ स्वाष्टांशहीनौ तदनु स्वैस्त्रिभिः सप्तभागै रहितौ कीदृशौ ? इति द्वितीयप्रश्नः । तथा अर्धं स्वाष्टांशहीनं पुनः स्वकीयैर्नवगुणितैः सप्तमांशैर्युतं कीदृक् स्यात् इति ब्रूहि । हे सखे ! यदि त्वं अंशानुबन्धापवाहौ जानासीति तृतीयः प्रश्नः ।

भा०—हे मित्र ! यदि तुम अंशानुबन्ध और अंशापवाह जानते हो तो $\frac{१}{४}$ में अपना $\frac{१}{३}$ जोड़ने से जो हो उसमें फिर अपना (उसीका) $\frac{१}{२}$ जोड़ने से क्या होगा ? । तथा $\frac{२}{३}$ में अपना $\frac{१}{८}$ घटाने से जो हो उसमें फिर अपना $\frac{३}{७}$ घटाने से क्या बचेगा ? । और $\frac{१}{२}$ में अपना $\frac{१}{८}$ घटा कर जो हो उसमें फिर उसी का $\frac{९}{७}$ जोड़ने से क्या होगा ? सो बताओ । इन तीनों प्रश्न का न्यास और सूत्र रीति से क्रिया नीचे स्पष्ट है ।

क्रमेण न्यासः—

$\frac{१}{४}$	$\frac{२}{३}$	$\frac{१}{२}$
$\frac{१}{३}$	$\frac{१}{८}$	$\frac{१}{८}$
$\frac{१}{२}$	$\frac{३}{७}$	$\frac{९}{७}$

सूत्रोक्त्या क्रमेण सवर्णिते जातम् ।

$$\frac{१ \times ३ \times ४}{४ \times २ \times ३} = \frac{१}{२} = \text{प्र०}$$

$$\frac{२ \times ४ \times ७}{३ \times ७ \times ८} = \frac{१}{३} = \text{द्वि०}$$

$$\frac{१ \times १६ \times ७}{२ \times ७ \times ८} = \frac{१}{१} = \text{तृ०}$$

इति जातिचतुष्टयम् ।

अथ भिन्नसंकलित-व्यवकलितयोः करणसूत्रम्—

योगोऽन्तरं तुल्यहरांशकानां कल्प्यो हरो रूपमहारराशेः ।

सं०—तुल्यहराणामेवांशानां योगोऽन्तरं वा कार्यम् । अहारराशेश्च (हरवर्जितस्य तु) रूपं (१) हरः कल्पनीयः ॥

भा०—जिन संख्याओं में तुल्य हर हों उन्हीं अंशों (संख्या के ऊपर वाले अङ्कों) का योग या अन्तर करना चाहिये । तथा जिस संख्या में हर नहीं हो उसके नीचे १ हर कल्पना करनी चाहिये ।

उप०—भिन्नाङ्कानां तुल्यहरत्वमेव साजात्यमतस्तादृशानामेव योगान्तरे समुचिते।

अत्रोद्देशक:

पञ्चांशपादत्रिलवार्धषष्ठानेकीकृतान् ब्रूहि सखे ! ममैतान्।
एभिश्च भागैरथ वर्जितानां किं स्यात् त्रयाणां कथयाशु शेषम् ॥१॥

प्र. का. न्यासः—$\frac{१}{५}+\frac{१}{४}+\frac{१}{३}+\frac{१}{२}+\frac{१}{६}$ समच्छेदं विधाय योगे जातम् $=\frac{२९}{२०}$ । अथैतैर्वर्जितानां त्रयाणां ३ $-\frac{२९}{२०}=\frac{३१}{२०}$ = शेषम्

भा०—हे मित्र $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{६}$ इनका योग बताओ । और उसी योग फल को ३ में घटा कर क्या शेष बचेगा वह भी बता दो ।

यहाँ सब हरों का, लघुतम अपवर्त्य ६० है, अतः ६० में सब हरों के पृथक् भाग देकर लब्धि से अंशों को गुना करने से समच्छेद $=\frac{१२}{६०}+\frac{१५}{६०}+\frac{२०}{६०}+\frac{३०}{६०}+\frac{१०}{६०}$ इनका योग करने से $\frac{८७}{६०}=\frac{२९}{२०}$ इसको फिर ३ में घटाने के लिये "अहारराशे रूपं (१) हरः कल्प्यः" इस नियम से $\frac{३}{१}-\frac{२९}{२०}$, समच्छेद करके $\frac{६०}{२०}-\frac{२९}{२०}=\frac{३१}{२०}$ अन्तर हुआ ॥ अथवा "छेदघ्नरूपेषु" इत्यादि प्रकार से भी ३—$\frac{२९}{२०}=\frac{३१}{२०}$ यही सिद्ध होता है ।

इति भिन्नसंकलितव्यवकलिते ।

अथ भिन्नगुणने करणसूत्रम्—

अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता लब्धं विभिन्ने गुणने फलं स्यात् ॥४॥

सं०—विभिन्ने गुणने अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता लब्धं गुणनफलं स्यात् ।

भा०—जिन भिन्न संख्याओं के गुणन करना हो उनके अंशों को परस्पर गुना करके उसमें हरों के घात के भाग देने से लब्धि भिन्न गुणन फल होता है ॥

जैसे—$\frac{१५}{४}$ को $\frac{१२}{४}$ से गुना करने से क्या होगा ? इस प्रश्न में अंशों (१५ और १२) को परस्पर गुना करके उसमें हरों (४ और ५) के

घात ४ × ५ से भाग देने से = $\frac{१५ \times १२}{४ \times ५} = \frac{१८०}{२०}$ $\frac{९}{१}$ = ९ यह गुणन फल हुआ।

भिन्न गुणन में अंशों को परस्पर गुणन चिह्न लगा कर पृथक् रक्खे उसके नीचे हरों के पृथक् गुणन चिह्न लगा कर रक्खे उन अंश और हर में किसी अङ्क से अपवर्तन लगता हो तो अपवर्तन देकर गुणन क्रिया करै।

यथा $\frac{१५}{७}$, $\frac{१४}{२}$, $\frac{१२}{५}$ इनके गुणन फल क्या है ? तो यहाँ उक्त रीति से

$\frac{१५ \times १४ \times १२}{७ \times २ \times ५} = \frac{१ \times २ \times १२}{१ \times १ \times १} = \frac{२४}{१}$ = २४ यह गुणन फल हुआ।

उप०—यदि गुण्यः = या = $\frac{अ}{ग}$। गुणकः = का = $\frac{घ}{च}$ अतः अ = या × ग। घ = का × च। अतः अ × घ = या × ग × का × च ∴ $\frac{अ \times घ}{ग \times च}$ = या × का

इत्युपपन्नम्।

अत्रोद्देशकः—

सत्र्यंशरूपद्वितयेन निघ्नं स-सप्तमांशद्वितयं भवेत् किम् ?।
अर्धं त्रिभागेन हतं च विद्धि दक्षोऽसि भिन्ने गुणनाविधौ चेत् ॥६॥

सं०—ससप्तमांशद्वितयं सत्र्यंशरूपद्वितयेन निघ्नं किं भवेदिति प्रथमः प्रश्नः। तथा अर्धं त्रिभागेन हतं किं भवेत् ? इति ब्रूहि चेत् त्वं भिन्ने गुणन-विधौ दक्षोऽसीति द्वितीयः प्रश्नः।

भा०—हे मित्र ! २ + $\frac{१}{७}$ से २ + $\frac{१}{३}$ को और $\frac{१}{२}$ को $\frac{१}{३}$ से गुना करने से गुणन फल क्या होगा ? यदि तुम भिन्न गुणन में समर्थ हो तो बताओ।

क्रिया नीचे स्पष्ट है ॥

प्र. का.—गुण्यः २ + $\frac{१}{७} = \frac{१५}{७}$। गुणकः = २ + $\frac{१}{३} = \frac{७}{३}$। सूत्रोक्त्या गुणिते $\frac{१५ \times ७}{७ \times ३} = \frac{५}{१}$। एवं गुण्यः $\frac{१}{२}$। गुणकः $\frac{१}{३}$ गुणिते जातम् $\frac{१}{२} \times \frac{१}{३} = \frac{१}{६}$।

इति भिन्नगुणनम्।

अथ भिन्नभागहारे करणसूत्रम्—

छेदं लवं च परिवर्त्य हरस्य शेषः कार्योऽथ भागहरणे गुणनाविधिश्च ।

सं०—भागहरणे हरस्य छेदं लवं परिवर्त्य गुणनाविधिः कार्यः ।

भा०—भिन्न संख्या के भाग में भाजक के हर और अंश को परिवर्तन (हर को अंश और अंश को हर बना) कर भाज्य के अंश हर के साथ गुणन क्रिया कर देने से भाग फल होता है ।

जैसे—$\frac{१५}{७}$ को $\frac{५}{३}$ से भाग देना है तो हर ($\frac{५}{३}$) के अंश हर को परिवर्तन करने से $\frac{३}{५}$ हुआ इससे भाज्य $\frac{१५}{७}$ को गुना करने से $\frac{१५}{७} \times \frac{३}{५} = \frac{3 \times 3}{७} = \frac{९}{७}$ यह लब्धि (भाग फल) हुआ ॥ इसकी लाघव क्रिया इस प्रकार है, यथा—
$\frac{१५}{७} \div \frac{५}{३} = \frac{१५}{७} \times \frac{३}{५} = \frac{९}{७}$ ।

उप०—यदि $भा = \frac{क}{ग}$ । $ह = \frac{घ}{च}$ तदा $भा \times ग = क$ । $ह \times च = घ$

$\therefore \frac{भा \times ग}{ह \times च} = \frac{क}{घ}$, पक्षौ 'च' अनेन संगुण्य, 'ग' अनेन विभज्य

जातौ $\frac{भा}{ह} = \frac{क}{ग} \times \frac{च}{घ}$, इत्युपपन्नम् ।

अत्रोद्देशकः—

सत्र्यंशरूपद्वितयेन पञ्च त्र्यंशेन षष्ठं वद मे विभज्य ।
दर्भीयगर्भाग्रसुतीक्ष्णबुद्धिश्चेदस्ति ते भिन्नहृतौ समर्था ॥ १ ॥

सं०—यदि भिन्नहृतौ ते (तव) कुशगर्भाग्रवत् सुतीक्ष्णबुद्धिरस्ति तदा सत्र्यंशरूपद्वितयेन पञ्च विभज्य तथा तृतीयांशे षष्ठांशे विभज्य वदेति ।

भा०—हे मित्र ! यदि तुम्हारी बुद्धि भिन्न भाग हरण में कुशाग्र सदृश तीक्ष्ण है तो ५ को $२ + \frac{१}{३}$ से और $\frac{१}{६}$ को $\frac{१}{३}$ से भाग देकर भाग फल क्या होगा ? यह बताओ ।

न्य. का.-भाज्य-भाजकयोर्न्यासः—$\frac{५}{१}$, $(.२ + \frac{१}{३})$ । $\frac{१}{६}$, $\frac{१}{३}$ । सूत्रोक्त्या यथोक्तकरणेन जातम् $\frac{५}{१} \div \frac{७}{३} = \frac{५}{१} \times \frac{३}{७} = \frac{१५}{७}$ । तथा $\frac{१}{६} \div \frac{१}{३} = \frac{१}{६} \times \frac{३}{१} = \frac{१}{२}$, इति ।

इति भिन्नभागहारः ।

अथ भिन्नवर्गादौ करणसूत्रम्—

वर्गे कृतौ घनविधौ तु घनौ विधेयौ
हारांशयोरथ पदे च पदप्रसिद्ध्यै ॥ ५ ॥

सं०—भिन्नसंख्याया वर्गे हारांशयोर्वर्गौ कार्यौ, तथा घनविधौ हारांशयोर्घनौ विधेयौ। तथा पदप्रसिद्ध्यै (मूलग्रहणार्थं) हारांशयोः पदे (मूले) ग्राह्ये ॥ ५ ॥

भा०—किसी भिन्न संख्या का वर्ग करना हो तो हर और अंश दोनों के वर्ग करै, तथा घन करना हो तो दोनों का घन करै, एवं वर्गमूल घनमूल निकालना हो तो दोजों का मूल निकालना चाहिये।

जैसे $\frac{३}{४}$ इसका वर्ग करना है तो हर और अंश दोनों के वर्ग करने से $\frac{९}{१६}$ यह वर्ग हुआ। एवं $\frac{२५}{३६}$ इसका मूल निकालना है, तो दोनों के मूल लेने से $\frac{५}{६}$ यह मूल हुआ। $\frac{३}{२}$ का घन = $\frac{२७}{८}$, तथ $\frac{२१६}{६४}$ का घन मूल = $\frac{६}{४}$ इत्यादि ॥ ५ ॥

उप०—$\frac{अ}{क}$ अस्य भिन्नगुणनविधिना 'समद्विघात' इत्यादिना च वर्गः $= \frac{अ \times अ}{क \times क} = \frac{अ^2}{क^2}$, एवं घनादिकमप्युपपद्यते ॥ ५ ॥

अत्रोद्देशकः—

सार्धत्रयाणां कथयाशु वर्गं वर्गात् ततो वर्गपदं च मित्र!।
घनं च मूलं च घनात् ततोऽपि जानासि चेद्वर्गघनौ विभिन्नौ ॥ १ ॥

भा०—हे मित्र! यदि तुम भिन्न संख्या के वर्ग और घन क्रिया को जानते हो तो $\frac{७}{२}$ का वर्ग और उस वर्ग का वर्गमूल तथा उसी ($\frac{७}{२}$) का घन और घन का मूल बताओ। उदाहरण क्रिया नीचे संस्कृत में स्पष्ट ही है ॥ १ ॥

न्यासः—$३ + \frac{१}{२} = \frac{७}{२}$ सूत्रोक्त्याऽस्य वर्गः $= \frac{४९}{४}$ तथास्य यथोक्त्यावर्गमूलं $= \frac{७}{२}$। पुनरस्य घनः $\frac{343}{८}$ अस्मात् घनमूलम् $= \frac{७}{२}$ ॥

इति भिन्नपरिकर्माष्टकम्।

अथ शून्यपरिकर्मसु करणसूत्रम्

योगे खं क्षेपसमं वर्गादौ खं खभाजितो राशिः ।
खहरः स्यात् खगुणः खं खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ ॥१॥
शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत् पुनस्तदा राशिः ।
अविकृत एव ज्ञेयस्तथैव खेनोनितश्च युतः ॥२॥

सं०—खं (शून्यं प्रति) योगे क्षेपसममेव । शून्यस्य वर्गादौ शून्यमेव स्यात् । खभाजितो राशिः खहरः (अनन्तः) स्यात् । खगुणो राशिः खं (शून्यं) भवति । शेषविधौ तु खगुणश्चिन्त्य एव, शून्ये गुणके जाते सति खं हारोऽपि चेत् तदा राशिरविकृतः (यथावत्) एव तथा खेनोनितः, खेन युतश्चाविकृत एव ज्ञेयः ॥

भा०—शून्य में जितनी संख्या जोड़ी जाती है उतनी रहती है । शून्य के वर्ग, वर्गमूल, घन और घनमूल आदि शून्य ही समझना । किसी संख्या में शून्य के भाग देने से लब्धि अनन्त होती है और उसको खहर संज्ञा होती है। किसी संख्या को शून्य से गुना करने-से गुणनफल शून्य हो जाता है । यदि शेष विधि (आगे क्रिया) करना हो तथा शून्य गुणक होने पर पश्चात् शून्य हार (भाजक) भी हो तो फिर उस राशि (शून्य से गुणित संख्या) को अविकृत (ज्यों के त्यों) ही रखना । तथा किसी भी संख्या में शून्य जोड़ने या घटाने पर भी वह संख्या अविकृत ज्यों के त्यों रहता है । उदाहरण संस्कृत में आगे स्पष्ट ही है ॥ १-२ ॥

उप०—शून्यं त्वङ्काभावोऽतः शून्ययोगान्तरोपपत्तिः सुबोधैव । गुणने तु यथायथा गुणकमानमल्पं तथा तथा गुणनफलस्याल्पत्वात् परमाल्पे (शून्यसमे) गुणकमाने गुणनफलस्यापि परमाल्पत्वं (शून्यसमत्वं) समुचितमेव । एवं यथायथा भाजकमानमल्प तथा तथा लब्ध्याधिक्यात् परमाल्पे (शून्यसमे) हरे लब्धेः परमाधिक्यात् (अनन्तसमत्वात्) 'खहरः' इति संज्ञा समुचितैव । तथा च शून्ये गुणके शून्यत्वे शेषविधौ क्रियानर्हत्वात् खगुणचिन्तनमपि सुयुक्तिकमेवेत्युपपन्नम् ॥

अत्रोद्देशकः—

खं पञ्चयुग्भवति किं वद खस्य वर्गं मूलं घनं घनपदं खगुणाश्च पञ्च।
खेनोद्धृता दश च कः खगुणो निजार्धयुक्तस्त्रिभिश्च गुणितः खहृतस्त्रिषष्टिः॥

भा०—हे मित्र ! शून्य में ५ जोड़ने से क्या होगा ? और शून्य का वर्ग, शून्य का वर्गमूल, शून्य का घन, शून्य का घनमूल पृथक् पृथक् बताओ। तथा ५ को शून्य से गुना करने से और १० को शून्य से भाग देने से क्या होगा ? यह भी बताओ। एवं कौन ऐसी संख्या है जिसको शून्य से गुना कर देते है उसमें अपना (उसीका) आधा जोड़ देते हैं, फिर ३ से गुना करके शून्य का भाग देते हैं तो ६३ होता है, उसे भी बताओ॥

क्रिया ग्रन्थकार के न्यास से स्पष्ट ही है॥

उ०—न्यासः शून्यं पञ्चयुतं जातम्=५+०=५। शून्यस्य वर्गः=$०^{२}$=०। शून्यस्य मूलम् $\sqrt{०}$=०। शून्यस्य घनः=०^{3}=०। घनमूलम् $\sqrt[3]{०}$=०। पञ्च खगुणाः=५×०=०। दश (१०) खेन भक्ताः $\frac{१०}{०}$ खहराः अनन्तः॥

अथान्तिमः प्रश्नः—कः राशिः खगुणः निजार्धयुक्तः त्रिभिर्गुणितः खहृतः त्रिषष्टिर्भवतीति तं राशिं वदेति प्रश्नः।

अतो वक्ष्यमाणविलोमविधिना वा इष्टकर्मणा लब्धो राशिः १४। अस्य गणितस्य ग्रहगणिते महानुपयोगो भवति॥

भा०—अन्तिम प्रश्न में गुणक ० को हर और धन स्वकीय $\frac{१}{२}$ को 'स्वांशाधिकोने' इत्यादि विधि से $\frac{१}{3}$ बना कर ऋण, तथा गुणक ३ को हर और हर ० को गुणक कल्पना करके दृश्य ६३ में विलोमक्रिया करने के लिये न्यास करके तदनुसार नीचे से दृश्य में यथावत् क्रिया करने से राशि = १४।

न्यास — गुणक ० हर = $\frac{१४×०}{०}$ = १४ = राशिः।

धनस्य $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{3}$ ऋण = २१×०— $\frac{२१×०}{३}$ = १४×०

गुणक ३ हर = $\frac{६३×०}{३}$ = २१×०

हर ० गुणक = ६३×० (शून्य गुणनचिन्त्यमात्र)

दृश्य ६३

इति शून्यपरिकर्माष्टकम् ।

—०—

अथ व्यस्तविधौ करणसूत्रम्—

छेदं गुणं गुणं छेदं वर्गं मूलं पदं कृतिम् ।
ऋणं स्वं स्वमृणं कुर्याद् दृश्ये राशिप्रसिद्धये ॥ १ ॥
अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः ।
अंशस्त्वविकृतस्तत्र विलोमे शेषमुक्तवत् ॥ २ ॥

सं०—विलोमे व्यस्तविधौ राशिप्रसिद्धये राशिज्ञानार्थः दृश्ये दृष्टराशौ छेदं गुणं, गुणं छेदं, वर्गं मूलं, पदं कृतिम्, ऋणं स्वं स्वं च ऋणं कुर्यात् ।

अथ—स्वांशेनाधिके (युते) सति हरोंऽशाढ्यः कार्यः । स्वांशोने सति हरोंऽशेनोनः कार्यः, अंशस्तु तत्र अविकृत एव (यथावदेव) धार्यस्तत उक्तवत् (छेदं गुणं गुणं छेदमित्यादिना) शेषं कर्म कार्यमिति ॥

भा०—विलोम विधि से राशि जानने के लिये, दृश्य में हर को गुणक, गुणक को हर, वर्ग को मूल, मूल को वर्ग, ऋण को धन, धन को ऋण बनाकर अन्त से उल्टी क्रिया करने से राशि सिद्ध हो जाता है ॥ १–२ ॥

विशेष—जहाँ अपना अंश जोड़ा गया हो वहाँ हर में अंश को जोड़ कर, और जहाँ अपना अंश ऋण किया (घटाया) गया हो वहाँ हर में अंश को घटा कर हर कल्पना करै फिर दृश्य राशि में विलोम क्रिया उक्तरीति से करै तो राशि सिद्ध होता है ।

उप०—यद्‌गुणो राशिर्दृश्यसमो भवति तद्भक्तदृश्यो राशिसम एवेत्यादि व्यस्तविधेर्वासना सुबोधैव । स्वांशाधिकोने यदि दृश्यः = द = क $\pm$ $\frac{\text{क} \times \text{ल}}{\text{ह}}$

$\therefore$ ह $\times$ द = क $\times$ (ह $\pm$ ल) $\therefore$ $\frac{\text{ह} \times \text{द}}{\text{ह} \pm \text{ल}}$ = क = द + $\frac{\text{ह} \times \text{द}}{\text{ह} \pm \text{ल}}$ – द =

द + (ह × द − ह × द ∓ द × ल) / (ह ± ल) = द ∓ (द × ल) / (ह ± ल), इत्युपपद्यते । अत्र

ह = हरः । द = दृश्यः । ल = लवः । राशिः = क ॥

अत्रोद्देशकः—

यस्त्रिघ्नस्त्रिभिरन्वितः स्वचरणैर्भक्तस्ततः सप्तभिः
स्वत्र्यंशेन विवर्जितः स्वगुणितो हीनो द्विपञ्चाशता ।
तन्मूलेऽष्टयुते हृतेऽपि दशभिर्जातं द्वयं ब्रूहि तं
राशिं वेत्सि हि चञ्चलाक्षि ! विमलां बाले ? विलोमक्रियाम् ॥ १ ॥

भा०—हे चञ्चलाक्षि ! वाले ! यदि तुम विलोम क्रिया को जानती हो तो जिस राशि को ३ से गुना फिर उसमें अपना ३/४ जोड़ देते है फिर ७ का भाग देते हैं पुनः अपना १/३ घटा देते हैं फिर उसका वर्ग करते हैं पुनः उसमें ५२ घटा कर मूल लेते हैं, उसमें ८ जोड़ कर १० का भाग देते हैं तो २ लब्धि होती है उस राशि को बताओ ॥ १ ॥

उदाहरण क्रिया संस्कृत में न्यास पूर्वक स्पष्ट है ॥

न्यासः—

गुणः ३	हरः	८४ ÷ ३ = २८ राशिः ।
धनम् स्व ३/४ स्वात् ३/७	ऋणम्	१४७ − ६३ = ८४
हरः ७	गुणः	२१ × ७ = १४७
ऋणम् १/३ ख १/२	धनम्	१४ + ७ = २१
वर्गः =	मूलम्	$\sqrt{१९६}$ = १४
ऋणम् ५२	धनम्	१४४ + ५२ = १९६
मूलम् =	वर्गः	$१२^{२}$ = १४४
धनम् ८	ऋणम्	२० − ८ = १२
हरः १०	गुणः	२ × १० = २०
	दृश्यः =	२ अतो व्यस्तविधिना राशिः २८ ।

इति व्यस्तविधिः ।

—०—

अथेष्टकर्मणि करणसूत्रम्—

उद्देशकालापवदिष्टराशिः क्षुण्णो हृतोंऽशै रहितो युतो वा।
इष्टाहतं दृष्टमनेन भक्तं राशिर्भवेत् प्रोक्तमितीष्टकर्म ॥ १ ॥

सं०—उद्देशकालापवद् (उदाहरणे यादृशालापस्तथा) इष्टराशिर्गुणितः, हृतः, अंशैः रहितो युतो वा कार्यस्तथाकृते यन्निष्पद्यतेऽनेन कल्पितेष्टाहतं दृष्टं भक्तं लब्ध इष्टराशिर्भवेत्। इत्येवेदमिष्टकर्म प्रोक्तम् ॥ १ ॥

भा०—प्रश्न में प्रश्नकर्त्ता का जिस प्रकार कथन हो उस प्रकार किसी कल्पित इष्ट राशि को गुना करना, या भाग देना कोई अंश घटाने को कहा गया हो तो घटाना, जोड़ने को कहा गया हो तो जोड़ देना 'अर्थात् प्रश्न में जो जो क्रियायें कहीं गई हों वे इष्ट राशि में करके' फिर जो राशि निष्पन्न हो उससे कल्पित इष्ट गुणित दृष्ट को भाग देना जो लब्धि हो वही राशि होती है। यह 'कल्पित इष्ट द्वारा ज्ञात होने के कारण' इष्टकर्म गणित कहलाता है ॥ १ ॥

जैसे किसी ने पूछा कि "ऐसी कौन राशि है ? जिसको ५ से गुना कर ३ के भाग देने से जो लब्धि हो उसमें उसीका पञ्चमांश घटा देने से शेष ८ बचता है ?"

इस प्रश्न में राशि जानने के लिये कल्पित इष्ट = १ । इसको प्रश्न के कथनानुसार ५ से गुना किया तो ५ इसमें ३ का भाग दिया तो $\frac{५}{३}$ इसमें इसी का पञ्चमांश ($\frac{५}{३} \times \frac{३}{५} = \frac{१}{३}$) घटाया तो $\frac{५}{३} - \frac{१}{३} = \frac{४}{३}$ इससे इष्ट गुणित दृष्ट ८ × १ को भाग दिया तो $८ \div \frac{४}{३} = \frac{८}{१} \times \frac{३}{४} = ६$ यह प्रश्नकर्ता की अभीष्ट राशि हुई ॥

उप०—कल्पितेष्टराशिवशात् प्रश्नोक्त्या यदिष्टदृष्टं तेन यदि कल्पितेष्टराशिस्तदा प्रश्नोक्तदृष्टेन किमिति त्रैराशिकेन लब्धः प्रश्नराशिः= $\frac{\text{प्रदृ} \times \text{इ}}{\text{इष्ट}}$ इत्युपपन्नम् ॥

अत्रोद्देशकः—

पञ्चघ्नः स्वत्रिभागोनो दशभक्तः समन्वितः।
राशित्र्यंशार्धपादैः स्यात् को राशिर्द्व्यूनसप्ततिः ॥ १ ॥

भा०—वह कौन सी राशि है ? जिसे ५ से गुना करके उसमें उसी का तृतीयांश घटा कर १० के भाग देने से जो लब्धि हो उसमें राशि (प्रश्न सम्बन्धी राशि) के $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$, भाग जोड़ने से ६८ होता है।

उदाहरण की उत्तर क्रिया नीचे संस्कृत में स्पष्ट ही है ॥ १ ॥

प्र०—न्यासः-गुणः ५ । ऊनः $\frac{१}{३}$ । हरः १० । राश्यंशाः $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{४}$ । दृश्यम् ६८ । अत्र कल्पितेष्टराशिः ३, अयं उद्देशकोक्त्या पञ्चघ्नः १५ स्वत्रिभागेन ५ अनेनोनः = १० अयं दशभक्तः = १ अयं च कल्पितराशेस्त्र्यंशार्धपादैः समन्वितो जातः $= \frac{१}{१} + \frac{६}{३} \div \frac{३}{२} + \frac{३}{४} = \frac{१७}{४}$ ∴ अनेन कल्पितेष्टाहतं दृष्टं भक्तं जातो राशिः $= ६७ \times ३ \div \frac{१७}{४} = \frac{६८ \times ३ \times ४}{१७} = ४८$ ॥

एवं सर्वत्रोदाहरणे राशिः केनचिद् गुणितो भक्तो वा राश्यंशेन रहितो युतो वा दृष्टस्तत्रेष्टं राशिं प्रकल्प्य तस्मिन्नुद्देशकालापवत् कर्मणि कृते यन्निष्पद्यते तेन भजेद् दृष्टमिष्टगुणं फलं राशिः स्यात् ।

अन्यः प्रश्नः—

अमलकमलराशेस्त्र्यंशपञ्चांशषष्ठैस्त्रिनयनहरिसूर्या येन तुर्येण चार्या ।
गुरुपदमथ षड्भिः पूजितं शेषपद्मैः सकलकमलसङ्ख्यां क्षिप्रमाख्याहि तस्य ॥

भा०—जिस पुजारी ने निर्मल कमल के समूह में से $\frac{१}{३}$ भाग से शिवजी की, $\frac{१}{५}$ से विष्णु की, $\frac{१}{६}$ से सूर्य की, और $\frac{१}{४}$ से आद्या भगवती की पूजा की, इस प्रकार उसके पास ६ कमल बच गये उनसे उसने अपने गुरु चरणों की पूजा की तो बताओ कि सब कमल की संख्या कितनी थी ? ॥

यहाँ कमल की संख्या इष्ट = ३ कल्पना कर ली, इसी के $\frac{३}{३} + \frac{३}{५} + \frac{३}{६} + \frac{३}{४} = \frac{१}{१} + \frac{३}{५} + \frac{१}{२} + \frac{३}{४}$ इन सबों के योग $= \frac{२० + १२ + १० + १५}{२०} = \frac{५७}{२२}$ को इष्ट ३ में घटाने से $३ - \frac{५७}{२०} = \frac{३}{२०}$ = शेष । इससे इष्ट गुणित दृष्ट ६ × ३ में भाग देने से $\frac{६ \times ३}{१} \div \frac{३}{२०}$, $\frac{६ \times ३ \times २०}{३}$ = १२० यह उक्त कमलों की संख्या हुई ॥

इसी प्रकार १ इष्ट कल्पना करके नीचे संस्कृत में भी राशि दिखलाई गई है। यथा—

ग्र०—न्यासः-$\frac{१}{३}$ $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{६}$ $\frac{१}{४}$ दृश्यम् ६। अत्रेष्टमेकं १ राशिं प्रकल्प्य प्राग्वज्जातो राशिः १२० ॥

शेषजातौ प्रश्नान्तरम्—

स्वार्धं प्रदात् प्रायागे नवलवयुगलं योऽवशेषाच्च काश्यां
शेषाङ्घ्रिं शुल्कहेतोः पथि दशमलवान् षट् च शेषाद् गयायाम्।
शिष्टा निष्कत्रिषष्टिर्निजगृहमनया तीर्थपान्थः प्रयात-
स्तस्य द्रव्यप्रमाणं वद यदि भवता शेषजातिः श्रुताऽस्ति ॥ ३॥

भा०—किसी तीर्थयात्री ने अपने द्रव्य (रुपये) का आधा ($\frac{१}{२}$) प्रयाग में खर्च किया, फिर शेष का $\frac{२}{९}$ काशी में खर्च किया, फिर बचे हुए का $\frac{१}{४}$ किराये में खर्च किया, शेष का $\frac{६}{१०}$ गया में खर्च किया, इस प्रकार खर्च करने पर उसके पास ६३ रुपये बचे वह लेकर घर लौट गया तो बताओ उसके पास आरम्भ में कुल कितने रुपये थे, यदि तुम शेष जाति गणित जानते हो ॥ ३ ॥

यहाँ आलाप के अनुसार इष्ट १ कल्पना करके आधा $\frac{१}{२}$ प्रयाग में फिर बचे हुए ($१ - \frac{१}{२} = \frac{१}{२}$) आधा के $\frac{२}{९}$ अर्थात् $\frac{१}{२} + \frac{२}{९} = \frac{१}{९}$ काशी में, फिर शेष $\frac{१}{२} - \frac{१}{९} = \frac{७}{१८}$ के $\frac{१}{४}$ अर्थात् $\frac{७}{७२}$ किराये में, फिर बचे हुए $\frac{७}{१८} - \frac{७}{७२} = \frac{२१}{७२} = \frac{७}{२४}$ के $\frac{६}{१०}$ अर्थात् $\frac{७}{२४} \times \frac{६}{१०} = \frac{७}{४०}$ गया में खर्च हुआ। अतः शेष $\frac{७}{२४} - \frac{७}{४०} = \frac{१४}{१२०} = \frac{७}{६०}$ इससे इष्ट गुणित दृष्ट ६३×१ में भाग देने से $६३ \div \frac{७}{६०} = \frac{६३ \times ६०}{७} = ५४०$ यह कुल द्रव्य की संख्या हुई ॥

इसी को ग्रन्थकार ने संक्षेपसे संस्कृत में बताया है। यथा—

न्यासः $\frac{१}{२}$ $\frac{२}{९}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{६}{१०}$ | दृश्यम् ६३। अत्र रूपं १ राशिं प्रकल्प्य भागान् शेषात् शेषादपास्य जातम् $\frac{७}{६०}$। अथवा भागापवाहविधिना सवर्णिते जातम् $\frac{७}{६०}$। अनेन दृष्टे ६३ इष्टगुणिते भक्ते जातं द्रव्यप्रमाणम् ५४०। इदं विलोमसूत्रेणापि सिध्यति।

अथ शेषलवे शेषजातौ विशेषसूत्रम् (क्षेपकम्)—

"छिद्घातभक्तेन लवोनहारघातेन भाज्यः प्रकटाख्यराशिः ।
राशिर्भवेच्छेषलवे तथेदं विलोमसूत्रादपि सिद्धिमेति ॥"

सं०—छिद्घातभक्तेन लवोनहारघातेन दृश्यराशिर्भाज्यः 'फलं' शेषलवे राशिर्भवेत् । तथा इदं विलोमसूत्रादपि सिद्धिमेति ।

भा०—[शेष जाति में यह विशेष सूत्र (प्रकार) है कि]—जितने अंश हर हों उनमें अपने अपने हरों में अंशों को घटाकर शेष के घात में हरों के घात के भाग देकर जो हो उससे दृष्ट राशि में भाग देने से लब्धि राशि हो जाती है । अथवा विलोम विधि से भी शेष जाति में राशि समझी जाती है । अर्थात् विलोम विधि से जो निष्पन्न संख्या हो उससे इष्ट गुणित दृष्ट में भाग देने से भी राशि हो जाती है ।

जैसे पूर्व उदाहरण में अंश हर = $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{९}$ $\frac{१}{४}$, $\frac{३}{१०}$ और दृष्ट ६३ । यहाँ हरों में अपने अपने अंशों को घटाकर उनके घात—१ × ७ × ३ × ४ इसमें हरों के घात २ × ९ × ४ × १० के भाग देने से निष्पन्न संख्या $\frac{१ \times ७ \times ३ \times ४}{२ \times ९ \times ४ \times १०}$ = $\frac{७}{६०}$ यह पूर्व विधि से निष्पन्नाङ्क के समान ही हुई अतः इस ($\frac{७}{६०}$) से यह प्रकार पूर्व प्रकार से सरल है ।

तथा "तलस्थहारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान्" इस विलोम सूत्र से भी निष्पन्न संख्या जानने के लिये न्यास—

$\frac{१}{२}$. $\frac{२}{९}$. $\frac{१}{४}$. $\frac{६}{१०}$

यहाँ उक्त विधि से क्रिया करने से $\frac{१ \times ४ \times ३ \times ७}{२ \times १० \times ४ \times ९}$ = $\frac{७}{६०}$ यह पूर्व तुल्य ही निष्पन्न संख्या हुई, इससे इष्ट गुणित दृष्ट ६३ में भाग देने से राशि पूर्व तुल्य ही ५४० हुई । यह प्रकार भी पूर्व प्रकार से सुलभ है ।

इसी क्रिया को ग्रन्थकार संस्कृत में दिखलाई है ।

ग्रन्थ०—यथा "स्वार्धं प्रादात्" इत्याद्युदाहरणे दृश्यः = ६३, तथा दानमानानि $\frac{१}{२}, \frac{२}{९}, \frac{१}{४}, \frac{६}{१०}$ अथ हरघातभक्तेन लवोनहारघातेन = $\frac{१ \times ७ \times ३ \times ४}{२ \times ९ \times ४ \times १०} = \frac{७}{६०}$ अनेन दृष्टराशिर्भक्तो जातोऽभीष्टराशिः ॥ ५४० ॥

अत्रोपपत्तिः—शेषलवे स्वांशैरूनो राशिरवशिष्टो दृश्यसमो भवतीत्येव—"स्वांशाधिकोनः खलु यत्र तत्र"—तत्रस्थहारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान्" इति सूत्रेण छिद्घातश्छेदो, लवोनहरघातश्च लवो भवति, तेन यदि रूपमितो राशिस्तदोद्दिष्टदृश्यराशिना किमित्युद्दिष्टराशिर्भवितुमर्हतीत्युपपन्नम् ॥

अपरः प्रश्नः—

पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्बमगमत् त्र्यंशः शिलीन्ध्रं तयो-
र्विश्लेषस्त्रिगुणो मृगाक्षि ! कुटजं दोलायमानोऽपरः ।
कान्ते ! केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रिया-
दूताहूत इतस्ततो भ्रमति खे भृङ्गोऽलिसङ्ख्यां वद ॥ ४ ॥

सं०—हे कान्ते ! अलिकुलात् पञ्चमांशः कदम्बं प्रति, त्र्यंशः शिलीन्ध्रं प्रति अगमत् । तयोर्विश्लेषस्त्रिगुणः (अन्तरं त्रिगुणितं) कुटजं अगमत् । एवं हे मृगाक्षि ! अपरः (अवशिष्ट एको भ्रमरः) केतकमालत्योः परिमलावेव प्राप्तौ एककाले प्रियादूतौ ताभ्यामाहूत आमन्त्रितः खे (आकाशे) इतस्ततो भ्रमति तदाऽलिसंख्यां वदेति प्रश्नः ॥

भा०—हे प्रिये ! भ्रमर के समूह से $\frac{१}{५}$ कदम्ब पर, $\frac{१}{३}$ शिलीन्ध्र पुष्प पर, इन दोनों के अन्तर त्रिगुणित $\left\{ (\frac{१}{३} - \frac{१}{५}) \times ३ = \frac{२}{५} \right\}$ कुटज पुष्प पर चला गया, हे मृगाक्षि ! इस प्रकार उस समूह से बचा हुआ १ भृङ्ग एक ही समय में केतकी और मालती रूपिणी प्रिया के आए हुए परिमल रूप दूत से आमन्त्रित होकर आकाश में इधर उधर (कभी मालती की ओर, कभी केतकी की ओर) भ्रमण करता रहा । तो कुल भ्रमर की संख्या बताओ ।

उत्तर क्रिया संस्कृत में स्पष्ट ही है । यथा—

ग्र०—न्यासः—अंशाः $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{२}{५}$ । दृश्यम् = १ । अत्रेष्टराशिः = १ । प्रश्नोक्त्या

$\frac{१}{५}+\frac{१}{३}+\left(\frac{१}{३}-\frac{१}{५}\right)\times ३=\frac{१}{५}+\frac{१}{३}+\frac{२}{५}=\frac{१४}{१५}$ इष्टराशेः १ अस्माद्विशोध्य $\frac{१}{१५}$ अनेन इष्टाहतं दृष्टं भक्तं जातमलिसंख्यामानम् १५ ॥

इतीष्टकर्म—

—०—

अथ संक्रमणे (योगान्तरज्ञानाद्राशिज्ञाने) करणसूत्रम्—

योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धितस्तौ राशी स्मृतं संक्रमणाख्यमेतत् ।

सं०—योगः पृथगन्तरेणोनयुतो दलितस्तौ राशी स्यातां, एतत्, संक्रमणाख्यं स्मृतम् ।

भा०—(किसी दो संख्या का योग और अन्तर ज्ञात हो तो) योग में अन्तर को जोड़ करके, आधा करने से तथा अन्तर को घटाकर आधा करने से क्रम से दोनों संख्या होती है । यह संक्रमण गणित कहलाता है ।

जैसे—दो संख्या का योग = १५०, और अन्तर = १० है तो दोनों संख्याओं को वताओ ।

यहाँ योग (१५०) में अन्तर १० को जोड़कर आधा किया तो $\frac{१६०}{२}=८०$ यह प्रथम संख्या । तथा योग में अन्तर को घटाकर आधा किया तो $\frac{१४०}{२}=७०$ यह दूसरी संख्या हुई ।

उप०—यदि राश्योर्योगः = यो = रा + रा' । अन्तरं = अं = रा − रा' तदा यो − अं = रा' × २ ∴ $\frac{\text{यो} - \text{अं}}{२}$ = रा' । तथा यो + अं = रा × २ ∴ $\frac{\text{यो} + \text{अं}}{२}$ = रा, इत्युपपन्नम् ॥

अत्रोद्देशकः—

ययोर्योगः शतं सैकं वियोगः पञ्चविंशतिः ।
तौ राशी वद मे वत्स ! वेत्सि संक्रमणं यदि ॥ १ ॥

भा०—जिन दो संख्या का योग = १०१ और अन्तर २५ है तो दोनों संख्याओं को बताओ । उत्तर नीचे स्पष्ट है । यथा—

प्र०—न्यासः—योगः १०१ । अन्तरम् = २५ तदा सूत्रोक्त्या जातौ राशी ३८।६३ ॥

वर्गान्तरान्तरज्ञाने राशिज्ञानाय सूत्रम्—

वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योगस्ततः प्रोक्तवदेव राशी ॥१॥

सं०—राश्योर्वर्गान्तरं राशिवियोगेन भक्तं लब्धो योगस्ततः प्रोक्तवत् ('योगोऽन्तरेणोन' इति सूत्रोक्त्या) राशी साध्यौ ॥

भा०—(दो संख्याओं का वर्गान्तर तथा अन्तर ज्ञात हो तो) वर्गान्तर में अन्तर के भाग देने से लब्धि योग होता है, योग जानकर पूर्ववत् दोनों संख्या का ज्ञान करना ।

यथा—किसी दो संख्याओं का वर्गान्तर १७५ और अन्तर ५ है तो दोनों संख्याओं को बताओ ।

उत्तर—वर्गान्तर १७५ में अन्तर ५ के भाग देने से लब्धि ३५ यह योग हुआ । इसमें अन्तर को जोड़ और घटाकर आधा करने से दोनों संख्या २० और १५ हुई ।

उप०—"तयोर्योगान्तराहतिर्वर्गान्तरं भवेदिति" यो × अं = वअं, अतः यो = $\frac{\text{वअ}}{\text{अ}}$ अत उक्तवद्राशिज्ञानं सुगममित्युपपन्नम् ॥

ग्रन्थकृत उदाहरणम्—

राश्योर्ययोर्वियोगोऽष्टौ तत्कृत्योश्च चतुःशती ।
विवरं वद तौ राशी शीघ्रं गणितकोविद ! ॥ १ ॥

सं०—ययोः राश्योः वियोगः अष्टौ ८, तयोर्वर्गान्तरं—४००, तौ राशी शीघ्रं वद, इति प्रश्नः ।

भा०—जिन दो संख्याओं का अन्तर ८ और वर्गान्तर ४०० है उन दोनों संख्या को बताओ । इस प्रश्न का उत्तर नीचे स्पष्ट है ।

अ०—उत्तरार्थं न्यासः—राश्यन्तरम्=८ । वर्गान्तरम् ४०० सूत्रोक्त्या राश्यन्तरेण वर्गान्तरं भक्तं जातो योगः = $\frac{४००}{८}$ = ५० । अतो "योगोन्ऽतरेणोनयुत" इत्यादिना जातौ राशी २१।२९ ॥

अथ किञ्चिद्वर्गकर्मं प्रोच्यते—

इष्टकृतिरष्टगुणिता व्येका दलिता विभाजितेष्टेन ।
एकः स्यादस्य कृतिर्दलिता सैकाऽपरो राशिः ॥१॥

रूपं द्विगुणेष्टहृतं सेष्टं प्रथमोऽथ वाऽपरो रूपम् ।
कृतियुतिवियुती व्येके वर्गौ स्यातां ययो राश्योः ॥२॥

सं०—ययो राश्योः कृतियुतिवियुती व्येके वर्गौ स्यातां तद्राशिज्ञानार्थं–इष्टकृतिः अष्टगुणिता व्येका (एकोना) दलिता (अर्धिता) इष्टेन विभाजिता एको राशिः स्यात् । अस्य कृतिः दलिता सैका, अपरो राशिः स्यात् ।

अथवा रूपं (१) द्विगुणेष्टहृतं, सेष्टं (इष्टेन सहितं) प्रथमो राशिः । अपरो राशिः रूपम् १ स्यात् ॥

भा०—जिन दो संख्या के वर्गयोग में १ घटाने से, तथा वर्गान्तर में भी १ घटाने से शेष वर्गाङ्क ही रहता है । उन दोनों संख्या को जानने के लिये कोई भी इष्ट कल्पना करके उसके वर्ग को ८ से गुना कर उसमें १ घटा कर आधा करना फिर उस में इष्ट के भाग देने से प्रथम संख्या होती है, उस (प्रथम) संख्या के वर्ग के आधा में १ जोड़ने से दूसरी संख्या होती है । अथवा--कोई इष्ट कल्पना करके द्विगुणित उसी इष्ट से १ में भाग देकर लब्धि में इष्ट को जोड़ने से प्रथम संख्या और दूसरी संख्या १ को समझना, जिन दोनों के वर्गयोग और वर्गान्तर में १ घटाने पर भी वर्गाङ्क ही संख्या रहती है ।

उप०--यदि राशी य । र, एतयोः कृतिवियुतिर्व्येका मूलदा $य^२ - र^२ - १ = य^२ - र^२ - २ + १$, अतः आद्यन्तमूलयोर्द्विघ्नघातस्य मध्यपदसमत्वात्–$य \times २ = - र^२ - २ \therefore य = \frac{र^२}{२} + १$, एतदुत्थापनेन जातौ राशी $\frac{र^२}{२} + १$ । र अनयो-र्वर्गयोगो निरेकः $\frac{र^४}{४} + र^२ २$ अयं वर्ग इति "सति सम्भवे तु कृत्यापवर्त्यात्र पदे प्रसाध्ये" इति र वर्गेणापवर्त्य "इष्टभक्तो द्विधा क्षेप इष्टोनाढ्यो दलीकृतः" इत्या-दिवर्गप्रकृतिविधिना कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानम् $= \frac{ई^२ ८ - १}{२ ई} = र$ अयमेको राशिः ।

अन्यस्तु $\frac{र^२}{२} + १$ इत्युपपन्नः प्रथमप्रकारः ॥

अथवा यदि राशी य । १ अनयोर्वर्गयुतिर्निरेका मूलदा भवत्येवेत्येकालापो घटते । तथा राश्योरेतयोर्वर्गान्तरं निरेकं = यँ १−२, इदं मूलदमतोऽत्र (−२इ) इतीष्टं प्रकल्प्य 'इष्टभक्तो द्विधा क्षेप' इत्यादिवर्गप्रकृत्या कनिष्ठमानम् =

$$\frac{-१}{-इ२ \times २} - \frac{(-२ इ)}{२} = \frac{१}{इ२} + इ = य,$$ अयं प्रथमो राशिरन्यस्तु रूपमेवे-त्युपपन्नं "रूपं द्विगुणेष्टहृतमिति ॥

अत्रोद्देशकः--

राश्योर्ययोः कृतिवियोगयुती निरेके मूलप्रदे प्रवद तौ मम मित्र ! यत्र ।
क्लिश्यन्ति बीजगणिते पटवोऽपि मूढाः षोढोक्तगूढगणितं परिभावयन्तः॥१॥

सं०—हे मित्र ! ययो राश्योः कृतिवियोगयुती निरेके मूलप्रदे भवतस्तौ राशी वदेति प्रश्नः ।

भा०—हे मित्र ! जिन दो संख्या के वर्गयोग और वर्गान्तर दोनों में १ घटाने पर भी शेष वर्गाङ्क ही रहता है, उन दोनों संख्या को बताओ । जिस के जानने में ६ प्रकारके गणित (योग, अन्तर, गुणन, भजन, वर्ग और मूल) के परिशीलन करनेवाले बीजगणित में परम पटु होने पर भी मूढ़ के समान क्लेश पाते हैं ।

इस प्रश्न की उत्तर क्रिया नीचे संस्कृत में स्पष्ट ही है ।

प्र०—अत्र प्रथमानयने कल्पितमिष्टम् $\frac{१}{२}$ । अस्य कृतिः $\frac{१}{४}$ । अष्टगुणा जातः २। अयं व्येकः $\frac{१}{१}$ । दलितः $\frac{१}{२}$ । इष्टेन $\frac{१}{२}$ हृतो जातः प्रथमो राशिः १ । अस्य कृतिः १ । दलिता $\frac{१}{२}$ । सैका $\frac{३}{२}$ अयमपरो राशिः एवमेतौ राशी $\frac{१}{१}$ । $\frac{३}{२}$ ।

एवमेकेनेष्टेन जातौ राशी $\frac{३}{२}$, $\frac{५७}{८}$ । द्विकेन $\frac{५१}{४}$, $\frac{११३}{३२}$ ।

अथ द्वितीयप्रकारेणेष्टम् १ । अनेन द्विगुणेन २ । रूपं भक्तम् $\frac{१}{२}$ । इष्टेन सहितं जातः प्रथमो राशिः । $\frac{३}{२}$ । द्वितीयो रूपम् १ एवं राशी $\frac{३}{२}$ । $\frac{१}{१}$ ।

एवं द्विकेन $\frac{९}{४}$ $\frac{१}{१}$ । त्रिकेण $\frac{१९}{६}$ $\frac{१}{१}$ । त्र्यंशेन $\frac{१}{३}$ जातौ राशी $\frac{११}{६}$ $\frac{१}{४}$ ।

अन्यत् सूत्रम् (तृतीयरीतिः)

इष्टस्य वर्गवर्गौ घनश्च तावष्टसंगुणौ प्रथमः ।
सैको राशी स्यातामेवं व्यक्तेऽथ वाऽव्यक्ते ॥ ३ ॥

सं०–इष्टस्य वर्गावर्गः कार्यः, घनश्च कार्यः 'पृथक्' तौ अष्टसंगुणौ कार्यौ तत्र प्रथमः सैकः कार्यः तौ राशी स्याताम् । एवं व्यक्तेऽथवाऽव्यक्ते राशी ज्ञेयौ ॥

भा०—अथवा—कोई इष्ट कल्पना करके उसका वर्गावर्ग और दूसरे स्थान में घन करै दोनों को ८ से गुना करै और प्रथम में १ जोड़ै (और दूसरे को ज्यों के त्यों रहने दे) तो ये ही वे दोनों संख्या होगी जिनके वर्गयोग और वर्गान्तर में १ घटाने पर वर्गाङ्क रहते हैं। इस प्रकार व्यक्त और अव्यक्त दोनों गणित में राशिका ज्ञान होता है।

उ०–इष्टम् $\frac{१}{२}$ । अस्य वर्गावर्गः $\frac{१}{१६}$ । अष्टघ्नः $\frac{१}{२}$ । सैको जातः प्रथमो राशिः $\frac{३}{२}$ ।

पुनरिष्टम् $\frac{१}{२}$ । अस्य घनः $\frac{१}{८}$ । अष्टगुणो जातो द्वितीयो राशिः $\frac{१}{१}$ । एवं जातौ राशी $\frac{३}{२}$ $\frac{१}{१}$ ।

अथैकेष्टेन ९ । ८ । द्विकेन १२९ । ६४ । त्रिकेण ६४९ । २१६ ।

उप०—कल्पितराशी अ + १ । क, अनयोः कृतियुतिवियुती व्येके $अ^{४}$ + २ अ + $क^{२}$ । $अ^{४}$ + २ अ – $क^{२}$ । इमौ वर्गावतोऽत्र यदि २ अ = $ग^{४}$, तदा मूलग्रहण-रीत्या द्वयोर्मूलयोर्द्विघ्नघातस्य शेषसमत्वात् अ × ग २ = $क^{२}$ तथा अ = $\frac{ग^{४}}{२}$ अतः $ग^{३}$ = $क^{२}$ । अत्र (ग) मान-मिष्टं तथा कल्प्यं यथा 'अ' मानमभिन्नं स्यात्, एवं यदि ग = $ई^{२}$४ तदा अ = $ई^{४}$८ । तथा $क^{२}$ = $ग^{३}$ = $ई^{२}$६४, ∴ क = $ई^{३}$८ । अतः स्वस्वमानेनोत्थाप्य जातौ राशी ॥ $ई^{४}$८ + १ । $ई^{३}$८, अत उपपन्नम् ॥

एवं सर्वेष्वपि प्रकारेष्विष्टवशादनन्त्यम् ॥

पाटीसूत्रोपमं बीजं गूढमित्यवभासते ।
नास्ति गूढममूढानां नैव षोढेत्यनेकधा ॥४॥
अस्ति त्रैराशिकं पाटी बीजं च विमला मतिः ।
किमज्ञातं सुबुद्धीनामतो मन्दार्थमुच्यते ॥५॥

भा० - बीजगणित भी पाटीगणित के समान ही है, किन्तु गूढ़ (कठिन) सा जान पड़ता है। परन्तु बुद्धिमान् के लिये कुछ भी कठिन नहीं है, और ६ ही प्रकार का नहीं, अनेक भेद का है ॥ त्रैराशिक ही पाटी (व्यक्तगणित)

और निर्मल बुद्धि ही बीज (अव्यक्तगणित) है। अतः सुबुद्धिवालों को कौन सा पदार्थ अज्ञात रह सकता है। मैं तो मन्द बुद्धियों के लिये इस गणित भेद को कहता हूँ ॥

स्पष्टार्थम् । इति वर्गकर्म ॥

तत्र दृष्टमूलजातौ करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशेर्दृष्टस्य युक्तस्य गुणार्धकृत्या ।
मूलं गुणार्धेन युतं विहीनं वर्गीकृतं प्रष्टुरभीष्टराशिः ॥१॥
यदा लवैश्चोनयुतः स राशिरेकेन भागोनयुतेन भक्त्वा ।
दृश्यं तथा मूलगुणं च ताभ्यां साध्यस्ततः प्रोक्तवदेव राशिः ॥२॥

सं०—गुणार्धकृत्या युक्तस्य गुणघ्नमूलोनयुतस्य दृष्टस्य राशेर्मूलं ग्राह्यं तत् क्रमात् गुणार्धेन युतं विहीनं वर्गीकृतं प्रष्टुः (प्रश्नकर्तुः) अभीष्टराशिर्भवति॥

यदि राशिः स्वमूलेन केनचिद्गुणितेन ऊनो दृष्टस्तदा गुणार्धकृत्या युक्तस्य तस्य दृष्टस्य यत् पदं तद् गुणार्धेन युक्तं कार्यं, यदि गुणघ्नमूलयुतोदृष्टस्तर्हि हीनं कार्यं तस्य वर्गो राशिः स्यादिति क्रमान्वयो ज्ञेयः ।

यदा स राशिर्लवैः स्वभागैश्चाप्यूनयुतः स्यात् तदा 'क्रमात्' भागोनयुतेन (भागोने सति भागोनेन, भागयुते सति भागयुतेन) एकेन दृश्यं तथा मूलगुणं भक्त्वा ततः (ताभ्यां दृश्यमूलगुणाभ्यां) प्रोक्तवद् (गुणार्धकृत्येत्यादिविधिना) राशिः साध्यः ।

भा०—(कोई राशि अपने इष्टाङ्क गुणित मूल से ऊन या युक्त होकर दृश्य हुई हो तो) मूल गुणक के आधे का वर्ग दृश्य संख्या में जोड़कर मूल लेना। उसमें क्रम से मूल गुणक के आधा जोड़ना और घटाना (अर्थात् इष्ट-गुणित मूल से ऊन होकर दृश्य हो वहाँ गुणकार्धं को जोड़ना तथा यदि इष्टगुणित मूल युक्त होकर दृश्य हो तो उक्त मूल में गुणकार्ध घटाना) फिर उस का वर्ग कर लेने से प्रश्नकर्ता की अभीष्टराशि संख्या होती है ॥ १ ॥

यदि राशि मूलोन या मूलयुत होकर पुनः अपने किसी भाग से भी ऊन या युत होकर दृश्य बनता हो तो—उस भाग को १ में ऊन या युत कर (यदि भाग ऊन हुआ हो तो ऊन कर यदि युत हुआ हो तो युत कर) पृथक् पृथक् दृश्य और मूल गुणक में भाग देकर फिर इन दृश्य और मूल गुणक पर से प्रथम श्लोक के अनुसार राशि का साधन करना चाहिये ॥ २ ॥

जैसे किसी ने पूछा कि--वह कौन राशि है ? जिसमें अपने ५ गुना मूल घटाने से १४ वचता है ? तो यहाँ ५ गुणघ्न मूलोन दृश्य = १४ । और मूल गुणक = ५ है, अतः गुणार्धं ($\frac{५}{२}$) के वर्ग $\frac{२५}{४}$ को दृश्य में जोड़ने से $१४ + \frac{२५}{४} = \frac{८१}{४}$ इसके मूल $\frac{९}{२}$ में गुणार्धं $\frac{५}{२}$ जोड़ने से $\frac{९}{२} + \frac{५}{२} = \frac{१४}{२} = ७$ इसका वर्ग = ४९ यही राशि हुई ।

अन्य प्रश्न—जिसमें अपने ४ गुणित मूल जोड़ने से ११७ होता है वह कौन राशि है ? यहाँ मूलगुणक = ४, दृश्य = ११७, अतः गुणक के आधे २ का वर्ग ४ दृश्य में जोड़ने से १२१ इसका मूल ११ इसमें गुणार्धं २ घटाने से ९ इसका वर्ग = ८१ यही राशि है ।

भागोन युत सम्वन्ध प्रश्न—वह कौन सी राशि है जिसमें अपना ८ गुणित मूल और अपना $\frac{२}{५}$ वाँ भाग घटा देते हैं तो १५ बचता है ? यहाँ मूलगुणक = ८ और दृश्य = १५, परञ्च अपना ($\frac{२}{५}$) वाँ भाग भी ऊन है अतः १ में $\frac{२}{५}$ घटाकर शेष $\frac{३}{५}$ से दृश्य १५ में भाग देकर $\frac{१५}{१} \div \frac{३}{५} = \frac{१५ \times ५}{३} = २५$ यह दृश्य हुआ । तथा उसी शेष $\frac{३}{५}$ से मूल गुणक ८ में भाग दिया तो $\frac{४०}{३}$ यह मूल गुणक हुआ । अतः गुणार्धं $\frac{२०}{३}$ के वर्ग $\frac{४००}{९}$ में दृश्य २५ को जोड़ने से $\frac{४००}{९} + २५ = \frac{६२५}{९}$ इसका मूल $\frac{२५}{३}$ इसमें गुणार्धं $\frac{२०}{३}$ जोड़ने से $\frac{४५}{३} = १५$ इसका वर्ग २२५ यही राशि है ।

उप०--अत्र प्रश्ने वर्गात्मको राशिर्भवत्यतः कल्प्यते राशिः = $रा^२$ । तदा प्रश्नोक्त्या दृष्टः = द = $रा^२ \mp गुरा$ । अत्र पक्षयोः $(गु \frac{१}{२})^२$ इदं संयोज्य मूले

$$\sqrt{द + \left(\frac{गु}{२}\right)^२} = रा \mp \left(\frac{गु}{२}\right) \therefore \sqrt{द + \left(\frac{गु}{२}\right)^२} \pm \frac{गु}{२} = रा ।$$

अयं वर्गीकृतो राशिर्भवितुमर्हतीत्युपपन्नः प्रथमः प्रकारः ।

तथा यदि दृश्यः $= \text{रा}^२ \mp \text{रा}^२ \times \frac{\text{क}}{\text{ग}} \mp \text{रा} \times \text{गु}० = \text{रा}^२ \left(१ \mp \frac{\text{क}}{\text{ग}} \right)$
$\mp \text{रा} \times \text{गु}० \therefore \frac{\text{द्द}}{१ \mp \frac{\text{क}}{\text{ग}}} = \text{रा}^२ + \frac{\text{रा} \times \text{गु}०}{१ \mp \frac{\text{क}}{\text{ग}}}$ अतोऽत्र $\left(\frac{\text{द्द}}{१ \mp \frac{\text{क}}{\text{ग}}} \right)$
इदं दृश्यं, तथा $\left(\frac{\text{गु}}{१ \mp \frac{\text{क}}{\text{ग}}} \right)$ इदं गुणक प्रकल्प्योक्तयुक्त्या राश्यानयन-मुपपद्यते ॥

मूलोने दृष्टे तावदुदाहरणम्—

बाले! मरालकुलमूलदलानि सप्त तीरे विलासभरमन्थरगाण्यपश्यम्।
कुर्वच्च केलिकलहं कलहंसयुग्मं शेषं जले वद मरालकुलप्रमाणम् ॥१॥

भा०--हे बाले! किसी हंस समूह के मूल का सप्त गुणित आधा ($\frac{७}{२}$) केलि क्रीड़ा करता हुआ धीरे-धीरे जल से बाहर सरोवर के तट पर पहुँच गया, और उनमें से बचे हुए २ हंस को जल में ही क्रीड़ा करते हुए मैंने देखा तो बताओ हंस समूह की कितनी संख्या थी? उत्तर संस्कृत में नीचे स्पष्ट है ॥ १ ॥

प्र. का.—न्यासः। मूलगुणः $\frac{७}{२}$। दृष्टम् २। दृष्टस्यास्य २ गुणार्धकृत्या $\frac{४९}{१६}$ युक्तस्य $\frac{८१}{१६}$ मूलम् $\frac{९}{४}$। गुणार्धेन $\frac{७}{४}$ युतं $\frac{१६}{४}$ वर्गीकृतं जातं हंसकुलमानम् १६।

अथ मूलयुते दृष्टे चोदाहरणम्—

स्वपदैर्नवभिर्युक्तः स्याच्चत्वारिंशताधिकम्।
शतद्वादशकं विद्वन्! कः स राशिर्निगद्यताम् ॥ २ ॥

भा०--वह कौन राशि है? जिसमें अपने ९ गुना मूल जोड़ने से १२४० होता है। इसकी उत्तर क्रिया नीचे स्पष्ट ही है ॥ २ ॥

प्र. का.—उत्तरार्थं न्यासः मूलगुणः ९। दृश्यम् १२४०। गुणार्ध-$\frac{९}{२}$ मस्य कृत्या $\frac{८१}{४}$ युक्तं जातम् $\frac{५०४१}{४}$। अस्य मूलं $\frac{७१}{२}$। गुणार्धेन $\frac{९}{२}$ अत्र विहीनं $\frac{६२}{२}$ $=३१$ वर्गीकृतं जातो राशिः ९६१ ॥ २ ॥

भागोने उदाहरणम्—

यातं हंसकुलस्य मूलदशकं मेघागमे मानसं
प्रोड्डीय स्थलपद्मिनीवनमगादष्टांशकोऽम्भस्तटात् ।
बाले ! बालमृणालशालिनि जले केलिक्रियालालसं
दृष्टं हंसयुगत्रयं च सकलां यूथस्य सङ्ख्यां वद ? ॥ ३ ॥

भा०—हे बाले ! किसी हंस समूह से उसके मूल १० गुणित के तुल्य वर्षा ऋतु आने पर मानस सरोवर को चला गया, तथा समस्त समूह के $\frac{१}{८}$ भाग जल के किनारे से उड़ कर स्थल कमलिनी पर चला गय, शेष तीन जोड़ी (६) हंस कोमल कमलनालों से शोभित जल में केलि की लालसा से जल में रह गया तो कुल हंस समूह की संख्या बताओ ? । उत्तर क्रिया नीचे स्पष्ट है ।

ग्र. का.—उत्तरार्थं —न्यासः । मूलगुणः १० । अष्टांशः $\frac{१}{८}$ । दृश्यम् ६ । यदा लवैश्चोनयुत इत्युक्तत्वादत्रैकेन भागोनेन $\frac{७}{८}$ दृश्यमूलगुणौ भक्त्वा जातं दृश्यम् $\frac{४८}{७}$ मूलगुणः $\frac{८०}{७}$ । गुणार्धम् $\frac{४०}{७}$ । अस्य कृत्या $\frac{१६००}{४९}$ युक्तम् $\frac{१९३६}{४९}$ अस्य मूलं $\frac{४४}{७}$ गुणार्धें $\frac{४०}{७}$ युक्तं १२ वर्गीकृतं जातो हंसराशिः १४४ ॥ ३ ॥

अथ भागमूलोने दृष्टे उदाहरणम्—

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे संदधे
तस्यार्धेन निवार्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान् ।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रिभिरपि च्छत्रं ध्वजं कार्मुकं
चिच्छेदास्य शिरः शरेण कति ते यानर्जुनः संदधे ॥ ४ ॥

भा०—रण में क्रुद्ध होकर अर्जुन ने कर्ण को मारने के लिये कुछ शरों को उठा कर उसके आधे से तो कर्ण के फेंके हुए बाणों का निवारण किया और समस्त शरसंख्या के ४ गुणित मूल से कर्ण के घोड़े को मार गिराया, तब उसके पास १० शर बच गये उनमें से ६ से उसके सारथी को, ३ से कर्ण के छत्र, ध्वजा और धनुष को तथा १ से उसके शिर को काट गिराया तो बताओ कि वे शर कितने थे जिनको अर्जुन ग्रहण किया ? ॥ उत्तर पूर्ववत् स्पष्ट है ॥४॥

ग्र. का.—न्यासः । भागः $\frac{१}{२}$ मूलगुणकः ४ । दृश्यम् १० । यदा लवैश्चोनयुत इत्यादिना जातं बाणमानम् १०० ॥ ४ ॥

अपि च—

अलिकुलदलमूलं मालतीं यातमष्टौ
निखिलनवमभागाश्चालिनी भृङ्गमेकम् ।
निशि परिमललुब्धं पद्ममध्ये निरुद्धं
प्रति रणति रणन्तं ब्रूहि कान्तेऽलिसङ्ख्याम् ॥ ५ ॥

भा०—हे कान्ते ! किसी भ्रमर समूह से उसके आधे के मूल्य तुल्य और समस्त भ्रमर संख्या का $\frac{८}{९}$ भाग मालती पुष्प पर चला गया, उसमें से बचे हुए १ भ्रमर सुगन्ध के लोभ वश रात्रि में कमल कोश में बन्द होकर गुँज रहा था और दूसरी १ भ्रमरी भी बाहर में गुँज रही थी तो बताओ कुल भ्रमर संख्या कितनी थी ? ॥ ५ ॥

प्र. का.–अत्र किल राशिनवांशाष्टकं राश्यर्धमूलं च राशेर्ऋणं द्वयं रूपं दृश्यम् । एतदृणं दृश्यं चार्धितं राश्यर्धस्य भवतीति । तत्रापि राश्यंशार्धं राश्यर्धस्यांशः स्यादिति भागः स एव ।

भा०—यहाँ राशि अवर्गाङ्क है, उसके आधे का मूल कहा गया है, अतः आधे पर से ही क्रिया करके राशि ज्ञान करना फिर उसको दूना करने से राशि होगी । अतः आधे राशि ज्ञानार्थं क्रिया करने के लिये मूल गुणक और दृश्य को भी आधा कर लेना, भाग तो जैसे पूर्णराशि का होता वैसे ही आधे का रहता है, इसलिये भाग उतना ही रखना । उपपत्ति नीचे के स्वरूप से स्पष्ट ही है । यथा—

अत्रोपपत्तिः—आलापोक्त्या $रा = अ^{२} \times २ = अ_{१} \times \frac{अ^{२} \times २ \times ९}{८} \times २$

अर्धितेन $\frac{रा १}{२} = अ \frac{२}{१} = \frac{अ १}{२} + \frac{अ^{२} \times ९}{८} + १$ इति स्वरूपावलोकनेन–कस्यापि राशेर्मूलगुणकं दृश्यं चार्धितं राश्यर्धस्य भवति, ताभ्यां यो राशिः स द्विगुणितोऽभीष्टराशिर्भवितुमर्हतीत्युपपन्नमाचार्योक्तं—"अत्र किलेत्यादि भागः स एवे"त्यन्तम् ॥ ५ ॥

गणित क्रिया नीचे संस्कृत में स्पष्ट ही है ॥

ग्रन्थकारः—उत्तरार्थं—न्यासः । भाग $\frac{८}{९}$ । मूलगुणकः $\frac{१}{२}$ । दृश्यम् १ । राश्यर्धस्य स्यादिति भागन्यासोऽत्र । अतः प्राग्वल्लब्धं राशिदलम् ३६ । एतद्द्विगुणितमलिकुलमानम् ७२ ॥ ५ ॥

भागयुते उदाहरणम्—

योराशिरष्टादशभिः स्वमूलै राशित्रिभागेन समन्वितश्च ।
जातं शतद्वादशकं तमाशु जानीहि पाट्यां पटुताऽस्ति ते चेत् ॥ ६ ॥

भा०—जो राशि (संख्या) अपने १८ गुणित मूल तथा अपने $\frac{१}{३}$ भाग से युक्त होने पर १२०० होती है वह राशि कौन है ? अगर तुम्हें पाटी गणित में पटुता है तो शीघ्र बताओ । उत्तर नीचे सुगम है ॥ ६ ॥

ग्र. का.-न्यासः । भागः $\frac{१}{३}$ । मूलगुणक: १८ । दृश्यम् १२०० । अत्रैकेन भागयुतेन $\frac{४}{३}$ मूलगुणं दृश्यं च भक्त्वा प्राग्वज्जातो राशिः ५७६ ॥ ६ ॥

इति गुणकर्म ।

—०—

अथ त्रैराशिके करणसूत्रं वृत्तम्—

प्रमाणमिच्छा च समानजाती आद्यन्तयोस्तत्फलमन्यजाति ।
मध्ये तदिच्छाहतमाद्यहृत् स्यादिच्छाफलं व्यस्तविधिर्विलोमे ॥

स०—प्रमाणं इच्छा च द्वे समानजाती भवतः, ते आद्यन्तयोः स्थाप्ये, तत्फलं (तयोः प्रमाणेच्छयोः फलं) अन्यजाति मध्ये स्थाप्यं तत् इच्छाहतं आद्यहृत् (आद्येन प्रमाणेन भक्तं) इच्छाफलं भवति । विलोमे (व्यस्तत्रैराशिके) तु व्यस्तविधिर्भवति (अर्थात् प्रमाणफलं प्रमाणेन हतं इच्छया भक्तमिच्छाफलं भवतीत्यर्थः) ॥ १ ॥

भा०—(प्रमाण, प्रमाण फल और इच्छा इन तीन राशियों को जान कर इच्छाफल जानने की क्रिया को त्रैराशिक कहते हैं) प्रमाण और इच्छा ये दोनों एक जाति होती है अतः इन दोनों को आदि और अन्त में रखना, तथा प्रमाण फल भिन्न जाति का होता है उसको बीच में रखना । उस (प्रमाण फल) को इच्छा से गुना करके प्रमाण के भाग देने से लब्धि इच्छाफल होता है ॥ १ ॥

वि०—यह सूत्र क्रमत्रैराशिक के लिये है। जहाँ प्रमाण से इच्छा के अधिक होने से प्रमाण फल से इच्छा फल भी अधिक हो, तथा प्रमाण से इच्छा के अल्प होने से प्रमाण फल से इच्छा फल भी अल्प हो तो क्रम त्रैराशिक अन्यथा व्यस्त त्रैराशिक समझना चाहिये।

यथा—किसी ने पूछा कि–५ रुपये में १०० आम मिलते हैं तो ७ रुपये में कितने होंगे?, इस प्रश्न में ५=प्रमाण और १००=प्रमाण फल हैं, तथा ७=इच्छा है, यहाँ प्रमाण और इच्छा एक जाति (रुपया) तथा प्रमाण फल उससे भिन्न जाति (आम) है। इन तीन राशियों को जान कर इच्छा सम्बन्धी फल जानना है, तो प्रमाण से इच्छा अधिक है इसलिये प्रमाण फल से इच्छा फल अधिक होगा। यह एक बालक भी समझ सकता है अतः यहाँ क्रम त्रैराशिक की प्रवृत्ति हुई। इसलिये प्रमाण फल १०० को इच्छा ७ से गुनाकर प्रमाण ५ का भाग दिया तो लब्धि $= \frac{१०० \times ७}{५} = १४०$ यह इच्छा फल (७ रुपये के आम) हुए।

प्र प्रफ इ

अथवा सूत्रानुसार न्यास–५) १०० × ७ $= \frac{१०० \times ७}{५} = १४०$।

उप०—प्रमाण-प्रमाणफलयोर्यः सम्बन्धः स एव चेदिच्छातत्फलयोरपि स्यात्तदैवानुपातविधिरिति क्षेत्रमितिषष्ठाध्यायेन सिद्ध्यत्यतः $\frac{प्रफ०}{प्र०} = \frac{इफ०}{इ०}$

$\therefore \frac{प्रफ \times इ}{प्र} =$ इफ, इत्युपपद्यते त्रैराशिकम्।

यदि प्रमाणफलेच्छयोः सम्बन्धः इच्छाफलप्रमाणयोः सम्बन्धेन तुल्यस्तदा व्यस्तसम्बन्धतुल्यत्वाद्व्यस्तत्रैराशिकमित्युच्यते। यथा—$\frac{प्रफ}{इ} = \frac{इफ}{प्र}$

$\therefore \frac{प्रफ \times प्र}{इ} =$ इफ। इत्युपपन्नं भवति ॥ १ ॥

उदाहरणम्—

कुङ्कुमस्य सदलं पलद्वयं निष्कसप्तमलवैस्त्रिभिर्यदि।
प्राप्यते सपदि मे वणिग्वर! ब्रूहि निष्कनवकेन तत् कियत्? ॥१॥

सं०—हे वाणिग्वर ! यदि त्रिभिर्निष्कसप्तमलवैः कुङ्कुमस्य सदलं पलद्वयं प्राप्यते तदा निष्कनवकेन कियत् ? इति मे सपदि ब्रूहीति प्रश्नः ।

भा०—हे वणिग्वर ! यदि $\frac{३}{७}$ निष्क में $\frac{५}{२}$ पल कुङ्कुम मिलते हैं तो ९ निष्क में कितने फल होंगे ? शीघ्र बताओ । उत्तर नीचे संस्कृत में स्पष्ट है ॥२५॥

ग्र. का.—अत्र निष्कसप्तमलवत्रयं $\frac{३}{७}$ = प्रमाणम् । सदलं पलद्वयं = $\frac{५}{२}$ = प्रमाणफलम् । निष्कनवकम् = ९ = इच्छा, अत इच्छासम्बन्धिफलानयनार्थं न्यासः—$\frac{३}{७}$) $\frac{५}{२} \times ९ = \frac{५ \times ९}{२} \times \frac{७}{३} = \frac{१०५}{२}$ = पलानि इत्यत्र लब्धानि कुङ्कुमपलानि ५२ । कर्षौ २ इति ॥

अपि च—

प्रकृष्टकर्पूरपलत्रिषष्ट्या चेल्लभ्यते निष्कचतुष्कयुक्तम् ।
शतं तदा द्वादशभिः सपादैः पलैः किमाचक्ष्व सखे ! विचिन्त्य ॥२॥

हे मित्र ! यदि ६३ पल कर्पूर के १०४ निष्क मिलते हैं, १२ + $\frac{१}{४}$ सवा बारह पल के कितने होंगे ? । उत्तर संस्कृत में नीचे देखिये ॥ २६ ॥

ग्र. का.-न्यासः । $\frac{६३}{१}$ । $\frac{१०४}{१}$ । $\frac{४९}{४}$ मध्यमिच्छागुणितं $\frac{५०९६}{४}$ छेदभक्तम् १२७४ आद्येन ६३ हृतं लब्धा निष्काः २० । शेषं १४ षोडशगुणितम् २२४ आद्येन भक्तं जाता द्रम्माः ३ । पणाः ८ । काकिण्यः ३ । वराटकाः ११$\frac{१}{९}$ ।

अन्यदुदाहरणम्—

द्रम्मद्वयेन साष्टांशा शालितण्डुलखारिका ।
लभ्या चेत् पणसप्तत्या तत् किं सपदि कथ्यताम् ? ॥ ३ ॥

ग्रन्थकारः—अत्र प्रमाणसजातीयकरणार्थं द्रम्मद्वयस्य पणीकृतस्य—

न्यासः । $\frac{३२}{१}$ $\frac{९}{८}$ $\frac{७०}{१}$ लब्धे खार्यौ २ । द्रोणाः ७ । आढकः १ । प्रस्थौ २ ।

इति त्रैराशिकम् ।

—०—

अथ व्यस्तत्रैराशिकम्—

इच्छावृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे वृद्धिः फलस्य तु ।
व्यस्तं त्रैराशिकं तत्र ज्ञेयं गणितकोविदैः ॥ २ ॥

सं०-यत्र इच्छावृद्धौ फलस्य ह्रासः, इच्छाह्रासे फलस्य वृद्धिर्वा भवेत् तत्र व्यस्तं त्रैराशिकं कोविदैर्ज्ञेयम् ॥ २ ॥

भा०—(ऊपर क्रम त्रैराशिक में इच्छा की वृद्धि में फल की वृद्धि, और इच्छा के ह्रास में फल का ह्रास होता है) जहाँ इच्छा की वृद्धि में फल का ह्रास और इच्छा के ह्रास में फल की वृद्धि हो वहाँ व्यस्त त्रैराशिक होता है अर्थात् वहाँ प्रमाण फल को प्रमाण से गुना करके इच्छा के भाग देने से इच्छा फल होता है ॥ २ ॥

इस प्रकार व्यस्तविधि कहाँ होता है ? सो कहते हैं ।

तद्यथा—

जीवानां वयसो मौल्ये तौल्ये वर्णस्य हैमने ।
भागहारे च राशीनां व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत् ॥३॥

सं०—जीवानां वयसो मौल्ये, वर्णस्य हैमने (सौवर्णे) तौल्ये तथा च राशीनां भागहारे--'इच्छावृद्धौ फले ह्रासत्वात्, इच्छाह्रासे च फले वृद्धित्वाद्' व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत् ॥

भा०—जन्तुओं के वयस के मूल्य में तथा उत्तम के साथ अधम मोल वाले सोने के तौल में, किसी संख्या में भिन्न-भिन्न भाजक से भाग देने में व्यस्त त्रैराशिक होता है ॥

वस्तुतः जहाँ अपनी बुद्धि से इच्छा की वृद्धि में फल का ह्रास और ह्रास में वृद्धि समझ में आवे वहाँ व्यस्त त्रैराशिक समझना ॥ ३ ॥

जैसे—किसी ने पूछा कि—किसी काम को ३ आदमी मिल कर १० दिन में करता है तो १५ आदमी मिल कर कितने दिन में करेगा ? इस प्रश्न में स्पष्ट है कि जितने अधिक आदमी मिल कर काम करेगा उतनेही कम दिन में काम होगा ? इस लिये यहाँ भी व्यस्त त्रैराशिक हुआ । अतः प्रमाणफल

१० को प्रमाण ३ से गुना कर ३० इस में इच्छा १५ का भाग दिया तो लब्धि = २ दिन। यही उत्तर हुआ ॥ ३ ॥

अत्रोदाहरणम्—

प्राप्नोति चेत् षोडशवत्सरा स्त्री द्वात्रिंशतं विंशतिवत्सरा किम् ?।
द्विधूर्वहो निष्कचतुष्कमुक्षाः प्राप्नोति धूःषट्कवहस्तदा किम् ? ॥ १ ॥

भा०—यदि १६ वर्षवाली स्त्री का मूल्य ३२ रु० है तो २० वर्ष वयसवाली का मोल क्या होगा ?

२ धूरी में बहनेवाले बैल का मुल्य ४ निष्क है तो ६ धूरी में बहनेवाले का क्या होगा ?

यहाँ प्रथम प्रश्न में—स्त्री की वर्ष संख्या ज्यों-ज्यों बढ़ेगी त्यों-त्यों उसकी मूल्य घटता जायगा ? ऐसेही द्वितीय प्रश्न से जैसे-जैसे धूरी आगे बढ़ेगी वैसेही (कमजोर के कारण) बैल का मूल्य कम होगा, इस लिये यहाँ दोनों प्रश्न में व्यस्त त्रैराशिक हुआ। उत्तर क्रिया नीचे स्पष्ट ही है।

प्र०का०—अत्र यथा यथा स्त्रिया वयसो वृद्धिस्तथा तथा तन्मूल्ये ह्रासत्वाद् व्यस्तत्रैराशिकम्। अतोऽत्र प्रमाणम् = १६। प्रमाणफलम् = ३२। इच्छा = २०। सूत्रानुसारेण प्रमाणफलं प्रमाणेन संगुण्य इच्छया विभज्य लब्धम्

$$= \frac{१६ \times ३२}{२०} = \frac{१२८}{५} = २५ + \frac{३}{५}।$$

एवं द्वितीयोदाहरणेऽपि-- $\frac{२ \times ४}{६} = १ + \frac{१}{३}$ = लब्धं निष्कमानम् ॥

अन्यदुदाहरणम्--

दशवर्णं सुवर्णं चेद् गद्याणकमवाप्यते।
निष्केण तिथिवर्णं तु तदा वद कियन्मितम् ? ॥

भा०—१ निष्क में यदि १० रुपये भरी विकनेवाला सोना १ गद्याणक भर मिलता है तो १५ रुपये भरी वाला सोना कितना मिलेगा ?

यहाँ भी ज्यों-ज्यों उत्तम (अधिक वर्णवाला) सोना होगा त्यों-त्यों १ निष्क में अल्प परिमाण में मिलेगा यह स्पष्ट है, अतः यहाँ भी व्यस्त त्रैराशिक हुआ। उत्तर क्रिया स्पष्ट है। यथा—

प्र. का.-अत्र प्रमाणम् १० । तत्फलम् १ । इच्छा = १५ अतो व्यस्तत्रैराशिकसूत्रानुसारं लब्धा = $\frac{१० \times १}{१५}$ = $\frac{२}{३}$ = गद्याणकमिति ॥

राशिभागहरणे उदाहरणम्—

सप्ताढकेन मानेन राशौ शस्यस्य मापिते ।
यदि मानशतं जातं तदा पञ्चाढकेन किम् ? ॥ ३ ॥

भा०—किसी अन्न की ढेरी को यदि ७ आढ़क के मान से मापते हैं तो १०० मान होते हैं। तो ५ आढ़क के मान से मापने में कितने होंगे ?

यहाँ भी जितना छोटा मान होगा उतने ही अधिक संख्या होगी, अतः व्यस्तत्रैराशिक हुआ । उत्तर क्रिया संस्कृत में देखिये—

प्र०क०—अत्र प्रमाणम् = ७ । तत्फलं १०० । इच्छा = ५ । सूत्रानुसारेण लब्धामानसंख्या = $\frac{७ \times १००}{५}$ = १४० ।

इति व्यस्तत्रैराशिकम् ।

—०—

अथ पञ्चराशिकादौ करणसूत्रं वृत्तम्—

पञ्चसप्तनवराशिकादिकेऽन्योन्यपक्षनयनं फलच्छिदाम् ।
संविधाय बहुराशिजे वधे स्वल्पराशिवधभाजिते फलम् ॥१॥

सं०—पञ्चसप्तनवराशिकादिके फलच्छिदां अन्योन्यपक्षनयनं संविधाय (प्रमाणपक्षस्य फलं हरं च इच्छापक्षे, इच्छापक्षस्य हरं च प्रमाणपक्षे कृत्वा) बहुराशिजे वधे स्वल्पराशिवधभाजिते सति फलं (इच्छाफलं) भवति ॥

भा०—पञ्चराशिक, सप्तराशिक, नवराशिक आदि (एकादश त्रयोदशराशिक प्रभृति) में फल और हरों (भिन्न संख्या में छन्दों) को परस्पर पक्ष में परिवर्तन (प्रमाणपक्षवाले को इच्छा पक्ष में और इच्छा पक्ष वाले को प्रमाण पक्ष में रख) कर-अधिक राशियों के घात में, अल्प राशि के घात से भाग देने पर लब्धि इच्छा फल होता है ।

जैसे किसी ने पूछा कि—यदि प्रत्येक आधे छँटाक भोजनवाले २० रसगुल्ले का मूल्य २ रुपये हैं तो प्रत्येक डेढ़ छटाँक वाले ३० रसगुल्ले का क्या मूल्य होगा ?

यहाँ प्रमाण और इच्छा पक्ष के न्यास—
बाँए भाग देखिये—

प्र.	इ.		अल्प	बहुत
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	हर और फल को परस्पर पक्ष में	१	३
२०	३०	रखने से दहिने भाग में देखिये ।	२	२
२			२०	३०
				२

बहुत राशियों के घात ३×२×३०×२ में अल्पराशियों के घात १×२×२० के भाग देने से लब्ध = $\frac{३ \times २ \times ३० \times २}{१ \times ६ \times २०}$ = ९, रुपये । यही उत्तर हुआ । इसी प्रकार आगे ग्रन्थकार के अनेक प्रश्न हैं ॥

उप०—त्रैराशिकद्वयादिना पञ्चराश्यादिफलानयनसूत्रमुपपद्यते ।

यथा—		
प्र का	इ का	
प्र ध	इ ध	
प्र फ	×	

अत्रानुपातो यदि प्रमाणकालेन प्रमाणफलं तदेष्टकालेन किमिति इफ= $\frac{\text{प्र फ} \times \text{इ का}}{\text{प्र का}}$ यदि प्रमाणधनेनेदं फलं तदेष्टधनेन किमिति जातमिष्टधनसम्बन्धिफलम् = $\frac{\text{प्र फ} \times \text{इ का} \times \text{इ ध}}{\text{प्र का} \times \text{प्र ध}}$

इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

मासे शतस्य यदि पञ्च कलान्तरं स्याद्
वर्षे गते भवति किं वद षोडशानाम् ।
कालं तथा कथय मूलकलान्तराभ्यां
मूलं धनं गणक ! कालफले विदित्वा ॥१॥

हे गणक ! यदि १ महीने में १०० का ५ रुपये सूद (ब्याज) होते हैं तो १२ महीने में १६ रुपये के कितने होंगे ? बताओ । और मूल धन तथा कलान्तर (सूद) जान कर काल बताओ । एवं काल और सूद जान कर मूलधन बताओ । उत्तर क्रिया संस्कृत में उक्तरीति से स्पष्ट ही है । यथा—

प्र.का.-न्यासः।			अन्योन्यपक्षनयने न्यासः ।		
	१	१२		१	१२
	१००	१६		१००	१६ ।
	५	०		०	५

बहूनां राशीनां वधः ९६०। अल्पराशिवधेन १०० अनेन भक्ते लब्धम् ९। शेषम् $\frac{६०}{१००}$ विंशत्याऽपवर्त्य $\frac{३}{५}$ जातं कलान्तरम् ९ $\frac{३}{५}$। छेदघ्नरूपे कृते जातम् $\frac{४८}{५}$।

अथ कालज्ञानार्थं न्यासः।

१	०
१००	१६
५	$\frac{४८}{५}$

अन्योन्यपक्षनयने न्यासः।

१	०
१००	१६
४८	५
	५

बहूनां राशीनां वधः ४८००। स्वल्पराशिवधेन ४०० भक्तो लब्धा मासाः १२।

मूलधनार्थं न्यासः।

१	१२
१००	०
५	$\frac{४८}{५}$

पूर्ववल्लब्धं मूलधनम् १६ । एवं सर्वत्र

अन्यदुदाहरणम्—

सत्र्यंशमासेन शतस्य चेत् स्यात् कलान्तरं पञ्च सपञ्चमांशाः।
मासैस्त्रिभिः पञ्चलवाधिकैस्तत् सार्धद्विषष्टेः फलमुच्यतां किम् ? ॥ २॥

$\frac{४}{३}$ मास में यदि १०० के $\frac{२६}{५}$ सूद होता है तो $\frac{१६}{५}$ मास में $\frac{१२५}{२}$ का कितना सूद होगा ?

उक्तरीति से इसका उत्तर संस्कृत में प्राचीन रीति से स्पष्ट है। यथा—

प्र. का.—न्यासः—

४	१६
३	५
१००	१२५
२६	२
५	×

अत्र फलच्छिदामन्योन्यपक्षनयनं कृत्वा

४	१६
५	३
१००	१२५
२	१
५	२६

बहुराशिजे वधे १५६००० स्वल्पराशिवधेन २०००० अनेन भक्ते लब्धम् $\frac{३९}{५}$ = कलान्तरम्। कालादिज्ञानार्थं पूर्ववत् ॥

यद्वा प्रकारान्तरेणाऽस्योदाहरणम्—न्यासः। प्र० १ $\frac{१}{३}$ । १०० । ५ $\frac{१}{५}$। इ० ३ $\frac{१}{५}$ । ६२ $\frac{१}{२}$ ।

अत्र सर्वेषां छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णमित्यादिना सवर्णने कृते जातम् प्र ० $\frac{४}{३}$। १०० । $\frac{२६}{५}$ । इ० $\frac{१६}{५}$ । $\frac{१२५}{२}$ । अन्योन्यपक्षनयनेन बहूनां राशीनां $\frac{२६}{५}$।

$\frac{१२५}{२}$ । $\frac{१६}{५}$ वधः $\frac{५२०००}{५०}$ अल्पराश्योः $\frac{४}{३}$ । $\frac{१००}{१}$ अनयोर्वधः $\frac{४००}{३}$ । भागार्थं विपर्ययेण न्यासः $\frac{५२०००}{५०}$ । $\frac{३}{४००}$ । अंशाहतिः १५६००० । छेदवधेन २०००० भक्ता जातम् ७ $\frac{४}{५}$ । छेदघ्नरूपे कृते जातं कलान्तरमिदम् $\frac{३९}{५}$ । एवं सर्वत्र ज्ञेयम् ।

नवीन रीति से उत्तर लिखने में लाघव प्रकार यह हो सकता है, यथा—प्रमाण पक्ष में $\frac{४}{३}$ । १०० । $\frac{२६}{५}$ और इच्छापक्ष में $\frac{१६}{५}$ । $\frac{१२५}{२}$ हैं। प्रमाण फल को इच्छा पक्ष में ले जाने पर प्रमाण पक्ष में अल्प (केवल २ राशि) $\frac{४}{३}$ । १०० तथा इच्छा पक्ष में $\frac{१६}{५}$ । $\frac{१२५}{२}$ । $\frac{२६}{५}$ बहुराशि हुए। अतः बहुराशियों के घात में स्वल्पराशियों के घात के भाग देने से लब्धि $= \frac{१६}{५} \times \frac{१२५}{२} \times \frac{२६}{५} \div \frac{४}{३} \times \frac{१००}{१} = \left(\frac{१६}{५} \times \frac{१२५}{२} \times \frac{२६}{५}\right)$ $\times \left(\frac{३}{४} \times \frac{१}{१००}\right) = \frac{३९}{५} = ७ + \frac{४}{५} =$ उत्तर ॥

वास्तव में तो पञ्चराशिक आदि भी त्रैराशिक से ही सिद्ध होते हैं। अतः इच्छा पक्ष और प्रमाण फल के घात में प्रमाण पक्ष के घात से भाग देने से लब्धि इच्छा फल होता है। ऊपर उपपत्ति देखिये। अतः अन्योऽन्य पक्ष नयन करने की आवश्यकता नहीं, भिन्नगुणन और भाग हार क्रिया से ही हर और फल का परिवर्तन हो जाता है। अतः पूर्वकथित उदाहरण यथा—प्रमाण काल $\frac{४}{३}$ में प्रमाण धन १०० का प्रमाणफल $\frac{२६}{५}$ है तो इच्छा काल $\frac{१६}{५}$ में इच्छा धन $\frac{१२५}{२}$ का क्या? यहाँ इच्छा पक्ष और प्रमाण फल के घात में प्रमाण पक्ष के घात के भाग देने से लब्धि $= \left(\frac{१६}{५} \times \frac{१२५}{२} \times \frac{२६}{५}\right)$ $\div \left(\frac{४}{३} \times \frac{१००}{१}\right) = \left(\frac{१६}{५} \times \frac{१२५}{२} \times \frac{२६}{५}\right) \times \left(\frac{३ \times १}{४ \times १००}\right) = \frac{३९}{५}$ पूर्वतुल्य ही हुआ। एवं सर्वत्र समझना ॥

अथ सप्तराशिकोदाहरणम्—

विस्तारे त्रिकराः कराष्टकमिता दैर्घ्ये विचित्राश्च चे-

द्रूपैरुत्कटपट्टसूत्रपटिका अष्टौ लभन्ते शतम् ।
दैर्घ्यं सार्धकरत्रयाऽपरपटी हस्तार्धविस्तारिणी,
तादृक् किं लभते द्रुतं वद वणिग् ! वाणिज्यकं वेत्सि चेत् ॥३॥

भा०—हे वणिक् ! यदि तुम वाणिज्य जानते हो तो-जो विस्तार में ३ हाथ लम्बाई में ८ हाथ ऐसी सपटे की ८ पटिये का १०० निष्क मिलते हैं तो जिस की लम्बाई $\frac{\text{७}}{\text{२}}$ हाथ, चौड़ाई $\frac{\text{१}}{\text{२}}$ है । ऐसी १ पटिये का मूल्य क्या होगा ?

पूर्वरीति से यहाँ भी इच्छापक्ष और प्रमाणफल के घात में प्रमाणपक्ष के घात से भाग देने से लब्धि $=\left(\frac{\text{७}}{\text{२}}\times\frac{\text{१}}{\text{२}}\times\text{१}\times\text{१००}\right)\div\frac{\text{३}}{\text{१}}\frac{\times\text{८}}{\text{१}}\frac{\times\text{८}}{\text{१}}$

$=\frac{\text{७}\times\text{१}\times\text{१}\times\text{१}\times\text{१००}}{\text{२}\times\text{२}\times\text{३}\times\text{८}\times\text{८}}=\frac{\text{७}\times\text{२५}}{\text{१९२}}=\frac{\text{१७५}}{\text{१९२}}$ निष्क = उत्तर हुआ । नीचे संस्कृत में ग्रन्थकार कृत उत्तर में भाग देकर द्रम्म आदि बना कर दिखाये गये हैं ।

प्र० इ०

प्र. का.— न्यासः ।

प्र०	इ०
३	$\frac{\text{७}}{\text{२}}$
८	$\frac{\text{१}}{\text{२}}$
८	१
१००	०

पूर्वविधिना लब्धो निष्कः ० । द्रम्माः १४ । पणाः ९ । काकिणी १ । वराटकाः ६$\frac{\text{२}}{\text{३}}$ ।

अथ नवराशिकोदाहरणम्—

पिण्डे येऽर्कमिताङ्गुलाः किल चतुर्वर्गाङ्गुला विस्तृतौ,
पट्टा दीर्घतया चतुर्दशकरास्त्रिंशल्लभन्ते शतम् ।
एता विस्तृतिपिण्डदैर्घ्यमितयो येषां चतुर्वर्जिताः,
पट्टास्ते वद मे चतुर्दश सखे ! मूल्यं लभन्ते कियत् ? ॥४॥

भा०—जिस का मोटाई (उँचाई) १२ अङ्गुल, चौराई १६ अं, और लम्बाई १४ हाथ है, इस प्रकार के ३० पट्टे का मूल्य यदि १०० निष्क हैं, तो जिसके मोटाई ८ अं० चौराई १२ अं० लम्बाई १० हाथ है ऐसे १४ पट्टे का मूल्य क्या होगा ?

यहाँ भी प्रमाण फल को इच्छापक्ष से गुना कर प्रमाणपक्ष के घात के भाग देने पर लब्धि $= \frac{\text{८} \times \text{१२} \times \text{१०} \times \text{१४} \times \text{१००}}{\text{१२} \times \text{१६} \times \text{१४} \times \text{३०}} = \frac{\text{५०}}{\text{३}}$ निष्क, मूल्य हुआ, यही उत्तर है।

ग्रन्थकार—न्यासः ।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१००	०

। लब्धं मूल्यं निष्काः १६$\frac{\text{३}}{\text{२}}$ ।

अथैकादशराशिकोदाहरणम्—

पट्टा ये प्रथमोदितप्रमितयो गव्यूतिमात्रे स्थिता-
स्तेषामानयनाय चेच्छकटिनां द्रम्माष्टकं भाटकम् ।
अन्ये ये तदनन्तरं निगदिता माने चतुर्वर्जिता-
स्तेषां का भवतीति भाटकमितिर्गव्यूतिषट्के वद ॥ ५ ॥

भा०—पूर्व प्रश्न में पहिले कहे हुए पट्टे को १ गव्यूति से लाने में यदि गाड़ीवान को ८ द्रम्म भारा दिया जाता है तो उसके बाद मान में ४ घटाकर कहे हुए पट्टे को ६ गव्यूति से लाने में क्या भारा होगा ? यह बताओ ॥

इस का उत्तर उक्तरीति से नीचे स्पष्ट है ॥

वा० का० न्यासः ।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१	६
८	०

यथोक्तया लब्धा भाटके द्रम्माः ८ ।

अथ भाण्डप्रतिभाण्डके करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

तथैव भाण्डप्रतिभाण्डकेऽपि विपर्ययस्तत्र सदा हि मूल्ये ।

सं०—भाण्डप्रतिभाण्डकेऽपि (वस्तुविनिमयेऽपि) तथैव पञ्चराशिकभेदवदेव विधिस्तत्र मूल्येऽपि सदा विपर्यः कार्यः "भाण्डं पात्रे वणिग्-मूलधने" इति मेदिनीत्यतो भाण्डं वणिग्मूलधनं ज्ञेयम् ॥

भा०—विभिन्न मूल्य की वस्तुओ के विनिमय (बदले) में भी इसी प्रकार (फल और हरों को अन्योऽन्य पक्ष नयन करके) क्रिया होता है किन्तु वहाँ मूल्य में भी परिवर्तन होता है ।

जैसे किसी ने पूछा कि—२) रु० में ३ सेर चावल और ३) रु० में ८ सेर दाल मिलती है तो ४ सेर चावल के बदले में दाल कितनी मिलेगी ? ।

उत्तर के लिये न्यास—

प्रथमप.	द्वितीयपक्ष		अल्परा	बहुरा	
२	३	अन्योऽन्य पक्षनयन से	३	२	बहुराशि के घात में
३	८		३	८	स्वल्प राशि के घात
४	×			४	के भाग देने से

लब्धि $= \frac{२ \times ८ \times ४}{३ \times ३} = \frac{६४}{९} = ७ + \frac{१}{९}$ सेर दाल, यही उत्तर हुआ।

उप०—प्रमू	द्विमू
प्रफ	द्विफ
प्रइ	×

अत्र द्वितीयेष्ट ज्ञानार्थमनुपातो—यदि प्रथममूल्येन प्रथमफलं तदा द्वितीयमूल्येन किमिति द्वितीयमूल्यसम्बन्धिफलम्

$= \frac{प्रफ \times द्विमू}{प्रमू०}$ एतद्विनिमये यदि द्वितीयफलं तदा प्रथमेष्टेन किमिति द्वितीयेष्टफलमानम् $= \frac{प्रमू \times द्विफ \times प्रइ}{प्रफ० \times द्विमू}$, इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

द्रम्मेण लभ्यत इहाम्रशतत्रयं चेत् त्रिंशत् पणेन विपणौ वरदाडिमानि ।
आम्रैर्वदाशु दशभिः कतिदाडिमानि लभ्यानि तद्विनिमयेन भवन्ति मित्र ॥ १ ॥

भा०—हे मित्र ! १ द्रम्म (१६ पण) में ३०० आम और १ पण में ३० दाड़िम मिलते हैं तो १० आम के बदले कितने दाड़िम मिलेंगे ? बताओ ।

यहाँ द्रम्म को पण बना कर अन्योऽन्य पक्ष नयन करके बहुराशिघात में स्वल्प राशि के घात के भाग देनेसे लब्धि $= \frac{१६ \times ३० \times १०}{१ \times ३००} =$ १६ दाड़िम यही उत्तर हुआ । नीचे न्यास देखिये ॥

अ० का० न्यासः ।	
१६	१
३००	३०
१०	०

अन्योन्यपक्षनयनेन	
१	१६
	३०
३००	१०

। लब्धानि दाडिमानि १६ ।

इति लीलावत्यां प्रकीर्णकानि ।

भा०—अब आगे मिश्र व्यवहार गणित कहते हैं। दो या अनेक वस्तुओं के योग को मिश्र कहते हैं। तथा मिश्र (मिले हुए पदार्थ) को समझ कर उन के पृथक् पृथक ज्ञान करने की रीति को मिश्र व्यवहार कहते हैं। जो आगे उदाहरण से स्पष्ट है ॥

—०—

अथ मिश्रकव्यवहारे करणसूत्रं सार्धवृत्तम्—

प्रमाणकालेन हतं प्रमाणं विमिश्रकालेन हतं फलं च ॥ १ ॥
स्वयोगभक्ते च पृथक् स्थिते ते मिश्राहते मूलकलान्तरे स्तः।
यद्वेष्टकर्माख्यविधेस्तु मूलं मिश्राच्च्युतं तच्च कलान्तरं स्यात् ॥२॥

सं०—प्रमाणं प्रमाणकालेन हतं, फलं च विमिश्रकालेन हतं ते द्वे पृथक्-स्थिते स्वयोगभक्ते मिश्राहते क्रमेण मूलकलान्तरे स्तः। यद्वा इष्टकर्माख्यविधे-र्मूलं धनं साध्यं, तच्च मिश्राच्च्युतं भवेत् ॥ १–२ ॥

भा०—प्रमाण काल से प्रमाण धन को और मिश्रकाल से प्रमाण फल को गुना करके दोनों गुणनफल को पृथक् रखना, फिर दोनों को पृथक् पृथक् मिश्र धन से गुना करके उन उक्त दोनों गुणन फल के योग से ही भाग देने से लब्धि क्रम से मूल धन और कलान्तर (सूद) होते हैं। अथवा मिश्र धन को इष्ट मान कर इष्ट कर्म ("उद्देशकालापवदिष्टराशिः" इत्यादि) से मूल धन का ज्ञान करै उस को मिश्र धन में घटाने से कलान्तर समझना ॥ १–२ ॥

उप०—प्रमाणकालेन प्रमाणफलं लभ्यते तदा विमिश्रकालेन किमिति

$$\text{लब्धं} = \frac{\text{प्रफ} \times \text{विमिका}}{\text{प्रका}}$$ = विमिश्रकालसम्बन्धि कलान्तरम्, इदं प्रमाणधने संयोज्य जातं प्रमाणधनसम्बन्धि मिश्रधनम् $= \frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध} + \text{विमिका} \times \text{प्रफ}}{\text{प्रका}}$,

एतेन यदि प्रमाणधनतुल्यमूलधनं तथा $\frac{\text{प्रफ} \times \text{विमिका}}{\text{प्रका}}$ इदं कलान्तरं

तदेष्टमिश्रधनेन किमितीष्टमूलधनम् = $\frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध} \times \text{मिध}}{\text{प्रका} \times \text{प्रध} + \text{विमिका} \times \text{प्रफ}}$ तथेष्ट कलान्तरम् = $\frac{\text{प्रफ} \times \text{विमिका} \times \text{मिध}}{\text{प्रका} \times \text{प्रध} + \text{विमिका} \times \text{प्रफ}}$, इत्युपपन्नः प्रथमः प्रकारः ॥

यद्वा—इष्टकर्मणा मिश्रधनं प्रसाध्यानुपातो यदि साधितमिश्रधनेनेष्टतुल्यं मूलधनं तदा प्रोक्तमिश्रधनेन किमिति मूलधनं, तन्मिश्राच्च्युतं कलान्तरं स्यादेवेत्युपपन्नो द्वितीयप्रकारोऽपीति ॥ १-२ ॥

उद्देशकः—(उदाहरणम्)

पञ्चकेन शतेनाब्दे मूलं स्वं सकलान्तरम् ।
सहस्रं चेत् पृथक् तत्र वद मूलकलान्तरे ॥ १ ॥

भा०—१ मास में १०० के ५ रुपये सूद के हिसाब से यदि १२ मास में मूल धन सहित सूद १००० रुपये हुए तो अलग अलग मूल धन और सूद की संख्या बताओ ।

यहाँ प्रमाणकाल १ से प्रमाणधन १०० को गुना किया तो १०० हुआ । फिर मिश्रकाल १२ से फल ५ को गुना किया तो ६० हुआ । इन दोनों को मिश्र धन १००० से गुना कर दोनों के योग (१००+६०=१६०) के भाग देकर क्रम से मूल धन = $\frac{१०० \times १०००}{१६०}$ = ६२५, तथा सूद = $\frac{६० \times १०००}{१६०}$ = ३७५ हुए ।

अथवा इष्ट कर्म से मूलधन जानने के लिये इष्ट=५ कल्पित मूल धन । और दृश्य १००० मिश्र धन । यहाँ कल्पित मूलधन से पञ्चराशिक द्वारा सूद (कलान्तर) जानने के लिये न्यास—

१	२१ अन्योन्य	१	१२
१००	५ पक्षनयन	१००	५
५	× से		५

बहु राशि घात में स्वल्प राशि के घात के भाग देने से लब्धि $\frac{१२ \times ५ \times ५}{१००}$ = ३ = कल्पित सूद

अतः कल्पित मिश्र धन ५+३=८ इस से इष्टगुणित दृश्य में भाग देने से उद्दिष्ट मूल धन = $\frac{१००० \times ५}{८}$ = ६२५ इसको मिश्र धन (१०००) में

घटाने से कलान्तर (सूद) = ३७५ पूर्व तुल्य ही हुए। संक्षेप में ग्रन्थकार का न्यास नीचे देखिये ॥

ग्र० का०—न्यासः।

१	१२
१००	१०००
५	०

लब्धे क्रमेण मूलकलान्तरे ६२५ ३७५।

अथवेष्टकर्मणः कल्पितमिष्टं रूपम् १। उद्देशकालापवदिष्टराशिरित्यादिकरणेन रूपस्य वर्षे कलान्तरम् $\frac{३}{५}$। एतद्युतेन रूपेण $\frac{८}{५}$। इष्टे १००० रूपगुणे भक्ते लब्धं मूलधनम् ६२५। एतन्मिश्रात् १००० च्युतं कलान्तरम् ३७५ ॥

सिश्रान्तरे करणसूत्रम्—

अथ प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला व्यतीतकालघ्नफलोद्धृतास्ते।
स्वयोगभक्ताश्च विमिश्रनिघ्नाः प्रयुक्तखण्डानि पृथग् भवन्ति ॥३॥

सं०—स्वकालाः प्रमाणैर्गुणिताः व्यतीतकालघ्नफलोद्धृतास्ते पृथक् स्वयोगेन भक्ता विमिश्रधनेन निघ्नाः पृथक् प्रयुक्तखण्डानि भवन्ति ॥ ३ ॥

भा०—अपने अपने प्रमाण धन से अपने अपने काल को गुना करना उनमें स्वस्वव्यतीतकाल और फल के घात से भाग देना, लब्धि को पृथक् रहने देना, उनमें उन्हीं के योग का भाग देना, तथा सब को मिश्र धन से गुना कर देने से क्रम प्रयुक्तखण्ड के प्रमाण होते हैं ॥ ६ ॥

उप०—कल्प्यते प्रश्नोक्तमूलधनस्य खण्डद्वये यत्समफलं तत् प्रमाणं = इष्ट = इ, ततः पञ्चराशिकेनैतत्सम्बन्धि खण्डद्वयम्—

प्रका	व्यका
प्रध	×
फ	इ

प्रका	व्यका'
प्रध	×
फ'	इ

$\text{प्रखं} = \frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध} \times \text{इ}}{\text{व्यका} \times \text{फ}}$ । $\text{द्वि. खं.} = \frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध} \times \text{इ}}{\text{व्यका}' \times \text{फ}'}$

$\text{अनयोर्योगः} = \left(\frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध}}{\text{व्यका} \times \text{फ}} + \frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध}}{\text{व्यका}' \times \text{फ}'}\right) \times \text{इ}$

$= \text{स्वयो} \times \text{इ}$, अनेन यदि पृथक् पृथक् खण्डमाने लभ्येते तदोद्दिष्टमिश्रधनेन किमित्युद्दिष्टमिश्रधनसम्बन्धिखण्डमाने, तथा $\text{प्रथमखण्डम्} = \left(\frac{\text{प्रका} \times \text{प्रधा}}{\text{व्यका} \times \text{फ}}\right) \times \frac{\text{मिध}}{\text{स्वयो}}$ । तथा द्वितीय खण्डम्

$= \left(\frac{\text{प्रका} \times \text{प्रध}}{\text{व्यका}' \times \text{फ}'}\right) \times \frac{\text{मिध}}{\text{स्वयो}}$ इत्युपपन्नम् ॥ ३ ॥

उद्देशकः--

यत् पञ्चकत्रिकचतुष्कशतेन दत्तं
खण्डैस्त्रिभिर्गणक निष्कशतं षडूनम् ।
मासेषु सप्तदशपञ्चसु तुल्यमाप्तं
खण्डत्रयेऽपि हि फलं वद खण्डसङ्ख्याम् ॥१॥

भा०—हे गणक! किसी ने अपने ९४ निष्क मूल धन के तीन खण्ड करके एक खण्ड को माहवारी ५ रुपये सैकड़े सूद, दूसरे खण्ड को ३ रुपये और तीसरे खण्ड को ४ रुपये सैकड़े सूद पर प्रयुक्त किया क्रम से तीनों खण्ड में ७, १० और ५ मास में तुल्य सूद मिले तो तीनों खण्ड की संख्या अलग अलग बताओ।

प्रका १ व्यका ७	प्रका १ व्यका १०	प्रका १ व्यका ५	मिध
प्रध १००	प्रध १००	प्रध १००	९४
प्रफ ५	प्रफ ३	प्रफ ४	

अपने प्रमाण काल और प्रमाण धन के घात में व्यतीत काल और फल के घात से भाग देने से $\frac{१०० \times १}{७ \times ५} = \frac{२०}{७} \Big| \frac{१००}{३०} = \frac{१०}{३} \Big| \frac{१००}{२०} = \frac{५}{१}$, इनमें इनके योग $\frac{२३५}{२१}$ के भाग देने और मिश्र धन (९४) से गुना करने से पृथक् पृथक् खण्ड–प्रखं $= \frac{२०}{७} \times \frac{२१}{२३५} \times ९४ = २४$ । द्विख $= \frac{१०}{३} \times \frac{२१}{२३५} \times ९४ = २८$ ।
तृखं $= \frac{५}{१} \times \frac{२१}{२३५} \times ९४ = ४२$ ॥ १ ॥

ग्रं० का०--न्यासः ।

१ । ७ ।	१ । १०	१ । ५ ।
१००	१०० ।	१००
५	३	४

मिश्रधनम् ९४ । लब्धानि यथाक्रमेण खण्डानि २४।२८।४२। पञ्चराशिकवतकरणेन समकलान्तरम् $८\frac{३}{५}$ ।

अथ मिश्रान्तरे करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

प्रक्षेपका मिश्रहता विभक्ताः प्रक्षेपयोगेन पृथक् फलानि ।

सं०-प्रक्षेपकाः पृथक् मिश्रेण हताः प्रक्षेपयोगेन विभक्ताः पृथक् फलानि भवन्ति ।

भा०—प्रक्षेपकों को पृथक् पृथक् मिश्र धन से गुना कर उनमें प्रक्षेपकों के योग से भाग देने से पृथक् पृथक् फल होते हैं। उदाहरण नीचे देखिये।

उप०—प्रक्षेपयोगेनोद्दिष्टमिश्रधनं लभ्यते तदा पृथक् प्रक्षेपप्रमाणेन किमिति = $\frac{\text{मिश्र} \times \text{प्रक्षे}}{\text{प्रक्षेयो}}$. पृथक् फलान्युत्पद्यन्ते ॥

अत्रोद्देशकः—

पञ्चाशदेकसहिता गणकाष्टषष्टिः
पञ्चोनिता नवतिरादिधनानि येषाम्।
प्राप्ता विमिश्रितधनैस्त्रिशती त्रिभिस्तै-
र्वाणिज्यतो वद विभज्य धनानि तेषाम् ॥१॥

भा०-हे गणक ! जिन तीन व्यापारियों के पास से ५१,६८,८५ आरम्भ में मूल धन थे, उन तीनों ने मिल कर व्यापार से ३००) तीन सौ रुपये प्राप्त किये तो उन तीनों को कितने कितने होंगे ? विभाग करके बताओ।

यहाँ प्रक्षेपकों को अलग अलग मिश्र धन से गुना कर प्रक्षेपकों के योग २०४ के भाग देकर लब्धि तीनों के भाग क्रम से–यथा प्र० = $\frac{५१ \times ३००}{२०४}$ = ७५। द्वि० = $\frac{६८ \times ३००}{२०४}$ = १००। तृ० = $\frac{८५ \times ३००}{२०४}$ = १२५॥ इन में अपने अपने मूल धन को घटाने से क्रम से तीनों के लाभ = २४।३२।४० नीचे ग्रन्थकार की रीति भी स्पष्ट है। यथा--

ग्रं० का०--प्रक्षेपकन्यासः। ५१। ६८। ८५। मिश्रधनम् ३००। जातानि धनानि ७५। १००। १२५। एतान्यादिधनैरूनानि लाभाः २४। ३२। ४०।

अथवा मिश्रधनम् ३००। आदिधनैक्येन २०४ ऊनं सर्वलाभयोगः ९६। अस्मिन् प्रक्षेपगुणिते प्रक्षेपयोग २०४ भक्ते लाभाः २४। ३२। ४०।

वाप्यादिपूरणे करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

भजेच्छिदोंऽशैरथ तैर्विमिश्रै रूपं भजेत् स्यात् परिपूर्त्तिकालः ॥४॥

सं०--छिदः (हरान्) अंशैर्भजेत्, अथ (पुनः) तैर्विमिश्रै रूपं (एकं) भजेत् लब्धफलं परिपूर्तिकालः स्यात् ॥

भा०—अपने अपने अंशों से हर में भाग देना फिर उन सबों के योग से १ में भाग देने से लब्धि पूर्ति समय होता है ।

इसका उदाहरण यह हुआ कि—एक आदमी किसी काम को $\frac{१}{२}$ दिन में, दूसरा उसी काम को १ दिन में, तीसरा उसी काम को २ दिन में और चौथा ३ दिन में करता है, यदि चारो आदमी मिल कर उसी काम को करें तो कितने समय में काम पूरा होगा ? ।

इस प्रश्न में प्रत्येक की कामपूर्ति के समय क्रम से $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{१}$ । $\frac{२}{१}$ । $\frac{३}{१}$ इन के अपने अपने अंशों से छेद में भाग देने से $\frac{२}{१}$, $\frac{१}{१}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$ इन के योग $\left(\frac{१२+६+३+२}{६} = \frac{२३}{६} = ३\frac{५}{६} \text{ इस}\right)$ से १ में भाग देनेसे कार्य की पूर्ति समय $\frac{६}{२३}$ दिन । अर्थात् ६ दिन के २३ वाँ भाग उत्तर हुआ ॥

उप०—कल्प्येते द्वयोर्निर्झरयोर्वाप्यादिपूरणकालौ $\frac{अं}{छे}$ । $\frac{अं'}{छे'}$, यदि पृथक् पृथगनेनैका वापी पूर्यते तदा एकेन दिनेन किमिति पृथक् फले पूर्णवाप्यंश-प्रमाणे $= \frac{छे}{अं}$ । $\frac{छे'}{अं'}$, । तत एतद्योगे यद्येकं दिनं तदैकस्यां वाप्यां किमिति वापीपरिपूर्तिकालः $= \frac{१}{\frac{छे}{अं}+\frac{छे'}{अं'}}$, इत्युपपद्यते ॥

उदाहरणम्—

ये निर्झरा दिनदिनार्धतृतीयषष्ठैः संपूरयन्ति हि पृथक् पृथगेव मुक्ताः ।
वापीं यदा युगपदेव सखे ! विमुक्तास्ते केन वासरलवेन तदा वदाशु ॥१७॥

भा०—एक झरना किसी बावली को १ दिन में, दूसरा $\frac{१}{२}$ दिन में, तीसरा $\frac{१}{३}$ दिन में और चौथा $\frac{१}{६}$ दिन में पृथक् पृथक् पूरा कर देता है तो यदि चारो एक ही साथ खोल दिये जाँय तो दिन के कितने भाग में बावली को भरेंगे ? हे मित्र ! शीघ्र बताओ ।

उक्तरीति से अपने अपने अंश से छेद में भाग देने से $\frac{१}{१}$, $\frac{२}{१}$, $\frac{३}{१}$, $\frac{६}{१}$ इनके योग ($\frac{१२}{१}$) से १ में भाग देने से $\frac{१}{१२}$ हुआ । अर्थात् १ दिन के १२ वें भाग में बावली पूर्ति होगी ।

प्र०—न्यासः । $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{६}$ । लब्धो वापीपूरणकालो दिनांशाः $\frac{१}{१२}$ ।

अथ क्रयविक्रये करणसूत्रं वृत्तम्—

पण्यैः स्वमूल्यानि भजेत् स्वभागैर्हत्वा तदैक्येन भजेच्च तानि ।
भागांश्च मिश्रेण धनेन हत्वा मौल्यानि पण्यानि यथाक्रमं स्युः ।।५।।

सं०--स्वमूल्यानि स्वभागैर्हत्वा पण्यैर्भजेत्, तानि, भागांश्च "पृथक्" मिश्रेण धनेन हत्वा तदैक्येन (स्वस्वभागहतपण्यभक्तमूल्ययोगेन) भजेत् लब्धानि यथाक्रमं मौल्यानि पण्यानि स्युरिति ॥

भा०--अपने अपने मूल्य का अपने अपने भाग से गुणा करके अपने अपने पण्य से भाग देना, उन सबों को अलग अलग उन्हीं के योग से भाग देना और सब को मिश्र धन से गुना करने से पृथक् पृथक् मूल्य होते हैं, तथा भागों को अलग अलग मिश्र धन से गुना कर पूर्वोक्त योग से ही भाग देने से पण्य* के प्रमाण होते हैं ।

उप०—यदि स्वस्वपण्येन स्वस्वमूल्यानि लभ्यन्ते तदा स्वस्वभागेन किमिति= $\frac{\text{स्वमू} \times \text{स्वभा}}{\text{स्वप}}$ = पृथक् स्वभागसम्बन्धिमूल्यानि भवन्ति । एतदैक्येन यद्येतानि पृथङ्मूल्यानि तथोक्तभागाश्च लभ्यन्ते तदोद्दिष्टमिश्रधनेन किमित्येवं मूल्यपण्यानयनमुपपद्यते ।।

उद्देशकः--

सार्धं तण्डुलमानकत्रयमहो द्रम्मेण मानाष्टकं
मुद्गानां च यदि त्रयोदशमिता एता वणिक् काकिणीः ।
आदायार्पय तण्डुलांशयुगलं मुद्गैकभागान्वितं
क्षिप्रं क्षिप्रभुजो व्रजेम हि यतः सार्थोऽग्रतो यास्यति ।।१।।

भा०--हे वणिक् ! १ द्रम्म में $\frac{७}{२}$ मान चावल और ८ मान मूँग मिलते हैं तो ये १३ काकिणी (अर्थात् $\frac{१३}{६४}$ द्रम्म) लेकर २ भाग चावल और १ भाग मूँग दो मैं शीघ्र भोजन कर जाऊँगा क्योंकि साथी आगे बढ़ जायँगे ।

---

* निश्चित मूल्य में जितने परिमाण में जो वस्तु मिलती है वह (परिमाण) पण्य कहलाता है ।

प्र० का०—न्यासः । पण्ये $\frac{७}{२}$ । $\frac{८}{१}$ । मौल्ये $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । स्वभागौ $\frac{३}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । मिश्रधनम् $\frac{१३}{६४}$ ।

अत्र स्वमूल्ये स्वभागगुणिते, पण्याभ्यां भक्ते जाते $\frac{४}{७}$ । $\frac{१}{८}$ । भागौ च $\frac{३}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । मिश्रधनेन $\frac{१३}{६४}$ संगुण्य तदैक्येन $\frac{३१}{५६}$ भक्ते जाते तण्डुलमुद्गमूल्ये $\frac{१}{६}$ । $\frac{७}{३९२}$ । तथा तण्डुलमुद्गमानेन भागौ $\frac{७}{१२}$ $\frac{७}{२४}$ । अत्र तण्डुलमूल्ये पणौ २ । काकिण्यौ २ । वराटकाः १२$\frac{१}{३}$ । मुद्गमुल्ये काकिण्यौ २ । वराटकाः ६$\frac{२}{३}$ ।

भा०—इस प्रश्न का उत्तर ग्रन्थकार संस्कृत में स्वयं दिखाये हैं जो ऊपर स्पष्ट ही है । यहाँ प्रमाण मूल्य द्रम्म है, इस लिये इच्छा मूल्य १२ काकिणी को भी द्रम्म जाति बना ली गई है ।

उदाहरणम् —

कर्पूरस्य वरस्य निष्कयुगलेनैकं पलं प्राप्यते
वैश्यानन्दन ! चन्दनस्य च पलं द्रम्माष्टभागेन चेत् ।
अष्टांशेन तथाऽगुरोः पलदलं निष्केण मे देहि तान्
भागैरैककषोडशाष्टकमितैर्धूपं चिकीर्षाम्यहम् ॥२॥

भा०—हे वैश्यानन्दन ! यदि २ निष्क अर्थात् ३२ द्रम्म) में १ पल कर्पूर, $\frac{१}{८}$ द्रम्म में १ पल चन्दन, $\frac{१}{८}$ द्रम्म में $\frac{१}{२}$ पल अगरु मिलते हैं तो १ निष्क के ये तीनों चीज क्रम से १, १६, ८ भाग मुझे दो मैं धूप करना चाहता हूँ ॥

ग्रन्थकार ने संक्षिप्त में इसका उत्तर संस्कृत में दिखाया है । जो नीचे स्पष्ट है । यहाँ एक जाति के लिये निष्क के द्रम्म बनाए गये हैं ॥

प्र० का०—न्यासः । पण्यानि $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{२}$ । मौल्यानि $\frac{३२}{१}$ । $\frac{१}{८}$ । $\frac{१}{८}$ । भागाः $\frac{१}{१}$ । $\frac{१६}{१}$ । $\frac{८}{१}$ । मिश्रधनं द्रम्माः १६ । लब्धानि कर्पूरादीनां मूल्यानि १४$\frac{२}{९}$ । $\frac{८}{९}$ । $\frac{८}{९}$ । तथैव तेषां पण्यानि $\frac{४}{९}$ । ७$\frac{४}{९}$ । ३$\frac{४}{९}$ ॥

रत्नमिश्रे करणसूत्रं वृत्तम्—

नरघ्नदानोनितरत्नशेषैरिष्टे हृते स्युः खलु मौल्यसङ्ख्याः ।
शेषैर्हृते शेषवधे पृथक्स्थैरभिन्नमूल्यान्यथवा भवन्ति ॥ ६ ॥

सं०—नरघ्नदानोनितरत्नशेषैः इष्टे हृते सति लब्धयो यथाक्रमं रत्नानां

मौल्यसंख्याः स्युः । अथवा—शेषवधे (शेषघाततुल्येष्टे) पृथक्स्थैः शेषैर्हृते अभिन्नमूल्यानि भवन्ति ॥

भा०—मनुष्य संख्या और रत्न संख्या के घात को पृथक् पृथक् रत्नों में घटाने से जो शेष बचे उन से पृथक् पृथक् किसी इष्ट एक संख्या में भाग देने से रत्नों की मूल्य संख्या होती हैं। अथवा रत्नशेष के घात को इष्ट मान कर उस में शेषों के भाग दिया जाय तो मूल्य की संख्या अभिन्न होती है ॥

उप०--नरसंख्या = न। यद्येकस्मै दानमानं = 'दा' तदा नरसंख्याभ्यः किमिति दानमानम् = न × दा, एतदूनानि रत्नप्रमाणानि समघनान्यत इष्टं समघनं प्रकल्प्यानुपातो—यदि पृथक् रत्नशेषैरिष्टं घनं तदैकेन किमिति पृथग्रत्नमूल्यानि स्युः। तथाऽभिन्नमूल्यार्थं पृथग्रत्नशेषैर्निःशेषभजनाद्रत्नशेष-घातसममिष्टं कल्पितमिति स्फुटमेव ॥

अत्रोद्देशकः—

माणिक्याष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं
सद्वज्राणि च पञ्च रत्नवणिजां येषां चतुर्णां धनम्।
सङ्गस्नेहवशेन ते निजधनाद्दत्त्वैकमेकं मिथो
जातास्तुल्यधनाः पृथग् वद सखे! तद्रत्नमौल्यानि मे ॥१॥

भा०--चार रत्न व्यापारियों में १ के पास ८ माणिक, दूसरे के पास १० नीलम, तीसरे के पास १०० मोती और चौथे के पास ५ हीरा थे। ये चारों एक साथ रहने के कारण परस्पर स्नेह वश अपने अपने रत्नों में से एक, एक रत्न दूसरों को दे दिये। इस प्रकार रत्नों को बेचने पर सब के पास तुल्य धन हो गये। तो रत्नों के मूल्य अलग अलग बताओ ॥ १ ॥

यहाँ नरसंख्या ४ और दानसंख्या १ के घात ४ को रत्नों की संख्या (८।१०।१००।५) में घटाने से शेष (४।६।९६।१ इन) से कल्पित किसी इष्ट संख्या में पृथक् भाग देने से क्रम से रत्नों के मूल्य होंगे। पर इस प्रकार भिन्न संख्या भी रत्नों के मूल्य हो सकते हैं। जैसे कल्पित इष्ट = ४, इसमें शेषों से पृथक् भाग देने से माणिक मूल्य $\frac{४}{४}$=१। नीलम मूल्य=$\frac{४}{६}=\frac{२}{३}$। मुक्तामूल्य $\frac{४}{९६}=\frac{१}{२४}$। और वज्र मूल्य = $\frac{४}{१}$ = ४।

इसलिये ऐसा इष्ट मानना जिससे मूल्य संख्या अभिन्न हो। सो शेषों के अपवर्त्य अङ्क हो सकता है, अतः शेषों का (४।६।९६।१ इनका) लघुतम अपवर्त्य ९६ इष्ट मान कर ग्रन्थकार ने अभिन्न मूल्य संख्या लाई है। जो नीचे स्पष्ट है।

ग्र०—न्यासः। मा ८। नी १०। मु १००। व ५। दानम् १। नराः४। नरगुणितदानेन ४। रत्नसङ्ख्यासूनितासु शेषाः मा ४। नी ६। मु ९६। व १। एतैरिष्टराशौ भक्ते रत्नमूल्यानि स्युरिति। तानि च यथाकथञ्चिदिष्टे कल्पिते भिन्नानि। अत्रेष्टं स्वधिया कल्प्यते तथाऽत्रापीष्टं कल्पितम् ९६।

अतो जातानि मूल्यानि २४।१६।१।९६। समधनम् २२३। अथवा शेषाणां घाते २३०४। पृथक् शेषैर्भक्ते जातान्यभिन्नानि ५७६।३८४।२४।२३०४। जनानां चतुर्णां तुल्यधनम् ५५९२। तेषामेते द्रम्माः सम्भाव्यन्ते॥

अथ सुवर्णगणिते करणसूत्रं वृत्तम्—

सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ स्वर्णैक्यभक्ते कनकैक्यवर्णः।
वर्णो भवेच्छोधितहेमभक्ते वर्णोद्धृते शोधितहेमसङ्ख्या॥७॥

सं० सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ स्वर्णैक्यभक्ते कनकैक्यवर्णो भवेत्। (शोधिते हेममानमल्पं चेत् तदा) शोधितहेमभक्ते सति वर्णः (ऐक्यवर्णः) भवेत्। तथा वर्णज्ञाने सति वर्णोद्धृते सति शोधितहेमसंख्या भवेत्॥७॥

भा०—सुवर्णमानों की संख्या को अपने अपने वर्ण संख्या से पृथक् पृथक् गुना करके सब का योग करना उसमें सुवर्णमानों के योग से भाग देने से लब्धि योग वर्ण की संख्या होती है।

(यदि अग्नि में तपा कर योग करने से स्वर्णमान संख्या हो जाय तो) शोधित सुवर्णमान संख्या से 'सुवर्ण' "वर्ण के घात के योग में" भाग देने से जो लब्धि हो वही योगवर्ण की संख्या होती है। तथा-(यदि युतिवर्ण ही का ज्ञान हो तो) युतिवर्ण से ही पूर्वोक्त योग में भाग देने से शोधित (मिलाये हुए) सुवर्ण की संख्या होती है॥ ७॥

उप०—कल्प्यते सुवर्णमाषप्रमाणं = मा। ततोऽनुपातो—यदि 'मा' मितसुवर्णेन प्रथमवर्णस्तदा प्रथमसुवर्णेन किमिति प्रथमसुवर्णतुल्यम् =

$\frac{\text{प्रव} \times \text{प्रसु}}{\text{मा}}$ एवं द्वितीयसुवर्णमूल्यम् $= \frac{\text{द्विव} \times \text{द्विसु}}{\text{मा}}$ । अनयोर्योगः सुवर्णद्वय-योगमूल्यम् $= \frac{\text{प्रव} \times \text{प्रसु} + \text{द्विव} \times \text{द्विसु}}{\text{मा}}$ । ततो यदि सर्वसुवर्णयोगेनेदं योग-मूल्यं तदा 'मा' मितसुवर्णेन किमिति $= \frac{\text{प्रव} \times \text{प्रसु} + \text{द्विव} \times \text{द्विसु}}{\text{सुयो}}$ = आवर्तित-सुवर्णवर्णप्रमाणम् । तथा यदि शोधिते सुवर्णयोगे न्यूनत्वं तदा शोधितसुवर्णानु-पातेन "शोधितहेमभक्ते" इत्युपपद्यते ।

तथा ∴ $\frac{\text{योरा}}{\text{शोहे}}$ = ऐक्यव ∴ $\frac{\text{योरा}}{\text{ऐक्यव}}$ = शोहे, इत्युपपन्नं "वर्णोद्धृते शोधितहेमसंख्येति" ।

उदाहरणानि—

विश्वार्करुद्रदशवर्णसुवर्णमाषा दिग्वेदलोचनयुगप्रमिताः क्रमेण ।
आवर्त्तितेषु वद तेषु सुवर्णवर्णस्तूर्णं सुवर्णगणितज्ञ वणिग् भवेत् कः ॥
ते शोधनेन यदि विंशतिरुक्तमाषाःस्युः षोडशासु वद वर्णमितिस्तदा का ।
चेच्छोधितं भवति षोडशवर्णहेम ते विंशतिः कति भवन्ति तदा तु माषाः ॥१॥

भा०—हे सुवर्ण गणितज्ञ वणिक् ! १३,१२,११ और १० इतने वर्ण के (४ प्रकार के सुवर्ण क्रम से १०,४,२,४ मासे हैं। इन सबों को आग में तपा कर मिला देने से कितने वर्ण का सुवर्ण होगा ? यदि तपा कर मिलाने से उक्त २० मासे सुवर्ण घट कर १६ मासे रह जाय तो उसका वर्णमान क्या होगा ? ॥

तथा यदि उक्त सब सुवर्ण मिलाने पर १६ वर्ण का सुवर्ण हो जाय तो वे २० मासे गल कर कितने मासे बचेंगे ? शीघ्र बताओ ॥

उक्तरीति से—सुवर्ण और वर्ण के घात के योग में सुवर्णैक्य के भाग देने से आवर्तित वर्ण की संख्या $= \frac{१३०+४८+२२+४०}{२०} = \frac{२४०}{२०} = १२$ । द्वितीय प्रश्न के उत्तर उक्त योग में शोधित सुवर्ण संख्या के भाग देने से युति वर्ण की संख्या $= \frac{२४०}{१६} = १५$ । तृतीय प्रश्न का उत्तर-उक्त योग में शोधितवर्ण के भाग देने से शोधित सुवर्ण संख्या $= \frac{२४०}{१६} = १५$ ।

प्र०—न्यासः। $\frac{१३}{१०}$ $\frac{१२}{४}$ $\frac{११}{२}$ $\frac{१०}{४}$ । जाताऽऽवर्त्तितसुवर्णवर्णमितिः १२। एत एव यदि शोधिताः सन्तः षोडश माषा भवन्ति तदा वर्णाः १५। यदि ते च षोडशवर्णास्तदा पञ्चदश १५ माषा भवन्ति ॥

अथ वर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्—

स्वर्णैक्यनिघ्नाद्युतिजातवर्णात् सुवर्णतद्वर्णवधैक्यहीनात् ।
अज्ञातवर्णाग्निजसंख्ययाऽऽप्तमज्ञातवर्णस्य भवेत् प्रमाणम् ॥८॥

सं०—युतिजातवर्णात् स्वर्णैक्यनिघ्नात् सुवर्णतद्वर्णवधैक्यहीनात् अज्ञातवर्णाग्निजसंख्यया (अज्ञातवर्णसुवर्णप्रमाणेन) आप्तं अज्ञातवर्णस्य प्रमाणं भवेत् ॥ ८ ॥

भा०—(यदि अनेक प्रकार के सुवर्ण मिलाने पर युतिवर्ण ज्ञात हो, तथा किसी एक प्रकार के सुवर्ण का वर्ण अज्ञात हो तो) युति जात वर्ण को सुवर्णों के योग से गुना करके उस (गुणन फल) में ज्ञात सुवर्ण और उनके वर्ण के घात योग को घटाना, शेष में अज्ञात वर्ण वाले सुवर्ण की संख्या से भाग देने से लब्धि अज्ञात वर्ण की संख्या होती है ॥ ८ ॥

उप०—यत्रैकसुवर्णवर्णमानमज्ञातं तत्प्रमाणम् = य । अतः "सुवर्णवर्णा इतियोगराशौ" इति पूर्वोक्तसूत्रानुसारेण युतिजातवर्णः =

$$युव = \frac{प्रसु \times प्रव + द्विसु \times द्विव + तृसु \times य}{सुयो}$$

$$\therefore\ युव \times सुयो = प्रसु \times प्रव + द्विसु \times द्विव + तृसु \times य$$

$$\therefore\ \frac{युव \times सुयो - [प्रसु \times प्रव + द्विसु \times द्विव]}{तृसु} = य = \text{अज्ञातवर्ण-}$$

इत्युपपन्नम् ॥ ८ ॥

उदाहरणम्—

दशेशवर्णा वसुनेत्रमाषा अज्ञातवर्णस्य षडेतदैक्ये ।
जातं सखे ! द्वादशकं सुवर्णमज्ञातवर्णस्य वद प्रमाणम् ॥ १ ॥

भा—यदि १० और ११ वर्ण वाले सुवर्ण क्रम से ८ और २ मासे हैं तथा अज्ञात वर्ण वाले सुवर्ण ६ मासे है इन तीनों को मिलाने से यदि युतिवर्ण १२ हुआ तो अज्ञात वर्ण का प्रमाण बताओ ॥ १ ॥

सूत्रानुसार—सुवर्ण के योग से युतिवर्ण को गुना करने से १६ × १२ = १९२ इसमें ज्ञातवर्ण और उनके सुवर्णमान के घात के योग १०२ को घटाने से ९० इसमें अज्ञात वर्ण वाले सुवर्ण की संख्या ६ के भाग देने से लब्धि = १५ = अज्ञातवर्ण संख्या हुई ॥

ग्र० का०—न्यासः । $\frac{१०}{८}$, $\frac{११}{२}$, $\frac{०}{६}$ लब्धमज्ञातवर्णमानम् १५ ।

सुवर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्—

स्वर्णैक्यनिघ्नो युतिजातवर्णः स्वर्णघ्नवर्णैक्यवियोजितश्च ।
अहेमवर्णाग्निजयोगवर्णविश्लेषभक्ताऽविदिताग्निजं स्यात् ॥ ९ ॥

सं०—युतिजातवर्णः स्वर्णैक्यनिघ्नः स्वर्णघ्नवर्णैक्येन वियोजितः, स पुनः अहेमवर्ण-युतिजातवर्णयोरन्तरेण भक्तः फलमविदितसुवर्णमानं स्यात् ॥

भा०—(यदि युतिजातवर्ण ज्ञात हो तथा ज्ञातवर्णों के सुवर्ण में किसी सुवर्ण संख्या का मान अज्ञात हो तो) युति जातवर्ण को सुवर्णों के योग से गुना करना उस (गुणन फल) में ज्ञात सुवर्ण और उनके वर्ण के घात योग घटाना, शेष में अज्ञात सुवर्ण की वर्ण संख्या और युति वर्ण के अन्तर से भाग देने से लब्धि अज्ञात सुवर्ण की संख्या होती है ।

उप०—यत्रैकवर्णस्य सुवर्णमानमज्ञातं तत्प्रमाणम् = य । ततः "सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ" इत्यादिना युतिवर्णमानम् =

$$युव = \frac{प्रसु \times प्रव + द्विसु \times द्विव + तृव \times य}{प्रसु + द्विसु + य}$$

$$\therefore युव\ (प्रसु + द्विसु) + युव \times य = प्रसु \times प्रव + द्विसु \times द्विव + तृव \times य ।$$

$$\therefore युव \times (प्रसु + द्विसु) - (प्रसु \times प्रव + द्विसु \times द्विव) = (तृव - युव) \times य$$

$$\therefore \frac{युव(प्रसु + द्विसु) - (प्रसु\ प्रव + द्विसु \times द्विसु)}{तृव - युव} = य = अज्ञातसुवर्णमान$$

मित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

दशेन्द्रवर्णा गुणचन्द्रमाषाः किञ्चित् तथा षोडशकस्य तेषाम् ।
जातं युतौ द्वादशकं सुवर्णं कतीह ते षोडशवर्णमाषाः ॥ १ ॥

अ० का०——न्यासः । $\begin{matrix}१०\\२\end{matrix}$ $\begin{matrix}१४\\१\end{matrix}$ $\begin{matrix}१६\\०\end{matrix}$ युव १२ लब्धं सुवर्णमाषमानम् १ ।

भा०——यदि १० और १४ वर्णवाले सुवर्ण क्रमसे २, १ मासे हैं इनमें १६ वर्ण वाले सुवर्ण कुछ मिला दिये गये तो युति जात वर्ण १२ हुआ तो बताओ कि १६ वर्णवाले सुवर्ण कितने मासे थे ? ।

उत्तर——सूत्रानुसार सुवर्ण के योग से युति वर्ण को गुना करने से १२×४ =४८ इसमें सुवर्ण और उनके वर्ण के घात के योग (४४) को घटाने से शेष ४ इस में अज्ञात सुवर्ण के वर्ण और युति वर्ण के अन्तर (१६—१२) =४ से भाग देने से लब्धि अज्ञात सुवर्ण की संख्या = १ हुई ॥

सुवर्णज्ञानायान्यत् करणसूत्रं वृत्तम्——

साध्येनोनोऽनल्पवर्णो विधेयः साध्यो वर्णः स्वल्पवर्णोनितश्च ।
इष्टक्षुण्णे शेषके स्वर्णमाने स्यातां स्वल्पानल्पयोर्वर्णयोस्ते ॥१०॥

सं०——अनल्पवर्णः साध्येन (साध्यवर्णेन) ऊनः कार्यः, साध्यो वर्णश्च स्वल्पवर्णेनोनितः कार्यः, शेषके इष्टेन गुणिते क्रमेण स्वल्पानल्पयोर्वर्णयोः स्वर्णमाने भवेतामिति ॥

भा०——(यदि सुवर्ण की वर्ण संख्या, और युति जातवर्ण संख्या ज्ञात हो तथा सुवर्णों के मान अज्ञात हो तो) अधिक वर्ण संख्या में साध्य (युतिजात) वर्ण को घटाना, और साध्यवर्ण में अल्प वर्ण को घटाना दोनों शेष को किसी तुल्य इष्ट संख्या से गुना कर देने से क्रम से अल्प और अधिक वर्ण की सुवर्ण संख्या होती है । अर्थात् प्रथम शेष स्वल्प वर्ण का सुवर्ण, और द्वितीय शेष अधिक वर्ण का सुवर्ण समझना । अनेक प्रकार के इष्ट से दोनों शेष को गुना करने से अनेक प्रकार के सुवर्ण मान हो सकते हैं ॥

उप०——अत्र·अनल्पवर्णः = अनव । स्वल्पवर्णः = स्वव, एतयोरज्ञात· स्वर्णमाने क्रमेण य। क तथा साध्यवर्णः = साव । ततः "सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ" इत्यादिना

$$\text{युव} = \text{साव} = \frac{\text{अनव} \times \text{य} + \text{स्वव} \times \text{क}}{\text{य} + \text{क}}$$

$$\therefore \text{साव} \times \text{य} + \text{साव} \times \text{क} = \text{अनव} \times \text{य} + \text{स्वव} \times \text{क}$$

$$\therefore (\text{साव} - \text{स्वव})\,\text{क} = (\text{अनव} - \text{साव})\,\text{य} \;\therefore \text{क} = \frac{(\text{अनव} - \text{साव})}{\text{साव} - \text{स्वव}} \times \text{य}$$

अतोऽत्र "क्षेपाभावोऽथवा यत्र" इत्यादिकुट्टकविधिना गु = ० । ल = ० । तत्र "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादिना लब्धिः = क = (अनव–साव × इ । तथा गुणः य = (साव–स्वव) × इ । इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

हाटकगुटिके षोडशदशवर्णे तद्युतौ सखे ! जातम् ।
द्वादशवर्णसुवर्णं ब्रूहि तयोः स्वर्णमाने मे ॥ १ ॥

भा०—१६ और १० वर्णवाले सुवर्ण की २ गुटिका को मिलाने से यदि १२ वर्णका सुवर्ण हुआ तो बताओ दोनों सुवर्ण कितने कितने मासे थे ? ।

उत्तर—सूत्रानुसार प्रथम शेष = १६ – १२ = ४ । द्वितीय शेष = १२ – १० = २ । यहाँ प्रथम शेष ४ यह १० वर्ण का सुवर्ण मान है । और द्वितीय शेष २ यह १६ वर्ण का सुवर्णमान है । इन दोनों को द्विगुणित, आदि करने से अनेक प्रकार के मान होंगे । नीचे ग्रन्थकार कृत गणित में देखिये ॥

प्र. का.—$\frac{१६}{०}$ $\frac{१०}{०}$ । साध्यो वर्णः १२ । कल्पितमिष्टम् १ । लब्धे सुवर्णमाने $\frac{१६}{२}$ $\frac{१०}{४}$ । अथवा द्विकेष्टेन $\frac{१६}{४}$ $\frac{१०}{८}$ । अर्धगुणितेन वा $\frac{१६}{१}$ $\frac{१०}{२}$ । एवंबहुधा ।

अथ छन्दश्चित्यादौ करणसूत्रं श्लोकत्रयम् —

एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ता भाज्याः क्रमस्थितैः ।
परः पूर्वेण संगुण्यस्तत्परस्तेन तेन च ॥११॥
एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युरिदं साधारणं स्मृतम् ।
छन्दश्चित्युत्तरे छन्दस्युपयोगोऽस्य तद्विदाम् ॥१२॥
मूषावहनभेदादौ खण्डमेरौ च शिल्पके ।
वैद्यके रसभेदीये तन्नोक्तं विस्तृतेर्भयात् ॥१३॥

सं०—'छन्दसि एकादिलगक्रियाज्ञानार्थं 'पदपर्यन्तं' एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ताः स्थाप्याः, ते च क्रमस्थितैः एकाद्येकोत्तरैर्भाज्याः, तत्र परः पूर्वेण, संगुण्यः, तेन तत्परः तेन च पुनस्तत्परः संगुण्यः एवं क्रमेण एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युः, इदं साधारणं स्मृतम् । अस्य गणितस्य छन्दसि छन्दश्चित्युत्तरे, मूषावहनभेदादौ, खण्डमेरौ, शिल्पे, वैद्यके रसभेदीये च तद्विदामुपयोगो भवति, तद्विस्तृतेर्भयात् सर्वं नोक्तम् ॥

भा०—(परस्पर सम्मिश्रण से एकादि संख्या के भेद समझने के लिये) संख्या पर्यन्त १ आदि से १ बढ़ा कर उत्क्रम से लिखना। उनमें क्रमसे १ आदि संख्याओं का भाग देना, (पूर्व अङ्क १ संख्या के भेद समझना) पूर्व (भेद) से अग्रिम को गुना करना, फिर अग्रिम से उसके आगे को गुना करना, फिर उससे उसके अग्रिम को क्रम से गुना कर देना। इस प्रकार क्रम से १ आदि संख्याओं के भेद होते हैं। यह सामान्यनियम हैं। छन्दःशास्त्र में छन्द के एकादि लघु वा एकादि गुरु जानने में, मूषावहन के भेद जानने में, खण्डमेरु में, शिल्प शास्त्र में, वैद्यकशास्त्र में, रसों के भेद समझने में इस गणित का उपयोग होता है। जो विस्तारभय से यहाँ सब नहीं कहा गया है॥

उप०—छन्दोभेदेषु एकादिलगक्रियाज्ञानार्थं छन्दःशास्त्रोक्तखण्डमेरुविन्यासेनेद सूत्रं स्फुटमुपपद्यते। यथा छन्दःशास्त्रे खण्डमेरुविधिः—

"इष्टाक्षरसमान् कोष्ठानूर्ध्वाधः क्रमतो लिखेत्। एकैकापचितानग्रे लिखित्वाङ्कैः प्रपूरयेत्॥ एकाद्येकोत्तरैः पूर्वपंक्तिकोष्ठान्, तदग्रतः। पूर्वपंक्तिस्थतैकद्वित्र्यादिकोष्ठाङ्कसंयुतिम्॥ द्वितीयादिकपक्तिस्थकोष्ठेष्वेवं लिखेत् क्रमात्। ज्ञेया तिर्यक् क्रमेणैवमेकद्व्यादिलगक्रिया॥"

खण्डमेरुः—

एकाक्षरे	१					
द्व्यक्षरे	२	१				
त्र्यक्षरे	३	३	१			
चतुरक्षरे	४	६	४	१		
पञ्चाक्षरे	५	१०	१०	५	१	
षडक्षरे	६	१५	२०	१५	६	१
	एकगुरु वा एकलघु	द्विगुरु वा द्विलघु	त्रिगुरु वा त्रिलघु	चतुर्गुरु वा चतुर्लघु	पञ्चगुरु वा पञ्चलघु	षड्गुरु वा षड्लघु

इति छन्दःशास्त्रविधिना विन्यस्तखण्डमेरौ स्फुटमवलोक्यते यत् यदैको लघुः एको गुरुर्वा तदा पादाक्षरतुल्यभेदाः। यदा द्वौ लघू, वा द्वौ गुरू तदा रूपोनपदपूर्वभेदयोर्घातेन द्विभक्तेन तुल्याः, यदा च त्रयो लघवो गुरवो वा (तदा द्व्यूनपदपूर्वभेदघातेन त्रिभक्तेन तुल्या भेदा इत्यादि। यथा खण्डमेरौ षडक्षर प्रस्तारे—६। १५। २०। १५। ६। १

॥ ॥ ॥ ॥ ॥ ॥

$\frac{6}{1} \times \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{6}$

इत्यत एवाचार्येण लाघवप्रकारोऽयं प्रदर्शित इत्युपपन्नम्॥

तत्र छन्दश्चित्युत्तरे किञ्चिदुदाहरणम्—

प्रस्तारे मित्र ! गायत्र्याः स्युः पादे व्यक्तयः कति ।
एकादिगुरवश्चाशु कति कत्युच्यतां पृथक् ॥ १ ॥

भा०—हे मित्र ! गायत्री (षडक्षर चरण) छन्द के सब भेद कितने होंगे ? और एकादि गुरु की संख्या कितनी कितनी होंगी ? यह बताओ ।

उत्तर—यहाँ गायत्री छन्द के चरण में ६ अक्षर होते हैं । अतः उत्क्रम से १ आदि एकोत्तर संख्या लिख कर उनमें क्रम से १ आदि अङ्कों के भाग देने से $\frac{६}{१}$ । $\frac{५}{२}$ । $\frac{४}{३}$ । $\frac{३}{४}$ । $\frac{२}{५}$ । $\frac{१}{६}$ इनमें पूर्व संख्या $\frac{६}{१}$ = ६ ये एक गुरु के भेद हैं । इससे अपने आगे के अङ्क $\frac{५}{२}$ को गुना करने से १५ ये द्विगुरु भेद हुए । इससे फिर अगले अङ्क $\frac{४}{३}$ को गुना करने से २० ये त्रिगुरु भेद हुए । फिर इससे अगले अङ्क $\frac{३}{४}$ को गुना करने से १५ ये चतुर्गुरु भेद हुए । इससे फिर अगले अङ्क $\frac{२}{५}$ को गुना करने से ६ ये पञ्च गुरु भेद हुए । फिर इससे अगले अङ्क $\frac{१}{६}$ को गुना करने से $\frac{१ \times ६}{६}$ = १ यह षड्गुरु (या सर्वगुरु) का भेद हुआ । इस प्रकार क्रम से एकादि गुरु के भेद संख्या ६।१५।२०।१५।६।१ । तथा जितने ही एकादि गुरु भेद होते हैं उतने ही एकादि लघु भेद भी कह सकते हैं । इसलिये सर्व लघु भेद भी १ होता है । अतः कुल भेद मिल कर ६४ ये गायत्री छन्द के (सम) भेद संख्या हुई ॥ एवं सर्वत्र समझना ॥ १ ॥

प्र० का०—इह हि षडक्षरो गायत्रीचरणोऽतः षडन्तानामनेकाद्येकोत्तराङ्कानां व्यस्तानां क्रमस्थानां च न्यासः । $\frac{६}{१}$ $\frac{५}{२}$ $\frac{४}{३}$ $\frac{३}{४}$ $\frac{२}{५}$ $\frac{१}{६}$ ।

यथोक्तकरणेन लब्धा एकगुरुव्यक्तयः ६ । द्विगुरवः १५ । त्रिगुरवः २० । चतुर्गुरवः १५ । पञ्चगुरवः ६ । षड्गुरुः १ । अथैकः सर्वलघुः १ । एवमासामैक्यं पादव्यक्तिमितिः ६४ ।

एवं चतुश्चरणाक्षरसङ्ख्यकानङ्कान् यथोक्तं विन्यस्य एकादिगुरुभेदानां नियतान् सैकानेकीकृत्य जाता गायत्रीवृत्तव्यक्तिसङ्ख्या १६७७७२१६ । एवमुक्थाद्युत्कृतिपर्यन्तं छन्दसां व्यक्तिमितिर्ज्ञातव्या ॥

उदाहरणं शिल्पे—

एकद्वित्र्यादिभूपावहनमितिमहो ! ब्रूहि मे भूमिभर्तु-
र्हर्म्ये रम्येऽष्टभूषे चतुरविरचिते श्लक्ष्णशालाविशाले ।

६

एकद्वित्र्यादियुक्त्या मधुरकटुकषायाम्लकक्षारतिक्तै-
रेकस्मिन् षड्रसैः स्युर्गणक कति वद व्यञ्जने व्यक्तिभेदाः ॥ २ ॥

भा०—हे गणक ! किसी चतुर कारीगर द्वारा बनाये हुए राजा के ८ झरोखे वाले सुन्दर भवन में यदि १,२,३ आदि झरोखे (गवाक्ष) खोले जाँय तो उनके कितने भेद हो सकते हैं। तथा एक ही तरकारी में मधुर, कटु, कषाय, आम्ल, लवण और तिक्त इन ६ रसों में से १,२,३, आदि रसों को मिलाने से कितने प्रकार के स्वाद होंगे ? बताओ ॥ २ ॥

यहाँ उक्त रीति से एक आदि गवाक्ष खोलने से क्रम से भेद ८,२८,५६, ७०,५६,२८,८,१ तथा कुल गवाक्ष बन्द रखा जाय तो १ भेद एवं सब भेद २५५+१=२५६ होते हैं।

तथा व्यञ्जन (तरकारी) में एकादि रस मिलाने से क्रम से १ आदि रस युक्त व्यञ्जन भेद ६,१५,२०,१५,६,१ तथा व्यञ्जन में एक भी रस नहीं मिलाया जाय तो १ भेद होता है, अतः कुल भेद संख्या ६३+१=६४ हुए। नीचे ग्रन्थकारकृत न्यास स्पष्ट है ॥

ग्र० का०—न्यासः । $\frac{८}{१}$ $\frac{७}{२}$ $\frac{६}{३}$ $\frac{५}{४}$ $\frac{४}{५}$ $\frac{३}{६}$ $\frac{२}{७}$ $\frac{१}{८}$ ।

यथोक्तविधिना लब्धा एकद्वित्र्यादिमूषावहनसङ्ख्याः ८, २८, ५६, ७०, ५६, २८, ८, १ । एवमष्टमूषे राजगृहे मूषावहनभेदाः २५५ ।

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः $\frac{६}{१}$ $\frac{५}{२}$ $\frac{४}{३}$ $\frac{३}{४}$ $\frac{२}{५}$ $\frac{१}{६}$ । लब्धा एकादिरससंयोगेन पृथग्व्यक्तयः ६, १५, २०, १५, ६, १ । एतासामैक्यम् सर्वभेदाः ६३ ।

इति मिश्रकव्यवहारः समाप्तः ।

अथ श्रेढीव्यवहारः ।

तत्र सङ्कलिते सङ्कलितैक्ये च करणसूत्रं वृत्तम्—

सैकपदघ्नपदार्धमथैकाद्यङ्कयुतिः किल सङ्कलिताख्या ।
सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी स्यात् त्रिहृता खलु सङ्कलितैक्यम् ॥ १ ॥

सं०—अथ सैकपदघ्नपदार्धं एकाद्यङ्कयुतिः सङ्कलिताख्या (सङ्कलित-

संज्ञका) भवति । सा (एकाद्यङ्कयुतिः) द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी त्रिहृता च सङ्कलितैक्यं (एकादिसङ्कलितानां योगः) स्याद् ॥ १ ॥

भा०—(एकादि जितनी संख्या तक का योग समझना हो उसे पद कहते हैं) पद में १ जोड़ कर उसे पद से गुना करके आधा करने से एकादि अङ्कों का योग होता है। उसे सङ्कलित भी कहते हैं। उस (सङ्कलित) को द्वियुत पद से गुना करके ३ से भाग देने से एकादि अङ्कों के सङ्कलितों का योग होता है ॥ १ ॥

उप०—एकाद्येकोत्तराणामङ्कानां योग एव सङ्कलितसंज्ञं सर्वधनम्। तत्र आदिः = १ । चयः = १ । यदि पदम् = प, तदा—"व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यादन्त्यधन"मित्यादिसूत्रेण सर्वधनम् = एकादिसङ्कलितम् =

$$\left\{\frac{(प-१)च+२आ}{२}\right\}\times प,$$ अत्र 'च = १ । आ=१' आभ्यामुत्थापनेन

$$एकादिसङ्कलितम् = \frac{(प+१)\times प}{२},$$ इत्युपपन्नं सङ्कलितानयनम् ॥

तथा च यदि पदम् = प = ३ तदोपर्युक्तयुक्त्या—

$$(३)\ पदसंकलितम् = \frac{(प+१)प}{२} = \frac{प^{२}+प}{२} ।$$

$$(२)\ एकोनपदसंकलितम् = \frac{(प-१)^{२}+प-१}{२} ।$$

$$(१)\ द्व्यूनपदसंकलितम् = \frac{(प-२)^{२}+प-२}{२} ।$$

एतेषां योगः = सङ्कलितैक्यम्

$$= संऐ = \frac{एकादिवर्गयोग + सं}{२},$$ अत्र "एकादिवर्गयोगस्थाने" द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं" इत्यादिनोत्थापनेन $संऐ = \frac{सं(२प+१)+सं\times३}{३\times२} =$

$$\frac{सं(२प+४)}{६} = \frac{सं(प+२)}{३}$$ । इत्युपपन्नं संकलितैक्यानयनम् ॥

अनयैव रीत्या संकलितैक्ययोगानयनमप्युपपद्यते । यथा—

यदि = प = ३ । तदा सकलितैक्यानयनविधिना—

(३) पदसंकलितैक्यम् = $\frac{(प^२+प)}{२} \times \frac{(प+२)}{३} = \frac{प^२ + ३ प^२ + २ प}{६}$

(२) एवं रूपोनपदसंकलितैक्यम् = $\frac{(प-१)^३ + ३(प-१)^२ + २(प-१)}{६}$

(१) द्व्यूनपदसंकलितैक्यम् = $\frac{(प-२)^३ + ३(प-२)^२ + २(प-२)}{६}$

एषां योगः = संकलितैक्ययोगः = $\frac{घनयोग + ३ \ वर्गयोग + २ \ सं}{६}$

∴ ६ संऐयो = घयो + ३ वयो + २ सं। अथ—"सङ्कलितस्य कृतेः" तथा "द्विघ्नपदं कुयुतं" इत्यादिसूत्रोक्त्या वर्गयोगघनयोगयोरुत्थापनेन

$$६ \times सं \ ऐयो = \frac{सं \ (प^२+प)}{२} + सं \ (२प+१) + २ \ सं$$

$$\therefore १२ \times सं \ ऐयो = सं \ (प^२+प) + सं(४प+२) + ४सं)$$
$$= सं \ (प^२ + प ५ + ६) = सं \ (प+२) \times (प+३)$$

$$\therefore सं \ ऐयो = \frac{सं \ (प+२) \times (प+३)}{३ \times ४} = संऐ \times \frac{(प+३)}{४} = \frac{सं ऐ \times प \times सं ऐ}{४}$$

अतः 'पदं संकलितैक्यघ्नं त्रिघ्नसंकलितैक्ययुक्।
चतुर्भक्तं फलं यत् सा युतिः संकलितैक्यजा ॥" इति मदुक्तं, तथा च
"रामयुक्तपदाभ्यस्तं भक्तं संकलितैक्यकम्।
वेदैः संकलितैक्यानां युतिमानं च तद्भवेत् ॥"
इति श्रीमद्विशेषोक्तं चोपपद्येते।

अथैकादिविषमाङ्कयोगानयनरीतिर्द्व्यादिसमाङ्कयोगानयनविधिश्च प्रदर्श्यते—तत्रैकादिविषमाङ्कयोगे आदिः = १, चयः = २, पदं = $\left(\frac{प+१}{२}\right)$ ततो "व्येक-पदघ्नचय" इत्यादिना सर्वधनमेवैकादिविषमाङ्कयुतिः = $\left(\frac{प+१}{२}\right) \times \left(\frac{प+१}{२}\right)$
$= \left(\frac{प+१}{२}\right)^२$ एतेन

"सैकपदार्धकृतिर्विषमानां संकलितं भवतीन्दुमुखानाम्" इत्युपपद्यते।

तथा द्व्यादिसमाङ्कयोगे तु आदिः = २ । चयः=२, पदं = $\frac{प}{२}$ । अतो "व्येकपदघ्नचय" इत्यादिना द्व्यादिसमाङ्कयुतिः = $\left(\frac{प}{२}+१\right)\times\frac{प}{२}$ एतेन "गच्छदलं कुयतं पदनिघ्नं तद्भितं च सामाङ्कयुतिः स्यात्" इत्युपपद्यते । एवमत्रानेके प्रकारा भवितुमर्हन्ति ॥

उदाहरणम्—

एकादीनां नवान्तानां पृथक् सङ्कलितानि मे ।
तेषा सङ्कलितैक्यानि प्रचक्ष्व गणक ! द्रुतम् ॥१॥

भा०—हे गणक ! १ से ९ तक सब अङ्कों के पृथक् पृथक् संकलित बताओ । तथा उन्हीं अङ्कों के पृथक् पृथक् सङ्कलितैक्य भी बताओ ॥ १ ॥

जैसे १ से २ तक का योग करना है तो पद = २ हुआ, इसमें १ जोड़ कर पद से गुना करके आधा करने से संकलित = $\frac{३\times२}{२}$ = ३ ।

यदि पद ३ है तो उक्तरीति से १ से ३ तक का संकलित = $\frac{४\times३}{२}$ = ६ ।

एवं आगे भी समझना । नीचे ग्रन्थकारकृत न्यास में देखिये ।

तथा १ से ९ तक का संकलितैक्य जानना है तो पद हुआ = ९ इसमें २ जोड़ कर ११ हुए इससे पद तक के संकलित ४५ को गुना कर ३ से भाग देने से संकलितैक्य = $\frac{४५\times११}{३}$ = १६५ हुआ । एवं सर्वत्र समझना ॥

ग्र० का०—न्यासः । १ २,३,४,५,६,७,८,९ एषां सङ्कलितानि १, ३, ६, १०,१५,२१,२८,३६,४५ एषामैक्यानि १,४,१०,२०,३५,५६,८४,१२०,१६५।

एकादीनां वर्गादियोगे करणसूत्रं वृत्तम्—

द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं सङ्कलितेन हतं कृतियोगः ।
सङ्कलितस्य कृतेः सममेकाद्यङ्कघनैक्यमुदीरितमाद्यैः ॥२॥

सं०—द्विघ्नपदं कुयुतं (एकेन युतं) त्रिविभक्तं संकलितेन हतं कृतियोगः (एकादिवर्गयोगः) स्यात् । तथा संकलितस्य कृतेः समं एकाद्यङ्कघनैक्यं आद्यैरुदीरितम् (कथितम्) ॥ २ ॥

भा०—पद को २ से गुना कर १ जोड़ देना उसे पद तक के संकलित से गुना कर ३ के भाग देने से एकादि पदपर्यन्त अङ्कों का वर्गयोग हो जाता है। तथा पदपर्यन्त संकलित के वर्गतुल्य एकादि पदपर्यन्त अङ्कों का घन योग होता है॥ २॥

उप०—(४१ पृष्ठस्थ) पूर्वप्रदर्शितयुक्त्या $\text{संए} = \frac{\text{एकादिवर्गयोग} + \text{सं}}{२}$

$\therefore \text{एकादिवर्गयो०} = २\,\text{संए} - \text{सं} = \frac{२\,\text{सं}\,(\text{प} + २)}{३} - \text{सं} =$

$\frac{\text{सं}\,(२\,\text{प} + ४) - ३\,\text{सं}}{३} = \frac{\text{सं}\,(२\,\text{प} + १)}{३}$ इत्युपपन्नं वर्गयोगानयनम्।

एकादिघनयोगस्तु संकलितवर्गसम एवेत्यत्र प्रत्यक्षोपलब्धिरेवोपपत्तिः।

अथवा यदि पदम् = प = ३, तदा पूर्वोक्तसंकलितैक्यविधिना —

(३) पदसंकलितैक्यम् $= \frac{\text{प}^२ + \text{प}}{२} \times \frac{(\text{प} \times २)}{३} = \frac{\text{प}^३ + ३\text{प}^२ + २\text{प}}{६}$, एवं

(२) रूपोनपदसंकलितैक्यम् $= \frac{(\text{प}-१)^३ + ३(\text{प}-१)^२ + २(\text{प}-१)}{६}$

(१) द्व्यूनपदसंकलितैक्यम् $= \frac{(\text{प}-२)^३ + ३(\text{प}-२)^२ + २(\text{प}-२)}{६}$

योगेन संकलितैक्ययोगः $= \text{संऐयो} = \frac{\text{घयो} + ३\,\text{वयो} + २\,\text{सं}}{६}$, अत्र "रामयुक्तपदाभ्यस्तं" इत्यादिना संकलितैक्ययोगं, तथा "द्विघ्नपदं कुयुतं इत्यादिना वर्गयोगं चोत्थाप्य $\frac{\text{संऐ} \times (\text{प} + ३)}{४} = \frac{\text{घयो} + \text{सं}\,(\text{प}\,२ + १) + २\,\text{सं}}{६}$

$= \frac{\text{सं}\,(\text{प} + २)}{३} \times \frac{(\text{प} + ३)}{४} = \frac{\text{घयो} + \text{सं}\,(२\text{प} + ३)}{६}$ पक्षौ द्वादशभिः संगुण्य,

$\text{सं}\,(\text{प} + २) \times (\text{प} + ३) = २\,\text{घयो} + २\,\text{सं}(२\text{प} + ३) = २\text{घयो} + \text{सं}\,(४\text{प} + ६)$

$\therefore \text{सं}\,(\text{प}^२ + ५\,\text{प} + ६) = २\,\text{घयो} + \text{सं}\,(४\,\text{प} + ६)$

$\therefore \text{सं}\,(\text{प}^२ + \text{प}) = २\,\text{घयो} \therefore \text{घयो} = \text{सं}\,\frac{(\text{प}^२ + \text{प})}{२} = \text{सं}^२$ इत्युपपन्नम्।

उदाहरणम्—

तेषामेव च वर्गैक्यं घनैक्यं च वद द्रुतम् ।
कृतिसङ्कलनामार्गे कुशला यदि ते मतिः ॥ १ ॥

भा०—उन्हीं (१ से ९ अङ्क तक) का पृथक् वर्गयोग, और उन्हीं का एकादि घन योग बताओ, यदि वर्गयोग घनयोग करने में तुम्हारी बुद्धि कुशल है ।

उत्तर—जैसे १ से ९ तक का वर्गयोग जानना है तो पद (९) को २ से गुणा करके १ जोड़ दिया फिर उसको पद तक के संकलित से गुना कर ३ का भाग दिया तो १ से ९ तक का वर्गयोग $= \frac{१९ \times ४५}{३} = २८५$ हुआ । एवं सर्वत्र समझना ।

तथा १ से ९ तक संकलित ४५ इसका वर्ग २०२५ यह १ से ९ तक का घनयोग हुआ । पृथक् पृथक् अङ्कों का वर्गयोग और घनयोग नीचे ग्रन्थकार के न्यास में देखिये ।

ग्रं० का०—न्यासः । १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ । वर्गैक्यम् १, ५, १४, ३०, ५५, ९१, १४०, २०४, २८५ । घनैक्यम् १, ९, ३६, १००, २२५, ४४१, ७८४, १२९६, २०२५ ।

वि० ऊपर १ आदि १ वृद्धि से पदपर्यन्त संख्याओं का योग सकलित नाम से कहा गया है । जहाँ इष्ट अङ्क से आरम्भ कर तथा अभीष्ट वृद्धि करके जितने स्थानस्थ संख्या का योग जानना हो उसका नाम पद = गच्छ, तथा वृद्धि को चय = उत्तर, एवं आरम्भ संख्या को आदि = मुख = वदन कहते हैं और उनके योग को सर्वधन = श्रेढी फल कहते हैं । उसी सर्वधन को जानने का सूत्र नीचे कहते हैं ।

यथोत्तरचयेऽन्त्यादिधनज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्—

व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यादन्त्यधनं मुखयुग्दलितं तत् ।
मध्यधनं पदसंगुणितं तत् सर्वधनं गणितं च तदुक्तम् ॥ ३ ॥

सं०—व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् (आदिसहितः) अन्त्यधनं स्यात्। तत् मुखयुग् दलितं मध्यधनं भवति, तच्च पदगुणितं सर्वधनं भवति, तदेव गणितं चोक्तम्।

क्रमसम्बन्धान्तरितराशीनां योगः "श्रेढी" त्युच्यते। तथा च यावत्स्थान-पर्यन्तं ते राशयः स्थिता भवन्ति तत्स्थानसंख्या 'पद' संज्ञया गच्छसंज्ञया चोच्यते। तद्राश्यन्तरं 'चय' शब्देन, 'उत्तर' शब्देन च कथ्यते। तत्राद्यराशिः आदिर्मुखं वा निगद्यते। अन्तराशिश्च अन्त्यधनमित्यभिधीयते। आद्यन्त्य-धनयोगार्धं च मध्यधनं, तथा सर्वेषां योगः सर्वधनं गणितं वा कथ्यते।

भा०—पद में १ घटाकर शेष को चय से गुना करके उसमें आदि संख्या को जोड़ने से अन्त्यधन (अन्तिम अङ्क) होता है। उस (अन्त्यधन) में आदि जोड़कर आधा करने से मध्यधन होता है। उस (मध्यधन) को पद से गुना करने से सर्वधन होता है। उसीको गणित भी कहते हैं।

उप०—अत्रालापोक्त्या प्रथमदिने मुखतुल्यमेव धनं द्वितीयादिदिनेषु तु एकादिगुणितचययुतमुखतुल्यानि धनानि, अत एवान्तिमदिने रूपोनपदगुणित-चययुक्तमुखसमं धनं भवितुमर्हति। यथा—कल्प्यते यदि पदम् = प = ५ तदा प्रथमदिने = मु। द्वितीयदिने = मु + च। तृ० दि० = मु + २ च। चतुर्थदिने = मु + ३ च। एवं अन्त्यदिने मु + ४ च = मु + (५–१) च। अतो व्येकप-दघ्नचयो मुखयुक् स्यादन्त्यधनमित्युपपद्यते। तथाद्यान्त्यधनयोर्योगार्धमेव

$$\frac{(\text{मु} + \text{अंध})}{२} = \text{मध्यधनं भवतीति}$$ "मुखयुग्दलितं तत्–मध्यधनमिति" साधूक्तम्।

अथ सर्वधनम् = सध = मु + (मु + च) + (मु + २च) + (मु + ३च) + अंध।
तथा चोत्क्रमेण सध = अंध + (अंध–च) + (अंध–२च) + (अंध–३च) + मु।

द्वयोर्योगेन

$$२\ \text{सध} = (\text{मु} + \text{अंध}) + (\text{मु} + \text{अंध}) + (\text{मु} + \text{अंध}) + (\text{मु} + \text{अंध}) + (\text{मु} + \text{अंध})$$

$$\therefore\ \text{सध} = \frac{\text{मु} + \text{अंध}}{२} + \frac{\text{मु} + \text{अंध}}{२} + \frac{\text{मु} + \text{अंध}}{२} + \frac{\text{मु} + \text{अंध}}{२} + \frac{\text{मु} + \text{अंध}}{२}$$

$$= \frac{\text{मु} + \text{अंध}}{२}(१ + १ + १ + १) = \frac{(\text{मु} + \text{अंध})}{२} \times ५ = \text{मध} \times \text{प}$$

यतः पदम् = ५। अत उपपन्नं मध्यधनं पदसंगुणितं तत्सर्वधनमित्यन्तम्॥

उदाहरणम्—

आद्ये दिने द्रम्मचतुष्टयं यो दत्त्वा द्विजेभ्योऽनुदिनं प्रवृत्तः ।
दातुं सखे पञ्चचयेन पक्षे द्रम्मा वद द्राक कति तेन दत्ताः ॥१॥

भा०—जो दाता–किसी ब्राह्मण को प्रथम दिन ४ द्रम्म देकर, प्रति दिन ५ बढ़ाकर देता रहा तो हे मित्र बताओ कि उसने १५ दिन में कुल कितने द्रम्म का दान किया ? ।

उत्तर—यहाँ पद १५ में १ घटाकर शेष को चय ५ से गुनाकर आदि ४ को जोड़ने से अन्त्यधन = १४ × ५ + ४ = ७४ हुआ । इसमें आदि जोड़कर आधा करने से मध्यधन = ३९ हुआ । इसको पद से गुना करने से सर्वधन = ३९ × १५ = ५८५ हुआ ।

ग्र० का०—न्यासः । आ० ४ । च ५ । ग० १५ । अन्त्यधनम् ७४ । मध्यधनम् ३९ । सर्वधनम् ५८५ ।

उदाहरणान्तरम्—

आदिः सप्त चयः पञ्च गच्छोऽष्टौ यत्र तत्र मे ।
मध्यान्त्यधनसंख्ये के वद सर्वधनं च किम् ॥ २ ॥

भा०—जहाँ आदि ७ । चय = ५, और पद = ८ है, वहाँ मध्यधन, अन्त्यधन और सर्वधन क्या होगा ? बताओ । उत्तर ग्रन्थकार के न्यास से स्पष्ट है । नीचे देखिये ॥

ग्र० का०—न्यासः—आ० ७ । च० ५ । ग० ८ । मध्यधनम् $\frac{४९}{२}$ । अन्त्यधनम् ४२ । सर्वधनम् १९६ ।

समदिने गच्छे मध्यदिनाभावान्मध्यात् प्रागपरदिनधनयोर्योगार्धं मध्यदिनधनं भवितुमर्हतीति प्रतीतिरुत्पाद्या ॥

भा०--(जहाँ विषम संख्या पद रहता है, वहाँ मध्य की संख्या मध्यधन समझा जाता है । जैसे पद = ५ तो ३ तृतीय संख्या मध्य होगा) परञ्च जहाँ सम संख्या पद है जैसे ४, तो यहाँ आदि और अन्त के योगार्ध को मध्य धन समझना ॥

सुखज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

गच्छहृते गणिते वदनं स्याद् व्येकपदघ्नचयार्धविहीने ।

सं०—गणिते (सर्वधने) गच्छहृते व्येकपदघ्नचार्धविहीने सति वदनं (आदिधनं) भवेत् ॥

भा०—सर्वधन में पद के भाग देकर लब्धि में एकोनपद से गुने हुए चय का आधा घटाने से शेष आदि धन होता है ।

उप०—अत्रादिधनमज्ञातं, तन्मानं = या । ततो "व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यात्" इत्यादिना सध $= \frac{[(प - १) च + या २]}{२} \times प$

$$\therefore \frac{सध}{प} - \frac{(प - १) च}{२} = या =$$ आदिधनमित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

पञ्चाधिकं शतं श्रेढीफलं सप्त पदं किल ।
चयं त्रयं वयं विद्मो वदनं वद नन्दन ॥ १ ॥

भा०—हे नन्दन ! जहाँ १०५ सर्वधन और पद = ७ तथा चय = ३ है । वहाँ आदि धन क्या होगा बताओ ।

उत्तर—सर्वधन में पद के भाग देकर लब्धि $\frac{१०५}{७} = १५$ में एकोनपद गुणितचय के आधे $\left(\frac{६ \times ३}{२} = ९\right)$ को घटाने से शेष = ६ यह आदिधन हुआ ॥

ग्रं० का०—न्यासः—आ० ० । च० ३ । ग० ७ । सध० १०५ । आदिधनम् ६ । अन्त्यधनम् २४ । मध्यधनम् । १५ ॥

चयज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

धगच्छहृतं नमादिविहीनं व्येकपदार्धहृतं च चयः स्यात् ॥४॥

सं०—धनं (सर्वधनं) गच्छहृतं, आदि-विहीनं व्येकपदार्धहृतं चयो भवेत् ॥

भा०—सर्वधन में पद के भाग देकर लब्धि में आदि को घटा कर शेष में एकोनपद के आधे का भाग देने से लब्धि चय होता है ।

उप०—अत्र चयमानमज्ञातमतस्तत्प्रमाणम् = या१ ततः पूर्वोक्त्या सर्वधनम् = सध = $\left\{ \frac{(प-१) \times या}{२} + आ \right\} \times प$

$$\therefore \frac{\frac{सध}{प} - आ}{\frac{(प-१)}{२}} = या = चय,\ अत\ उपपन्नम्\ ॥$$

उदाहरणम्—

प्रथममगमदह्ना योजने यो जनेश-
स्तदनु ननु कयाऽसौ ब्रूहि यातोऽध्ववृद्ध्या ।
अरिकरिहरणार्थं योजनानामशीत्या
रिपुनगरमवाप्तः सप्तरात्रेण धीमन् ! ॥१॥

भा०—हे बुद्धिमन् ! किसी राजा ने ८० योजन दूरी पर स्थित अपने शत्रु के नगर को उस से हाथी छीनने के लिये प्रस्थान किया, प्रथम दिन वह दो योजन चला बाद प्रति दिन कितने योजन की वृद्धि से चले जो ७ दिन में वह वहाँ पहुँच जाय ! बताओ ।

उत्तर—यहाँ सर्वधन ८० में पद ७ के भाग देने से $\frac{८०}{७}$ इसमें आदि २ को घटाने से $\frac{६६}{७}$ इसमें एकोनपदके आधे का भाग देने से लब्धि चय = $\frac{२२}{७}$ हुआ । ग्र० का०—न्यासः । आ, २ । च. ० । ग. ७ । ध. ८० । लब्धमुत्तरम् $\frac{१२}{७}$ । अन्त्यधनम् $\frac{१४६}{७}$ । मध्यधनम् । $\frac{८०}{७}$ ।

गच्छज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् —

श्रेढीफलादुत्तरलोचनघ्नाच्चयार्धवक्त्रान्तरवर्गयुक्तात् ।
मूलं मुखोनं चयखण्डयुक्तं चयोद्धृतं गच्छमुदाहरन्ति ॥ ५ ॥

सं०—श्रेढीफलात् (सर्वधनात्) उत्तरलोचनघ्नात् (द्विघ्नचयगुणितात्) चयार्धवक्त्रान्तरवर्गयुक्तात् मूलं 'तत्' मुखोनं चयखण्डयुक्तं चयोद्धृतं गच्छं उदाहरन्ति (कथयन्ति) ॥

भा०— सर्वधन को द्विगुणित चय से गुना करके उसमें चय के आधे और आदि के अन्तर वर्ग जोड़ कर मूल लेना फिर उस में आदि को घटा कर चय का आधा जोड़ देना उस में फिर चय के भाग देने से गच्छ (पद) होता है ॥

उप० —अत्र गच्छमानमज्ञातं, तत्प्रमाणम् = या । ततो "व्येकपदघ्नचय" इत्यादिना $सध = \left(आ + \frac{च\ (\ या-१\ )}{२} \right) \times या \therefore २ \times सध =$

[२ आ + च (या − १)] या = २ आ × या + $\overset{२}{\text{या}}$ × च − या × च, वर्गसमीकरणेन मूलग्रहणार्थं पक्षौ चयेन 'च' अनेन गुणितौ २ × च × सध = २ आ × या × च + $\overset{२}{\text{या}}$ × $\overset{२}{\text{च}}$ − या × $\overset{२}{\text{च}}$ = $\overset{२}{\text{या}}$ × $\overset{२}{\text{च}}$ + च × या [२ आ — च]

$= \overset{२}{\text{या}} \times \overset{२}{\text{च}} + २\,\text{च} \times \text{या}\left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right)$ अतो मूलग्रहणार्थं पक्षौ चयार्धमुखान्तरवर्गेण युतौ —

$$२\,\text{च} \times \text{सध} + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right)^{२} =$$

$$\overset{२}{\text{या}} \times \overset{२}{\text{च}} + २\,\text{च}\,\text{या}\left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right) + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right)^{२}$$

$$\therefore \sqrt{२\,\text{च} + \text{सध} + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right)^{२}} = \text{या} \times \text{च} + \text{आ} - \frac{\text{च}}{२}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{२\,\text{च} \times \text{सध} + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{२}\right)^{२}} - \text{आ} + \frac{\text{च}}{२}}{\text{च}} = \text{या} =$$

गच्छमानमित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

द्रम्मत्रयं यः प्रथमेऽह्नि दत्त्वा दातुं प्रवृत्तो द्विचयेन तेन ।
शतत्रयं षष्ट्यधिकं द्विजेभ्यो दत्तं कियद्भिर्दिवसैर्वदाशु ॥ १ ॥

भा०—जो दाता प्रथम दिन ३ द्रम्म दान करके आगे प्रति दिन २ बढ़ा कर देने लगा तो बताओ कि ३६० द्रम्म ब्राह्मणों को कितने दिन में देगा ? ॥

उत्तर—सर्वधन ३६० को द्विगुणित चय ४ से गुना कर १४४० इसमें चय के आधे और आदि के अन्तर वर्ग ४ जोड़ कर १४४४ इसका मूल ३८ इसमें आदि घटाने से ३५ चय के आधे १ को जोड़ कर ३६ इसमें चय २ के भाग देने से लब्धि १८ पद हुआ ॥

ग्रं० का०—न्यासः । आ. ३ । च. २ । ग. ० । ध. ३६० । अन्त्यधनम् ३७ । मध्यधनम् २० । लब्धो गच्छः १८ ।

अथ द्विगुणोत्तरादिवृद्धौ फलानयने करणसूत्रं सार्धार्या —

विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः समेऽर्धिते वर्गः ।
गच्छक्षयान्तमन्त्याद् व्यस्तं गुणवर्गजं फलं यत् तत् ॥६॥
व्येकं व्येकगुणोद्धृतमादिगुणं स्याद्गुणोत्तरे गणितम् ।

सं०—विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः समेऽर्धिते वर्गः, एवं गच्छक्षयान्तं गुणको वर्गश्च स्थाप्यः ततोऽन्त्याद् व्यस्तं गुणवर्गजं यत् फलं, तद् व्येकं व्येकगुणोद्धृतं आदिगुणं गुणोत्तरे (गुणात्मकचये) गणितं (सर्वधनं) भवति ॥

भा०—(जहाँ द्विगुण, त्रिगुण आदि चय हो वहाँ) पद यदि विषम संख्या (३, ५, ७ इत्यादि) हो तो उसमें १ घटा कर गुणक लिखे। यदि पद सम हो तो आधा करके वर्ग चिह्न लिखना 'इस प्रकार १ घटाने और आधे करने में भी जब विषमाङ्क हो तब गुणक चिह्न, जब समाङ्क हो तब वर्गचिह्न करना एवं जब तक पद के कुल संख्या समाप्त हो जाय तब तक करते रहना, फिर अन्त्य चिह्न से उल्टा गुणक और वर्गफल साधन करके आद्य चिह्न तक जो फल हो उस में १ घटा कर शेष में एकोन गुणक से भाग देना; लब्धि को आदि अङ्क से गुना करने से सर्वधन होता है ॥

उप०—द्विगुणाद्युत्तरे तु उदाहरणोक्त्या यदि पदम् = ५ = प तदा पूर्वदिने आदिसम घनं, द्वितीयदिने गुणकगुणितमादिघनं तृतीयदिने गुणवर्गगुणितमादिघनं, चतुर्थदिने गुणत्रिघातगुणितमादिघनं, इति क्रमेणान्तिमदिने गुणस्य रूपोनपदघातगुणितमादिघन भवति । यथा—

$$\text{सध} = \text{आ} + \text{आ गु} + \text{आ.}\,\text{गु}^{२} + \text{आ.}\,\text{गु}^{३} + \text{आ.}\,\text{गु}^{४} \mid (१)$$

$$\text{अतः सध.}\ \text{गु} = \text{आ.}\text{गु}^{२} + \text{आ.}\text{गु}^{३} + \text{आ.}\text{गु}^{४} + \text{आ.}\text{गु}^{५} \cdots (२)$$

अनयोः प्रथमपक्षं द्वितीयपक्षाद् विशोध्य—

$$\text{सध}\ (\text{गु} - १) = \text{आ.}\ \text{गु}^{\text{प}} - \text{आ} = \text{आ}\ (\text{गु}^{\text{प}} - १)$$

$$\therefore\ \text{सध} = \text{आ}\ \frac{(\text{गु}^{\text{प}} - १)}{\text{गु} - १}$$, इत्युपपन्नं गुणोत्तरे गणितमिति । अत्र यदि पदम्=

प = समसंख्या, तदा $गु^{प} = गु^{\frac{1}{2}प \times \frac{1}{2}प} = गु^{(\frac{1}{2}प)^2}$ इत्यतः समे गच्छेऽर्धिते वर्ग इत्युपपद्यते। विषमे पदे तु व्येके सति समत्वमायाति तत्तुल्यघातः पुनस्तदर्धवर्गघातसमो भवत्यतो विषमे गुणके व्येके गुणस्थापनं समे ऽर्धिते वर्गस्थापनं सयुक्तिकमेवेत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम् —

पूर्वं वराटकयुगं येन द्विगुणोत्तरं प्रतिज्ञातम्।
प्रत्यहमर्थिजनाय स मासे निष्कान् ददाति कति॥१॥

भा०—किसी दाता ने—प्रथम दिन २ वराटक दान कर के उस के बाद प्रति दिन द्विगुणित करके देना निश्चय किया तो बताओ कि—उसने ३० दिन में कितने निष्क दान किये ?॥

उत्तर—यहाँ आदि = २। गुणात्मक चय = २। पद = ३० है। पद समअङ्क है। अतः आधा करके १५ के स्थान में वर्ग चिह्न लगाया, अब आधा करने से विषमाङ्क हुआ अतः उस में १ घटा कर १४ के स्थान में गुणक चिह्न लिखा फिर यह सम हो गया अतः आधा ७ करके वर्ग चिह्न किया, इस प्रकार पद संख्या की समाप्तिपर्यन्त न्यास किया। (न्यास देखिये)।

न्यासः—		
१५	वर्ग	१०७३७४१८२४
१४	गुण	३२७६८
७	वर्ग	१६३८४
६	गुण	१२८
३	वर्ग	६४
२	गुण	८
१	वर्ग	४
०	गुण	२

अन्त में गुण चिह्न हुआ वहाँ गुणकाङ्क २ को रख कर उल्टा प्रथम चिह्न तक गुणक वर्गज फल साधन किया तो १०७३७४१८२४ हुआ। इस में १ घटा कर १०७३७४१८२३ हुआ इसमें एकोन गुण (१) से भाग देकर आदि (२) से गुना किया तो २, १४, ७४, ८३, ६४६ वराटक सर्व धन हुआ। इसके निष्क बनाने से १, ०४, ८५७ निष्क, ९ द्रम्म, ९ पण, २ काकिणी, ६ वराटक यह सर्वधन हुआ।

ग्र० का१—न्यासः। आ. २। च. २। ग, ३०। लब्धा वराटकाः २१४७४८३६४६। निष्कवराटकाभिर्भक्ता जाता निष्काः १०४८५७। द्रम्माः ९। पणाः ९ काकिण्यौ २। वराटकाः ६।

उदाहरणम्—

आदिर्द्विकं सखे ! वृद्धिः प्रत्यहं त्रिगुणोत्तरा ।
गच्छः सप्तदिनं यत्र गणितं तत्र किं वद ॥ २ ॥

न्यास—
६ गुण २१८७
३ वर्ग ७२९
२ गुण २७
१ वर्ग ९
० गुण ३

भा० = हे सखे ! जहाँ आदि २ । त्रिगुणोत्तर चय । और पद = ७ है तो सर्वधन बताओ ॥

उत्तर—यहाँ भी पूर्ववत् गुणवर्गजफल २१८७ इस में १ घटाकर एकोनगुण २ से भाग देकर आदि से गुना करने से सर्वधन २१८६ हुआ ॥

न्यासः । आ. २ । च ३ । ग. ७ । लब्धं गणितम् २१८६ ॥

एकादि अक्षर चरणवाले छन्दों के भेद जानने के लिये पिङ्गल आदि छन्दोग्रन्थ में विधि है। उन में अर्धसम और विषमछन्द के भेद ज्ञान विधि कठिन है। श्रीभास्कराचार्यने यहाँ कुछ सुगम उपाय लिखा है। १ से २६ अक्षर तक चरण वाले छन्द वृत्त कहलाते हैं। उससे अधिक अक्षर वाले दण्डक कहलाते हैं। जैसे १ अक्षरवाले उक्था, २ अक्षर वाले अत्युक्था, एवं क्रम से आगे – ३ मध्या, ४ प्रतिष्ठा, ५ सुप्रतिष्ठा, ६ गायत्री, ७ उष्णिक् , ८ अनुष्टुप् इत्यादिनाम छन्दोग्रन्थ में देखिये ॥

समादिवृत्तज्ञानाय करणसूत्रं सार्धार्या —

पादाक्षरमितगच्छे गुणवर्गफलं चये द्विगुणे ॥७॥
समवृत्तानां संख्या तद्वर्गो वर्गवर्गश्च ।
स्वस्वपदोनौ स्यातामर्धसमानां च विषमाणाम् ॥८॥

सं० – पादाक्षरतुल्यगच्छे द्विगुणे चये गुणवर्गजं फलं, समवृत्तानां संख्या (भेदो) भवति । तद्वर्गः (तेषां समवृत्तभेदानां वर्गः) वर्गवर्गश्च कार्यः, तौ च स्वस्वपदोनौ क्रमेणार्धसमानां, विषमाणां वृत्तानां सख्ये (भेदौ) स्याताम् ॥

भा०—जितने अक्षर चरणवाले छन्द के भेद को जानना हो उतना पद तथा द्विगुण चय मान कर "विषमे गच्छे व्येके" इत्यादि विधि से जो गुणवर्गज फल हो उतने ही उस छन्दके समवृत्त, (समवृत्त सम्बन्धी) भेद समझना । उस

भेद संख्या के वर्ग, तथा दूसरे स्थान में वर्ग वर्ग करके रखना, दोनों में अपने अपने मूल घटा देने से शेष तुल्य क्रम से उतने अक्षर चरणवाले वृत्त के अर्ध सम तथा विषम वृत्त के भेद होते हैं।

उप०— "उक्थादीनां क्रमादुक्ता द्वयादयो द्विगुणोत्तराः।
समवृत्तभवा भेदा—श्छन्दशास्त्रविशारदैः ॥" इति

छन्दश्शास्त्रोक्तप्रस्तारेण एकाद्यक्षरपदानां उक्थादिसमवृत्तानां भेदा द्वयादि-द्विगुणोत्तरा भवन्ति, यथा एकादिदशाक्षरान्तानां समवृत्तानां प्रस्तारः=

अं०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
भे०	२	४	८	१६	३२	६४	१२८	२५६	५१२	१०२४

यदि गु० = २ तदा प्रस्तारस्वरूपम्—

अं०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
भे०	गु^{१}	गु^{२}	गु^{३}	गु^{४}	गु^{५}	गु^{६}	गु^{७}	गु^{८}	गु^{९}	गु^{१०}

इत्यादि। एतत्प्रस्तारावलोकनेन (२ = गुणः = गु) अस्य पदघाततुल्या भेदाः समवृत्तानाममुत्पद्यन्ते इति स्पष्टमेव। गुणस्य पदघातस्तु = "विषमे गच्छे व्येके" इत्यादिना साधित गुणवर्गजफलतुल्य एव भवत्यत आचार्येण पादाक्षरमितं गच्छं द्विगुणं चयं च प्रकल्प्य लाघवेन गुणवर्गजफलतुल्याः समवृत्तभेदाः प्रतिपादिता इत्युपपन्नं समवृत्तभेदानयनम्।

अर्धसमवृत्ते तु—चरणद्वयमेकलक्षणकं, तथा च शेषचरणद्वयं तदन्यलक्षणकम्, अतः समवृत्तभेदेषु एकभेदमादाय तेन सह शेष (भे—१) भेदैः भेदोत्पादनेन रूपोनभेदतुल्यभेदा भवितुमर्हन्त्यतोऽनुपातो—यदि एकभेदेन रूपोनभेदतुल्या भेदास्तदा सर्वभेदैः किमिति जातमर्धसमवृत्तभेदमानम् =

$$\frac{(\text{समवृभे} - १)\ \text{समवृभे}}{१} = \text{समवृभे}^{२} - \text{समवृभे}।$$

यत्र चैकचरणे एकलक्षणं, चरणत्रये तदन्यलक्षणमिति लक्षणद्वयोपेतवृत्तं तद् "विषमवृत्तं" मत्वा श्रीभास्कराचार्येण तद्भेदाः साधिताः। तद्यथा—पूर्वोक्त-समवृत्तभेदानामर्धसमभेदानां च योगः = सवृभे^{२}। एषु भेदेषु एकभेदमादाय शेषभेदैः सह भेदोत्पादनेन शेषतुल्याः = (सवृभे^{२} – १) एतावन्मिता एव भेदा भवितुमर्हन्ति। ततोऽनुपातो—यद्येकभेदेनैतावन्मिताः (सवृभे^{२} – १) भेदास्तदा समार्धसमभेदयोगरूपैः सर्वभेदैः (सवृभे^{२}) एभिः किमिति जाताः

$$\left(\frac{\text{सवृभे}^{२} - १}{१}\right) \times \text{सवृभे}^{२} = \text{सवृभे}^{४} - \text{सवृभे}^{२} = \text{विषमवृत्तभेदाः},$$ इत्युपपन्नं "तद्वर्गो वर्गवर्गश्च स्वस्वपदोनौ स्यातामर्धसमानां च विषमाणाम्" इति।

पिङ्गलसूत्रादिच्छन्दःशास्त्रे तु यत्र चरणचतुष्टयमपि परस्परं भिन्नलक्षणकं तद् विषमवृत्तमित्युक्तम्। यथा—

"अंघ्रयो यस्य चत्वारो तुल्यलक्षणलक्षिताः।
तच्छन्दःशास्त्रतत्त्वज्ञा समवृत्तं प्रचक्षते॥
प्रथमांघ्रिसमो यस्य तृतीयचरणो भवेत्।
द्वितीयस्तुर्यवद् वृत्तं तदर्धसममुच्यते॥
यस्य पादचतुष्केऽपि लक्ष्म भिन्नं परस्परम्।
तदाहुर्विषमं वृत्तं छन्दःशास्त्रविशारदाः॥" इति।

अतो भास्कराचार्यानीतभेदतो भिन्ना एव पिङ्गलोक्तविषमवृत्तभेदा भवितु-मर्हन्ति। तद्यथा—यावन्तः समवृत्तभेदा जायन्ते–तेषु चतुर्भिश्चतुर्भिः पदैरेकैक-वृत्तोत्पादनेन यावन्ति वृत्तानि भवन्ति त एव विषमवृत्तभेदा उचिताः। अतोऽत्र स्थानम् = ४। समवृत्तभेदाः = सभे, इति मत्वा "स्थानान्तमेकापचितान्ति-माङ्कघात" इत्यङ्कपाशविधिना विषमवृत्तभेदाः

$$= \text{सभे} \times (\text{सभे} - १) \times (\text{सभे} - २) \times (\text{सभे} - ३)$$
$$= (\text{सभे}^{२} - \text{सभे}) \times (\text{सभे} - २) \times (\text{सभे} - ३)$$
$$= (\text{सभे}^{३} - ३\,\text{सभे}^{२} + २\,\text{सभे}) \times (\text{सभे} - ३)$$
$$= \text{सभे}^{४} - ६\,\text{सभे}^{३} + ११\,\text{सभे}^{२} + ६\,\text{सभे}$$
$$= (\text{सभे}^{४} - ६\,\text{सभे}^{३} + ११\,\text{सभे}^{२} + ६\,\text{सभे} + १) - १$$

= (समे² − ३ समे + १)² − १ = (समे² − समे − २ समे + १)² − १
= (अर्धसमे − २ समे + १)² − १ एतेन "समवृत्तजभेदेन द्विगुणेन विहीनितः"
इत्यादि विशेषोक्तमुपपद्यते । वस्तुत एत एव विषमवृत्तभेदाः समीचीना इति ॥

उदाहरणम्—

समानामर्धतुल्यानां विषमाणां पृथक् पृथक् ।
वृत्तानां वद मे संख्यामनुष्टुप्छन्दसि द्रुतम् ॥ १ ॥

भा०—अनुष्टुप् (८ अक्षर चरणवाले) छन्द के सम, अर्धसम और विषम वृत्तों के भेद पृथक् पृथक् बताओ ॥ १ ॥

उत्तर— अनुष्टुप् छन्द के चरण में ८ अक्षर होते हैं, अतः ८ पद मान कर "विषमे गच्छे" इत्यादि सूत्रानुसार द्विगुणचय में गुणवर्गज फल २५६ ये समवृत्त भेद हुए। तथा इसके वर्ग और वर्गवर्ग करके दोनों में अपने अपने मूल घटाने से क्रम से

न्यास = पद = ८
४ वर्ग २५६
२ वर्ग १६
१ वर्ग ४
० गु = २

अर्धसम भेद संख्या = ६५,२८०

विषम वृत्तभेद संख्या = ४,२९,४९,०१,७६०

ग्रं० का०— न्यासः । उत्तरो द्विगुणः २ । गच्छः ८ । लब्धाः समवृत्तानां संख्याः २५६ । तथाऽर्धसमानां च ६५,२८० । विषमाणां च ४,२९,४९,०१,७६०॥

इति श्रेढीव्यवहारः समाप्तः ॥

—:०*०:—

अथ क्षेत्रव्यवहारः ।

तत्र भुजकोटिकर्णानामन्यतमे ज्ञातेऽन्यतमयोर्ज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

इष्टो बाहुर्यः स्यात् तत्स्पर्धिन्यां दिशीतरो बाहुः ।
त्र्यस्रे चतुरस्रे वा सा कोटिः कीर्त्तिता तज्ज्ञैः ॥१॥
तत्कृत्योर्योगपदं कर्णो दोःकर्णवर्गयोर्विवरात् ।
मूलं कोटिः कोटिश्रुतिकृत्योरन्तरात् पदं बाहुः ॥२॥

सं०—त्र्यस्रे (त्रिभुजे) चतुरस्रे (चतुर्भुजे) वा य इष्टो बाहुः (भुजः) तत्स्पर्धिन्यां दिशि 'तदुपरि लम्बरूपो यः' इतरो बाहुः, सा कोटिस्तज्ज्ञै

कीर्तिता। तत्कृत्योर्योगपदं कर्णः, भुजकर्णवर्गयोरन्तरान्मूलं कोटिः, कोटिकर्णवर्गयोरन्तरात् पदं बाहुः (भुजः) स्यात् ॥ १-२ ॥

भा०—त्रिभुज या चतुर्भुज में जब एक भुज पर दूसरा भुज लम्बरूप हो तो उन दोनों में एक 'भुज' और दूसरा 'कोटि' नाम से कहा जाता है। तथा उन दोनों के वर्गयोग मूल को 'कर्ण' कहते हैं। भुज और कर्ण का वर्गान्तर 'मूल कोटि', तथा कोटि और कर्ण का वर्गान्तर 'मूल भुज' होता है ॥१-२॥

उप०—सूत्रमिदं क्षेत्रमिति (अ० १ प्र० ४७) युक्त्या स्फुटमुपपद्यते। अथवा कल्प्यते 'क ग च' जात्यत्रिभुजम्। यत्र कग = कोटिः। गच = भुजः। कच = कर्णः। क ग च कोणः समकोणः। अथ ग चिह्नात् कच रेखोपरि गज लम्बः कार्यः। अत्र त्रिभुजानां साजात्यात् षष्ठाध्याययुक्त्या $कज = \frac{कग \times कग}{कच} = \frac{कग^2}{कच}$

तथा $जच = \frac{गच \times गच}{कच} = \frac{गच^2}{कच}$ ।

$$\therefore कज + जच = कच = \frac{गच^2 + कग^2}{कच}$$

$\therefore कच^2 = गच^2 + कग^2 = कर्ण^2 = भु^2 + को$ । $\therefore कर्णः = \sqrt{भु^2 + को^2}$

तथा च $क^2 = भु^2 + को^2$, $\therefore \sqrt{क^2 - भु^2} = को$ ।

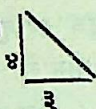
तथा $\sqrt{क^2 - को^2} = भु$, इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

कोटिश्चतुष्टयं यत्र दोस्त्रयं तत्र का श्रुतिः।
कोटिं दोःकर्णतः कोटिश्रुतिभ्यां च भुजं वद ॥१॥

भा०—जहाँ कोटि = ४, भुज = ३ वहाँ कर्ण का मान क्या होगा? तथा भुज और कर्ण जान कर कोटि बताओ, और कोटिकर्ण जान कर भुज बताओ।

उत्तर—$४^2 + ३^2 = १६ + ९ = २५$ इसका मूल ५ = कर्ण हुआ। यदि कर्ण = ५, भुज ३ तो दोनों के वर्गान्तर १६ का मूल ४ = कोटि हुई।

यदि कर्ण = ५, कोटि = ४ तो इन दोनों के वर्गान्तर ९ का मूल ३ भुज हुआ। एवं सर्वत्र समझना ॥१॥

ग्रं० का०—न्यासः। कोटिः ४। भुजः ३। भुजवर्गः ९। कोटिवर्गः १६। एतयोर्योगात् २५ मूलम् ५ कर्णो जातः।

४ | ३

अथ कर्णभुजाभ्यां कोट्यानयनार्थं न्यासः—कर्णः = ५, भुजः = ३ अनयोर्वर्गान्तरात् १६ मूलं कोटिः = ४।

अथ कोटिकर्णाभ्यां भुजानयनार्थं न्यासः—कोटिः = ४, कर्णः = ५ अनयोर्वर्गान्तरात् ९ मूलं भुजः = ३ ॥

प्रकारान्तरेण तज्ज्ञानाय करणसूत्रं सार्धवृत्तम्—

राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः।
वर्गयोगो भवेदेवं तयोर्योगान्तराहतिः ॥३॥
वर्गान्तरं भवेदेवं ज्ञेयं सर्वत्र धीमता।

सं०—राश्योरन्तरवर्गेण तयोः (राश्योः) द्विघ्ने घाते युते वर्गयोगो भवेत्। एवं तयोः (राश्योः) योगान्तराहतिर्वर्गान्तरं भवेत्। इत्येवं सर्वत्र धीमता ज्ञेयम्।

भा०—(किसी दो राशियों का वर्गयोग या वर्गान्तर जानना हो तो) दोनों राशियों के अन्तर के वर्ग में उन्हीं दोनों राशि के द्विगुणित घात जोड़ देने से वर्गयोग हो जाता है। तथा किसी भी दो राशियों के योग और अन्तर का घात उन्हीं दोनों का वर्गान्तर होता है। इस प्रकार सर्वत्र वर्गयोग या वर्गान्तर समझना चाहिये ॥३॥

नीचे ग्रन्थकार का न्यास देखिये, क्रिया स्पष्ट है ॥

उप०—राशी = क। ग, अनयोरन्तरवर्गः =

$$(क - ग)^2 = क^2 - 2क \times ग + ग^2 \text{ ।}$$

अतः $(क - ग)^2 + 2\, क \times ग = क^2 + ग^2$। इति क्षेत्रमिति (अ० १ प्र० ७ अनुमान०) युक्त्याप्युपपद्यते।

तथा च खण्डगुणनरीत्या (क, ग) अनयोर्योगान्तरघातः =

$(क+ग)\times(क-ग) = क^{2} + क.ग - क.ग - ग^{2} = क - ग^{2}$ । इदं क्षेत्रमिति- (अ २ प्र० ५ अनुमान-) युक्त्याप्युपपद्यते ।

ग्रं० का० —कोटिश्चतुष्टयमिति पूर्वोक्तोदाहरणे—कोटिः ४ । भुजः ३ । अनयोर्घाते १२ । द्विघ्ने २४ । अन्तरवर्गेण १ युते वर्गयोगः २५ । अस्य मूलं कर्णः ५ ।

अथ कर्णभुजाभ्यां कोट्यानयनम्–कर्णः ५ । भुजः ३ । अनयोर्योगः ८ । पुनरेतयोरन्तरेण २ हतो वा १६ वर्गान्तरमस्य मूलं कोटिः ४ ।

अथ भुजज्ञानार्थं – कोटिः ४ । कर्णः ५ एवं जातो भुजः ३ ॥

वि०—यदि भुज कोटि के वर्गयोग का मूल नहीं मिलता हो (अर्थात् अवर्गाङ्क हो) तो वहाँ कर्ण का मान करणीगत समझा जाता है । इसलिये नीचे अवर्गाङ्क के आसन्न मूल लेने का प्रकार है । यथा—

उदाहरणम्—

साङ्घ्रित्रयमितो बाहुर्यत्र कोटिश्च तावती ।
तत्र कर्णप्रमाणं किं ? गणक ? ब्रूहि मे द्रुतम् ॥ २ ॥

भा०—हे गणक ! जहाँ ($\frac{१३}{४}$) भुज और $\frac{१३}{४}$ कोटि है वहाँ कर्ण प्रमाण क्या होगा ? बताओ ।

उत्तर—भुजवर्ग $\frac{१६०}{१६}$ में कोटिवर्ग $\frac{१६०}{१६}$ जोड़ने से $\frac{३३८}{१६} = \frac{१६९}{८}$ इसका वास्तव मूल नहीं मिलता है, अतः क $\frac{१६९}{८}$ अथवा $\sqrt{\frac{१६९}{८}}$ इसका प्रकार करणीगत कर्णमान लिखा जाता है । करणी का विवरण बीजगणित में देखिये ।

(चित्र: भुज $\frac{१३}{४}$, कोटि $\frac{१३}{४}$, कर्ण क $\frac{१६०}{८}$)

ग्रं० का०—भुजः $\frac{१३}{४}$ । कोटिः $\frac{१३}{४}$ । अनयोर्वर्गयोगः $\frac{१६०}{८}$ । अस्य मूलाभावात् करणीगत एवायं कर्णः=क $\frac{१६९}{८}$ $= \sqrt{\frac{१६९}{८}}$ ॥

अस्यासन्नमूलज्ञानार्थमुपायः —

वर्गेण महतेष्टेन हताच्छेदांशयोर्वधात् ।
पदं गुणपदक्षुण्णच्छिद्भक्तं निकटं भवेत् ॥ ४ ॥

सं०—छेदांशयोर्वधात् महतेष्टेन वर्गेण हतात् पदं (मूलं) 'ग्राह्यं तत्'

गुणपदक्षुण्णछिद्भक्तं (गुणकमूलघ्नहरेण भक्तं) निकटं (वास्तवमूलासन्नं) भवेत् ॥ ४ ॥

भा०—जिस अवर्गाङ्क का मूल निकालना हो उसके हर और अंश के घात को किसी बड़े वर्गाङ्क से गुना करके मूल लेने की क्रिया से मूल निकालना। उसको गुणक के मूल से गुणित हर के भाग देने से लब्धि आसन्न मूल होता है ॥ ४ ॥

वि०—जैसे जैसे गुणकाङ्क बड़ा होता है वैसे ही आसन्न मूल सूक्ष्म होता है ॥ ४ ॥

यथा—८ इस अवर्गाङ्क का मूल निकालना है। तो इसका हर १ है। अतः हर अंश के घात ८ × १ = ८ को (१० के वर्ग) = १०० से गुनाकर ८०० इसका आसन्न मूल २८ इसको गुणक १०० के मूल १० से भाग देने से $\frac{२८}{१०}$ = २ + $\frac{८}{१०}$ यह सूक्ष्मासन्न मूल हुआ। यदि वर्गाङ्क १०० के स्थान में १०००० गुणक लिया जाय तो उक्त विधि से गुणित छेदांश के घात ८०००० इसका आसन्न मूल २८२ इसमें गुण मूल गुणित हर १०० के भाग देने से $\frac{२८२}{१००}$ = २ + $\frac{८२}{१००}$ यह पूर्व मूल से सूक्ष्म है। अर्थात् पूर्व मूल से $\frac{२}{१००}$ अधिक है। ग्रन्थकार के उदाहरण के $\frac{१६९}{८}$ इसका मूल नीचे देखिये ॥ ४ ॥

उप०—कल्प्यतेऽवर्गाङ्कः = $\frac{अ}{छे} = \frac{अ \times छे}{छे^2} = \frac{अ + छे \times मइ^2}{छे^2 \times मइ}$, आसन्नमूलग्रहणेन $\frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{छे}} = \frac{\sqrt{अ \times छे \times मइ^2}}{छे \times \sqrt{मइ^2}}$, इत्युपपन्नम्।

अत्र गुणकस्येष्टवर्गस्य यथा यथा महत्त्वं तथा तथासन्नमूलस्य वास्तवासन्नत्वं भवतीति सयुक्तिकम्। यथा—कल्प्यतेऽवर्गात्मिका प्रकृतिः = प्र। तथा रूपक्षेपे कनिष्ठम् = क। तदा वर्गप्रकृतिविधिना प्र × $क^2$ + १ = $ज्ये^2$ अतः प्र = $\frac{ज्ये^2}{क^2} - \frac{१}{क^2}$। पुनः पूर्वकनिष्ठतो महत् कनिष्ठम् = क'

तदा प्र × $क'^2$ + १ = $ज्ये'^2$ अतः प्र = $\frac{ज्ये'^2}{क'^2} - \frac{१}{क'^2}$।

अतः $\sqrt{प्र} = \sqrt{\frac{ज्ये^{२}}{क^{२}} - \frac{१}{क^{२}}}$, तथा $\sqrt{} = \sqrt{\frac{ज्ये'^{२}}{क'^{२}} - \frac{१}{क'^{२}}}$

अथात्र यतः क $<$ क' अतः $\frac{१}{क'} < \frac{१}{क'}$ अतएव $\frac{ज्ये^{२}}{क^{२}}$ अस्मात्, $\frac{ज्ये'^{२}}{क'^{२}}$ इदं

अधिकमतः $\frac{ज्ये}{क}$ अस्मादासन्नमूलात् $\frac{ज्ये'}{क'}$ अस्याधिक्यात् वास्तवमूलासन्नत्वं

सिद्ध्यत्यतो "वर्गेण महतेष्टेन हतादिति" साधूक्तम् ॥

ग्रं० का०—इयं कर्णकरणी $\frac{१६९}{८}$। यस्याश्छेदांशघातः १३५२। अयुतघ्नः १३५२०००० । अस्यासन्नमूलम् ३६७७। इदं गुणमूल (१००) गुणितच्छेदेन (८००) भक्तं लब्धमासन्नपदम् ४ $\frac{४७७}{८००}$ । अयं कर्णः । एवं सर्वत्र ॥

त्र्यस्रजात्ये भुजे ज्ञाते कोटिकर्णानयने करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

इष्टो भुजोऽस्माद्द्विगुणेष्टनिघ्नादिष्टस्य कृत्यैकवियुक्तयाऽऽप्तम् ।
कोटिः पृथक् सेष्टगुणा भुजोना कर्णो भवेत् त्र्यस्रमिदं तु जात्यम् ॥५॥
इष्टो भुजस्तत्कृतिरिष्टभक्ता द्विःस्थापितेष्टोनयुताऽर्धिता वा ।
तौ कोटिकर्णाविति कोटितो वा बाहुश्रुती चाकरणीगते स्तः ॥६॥

सं०—'यः' इष्टो भुजः, अस्माद् द्विगुणेष्टनिघ्नात् (द्विगुणेनेष्टान्तरेण गुणितात्) इष्टस्य कृत्या एकवियुक्तयाऽऽप्तं कोटिर्भवेत् । सा कोटिः पृथगिष्टगुणा भुजोना कर्णो भवेत् इदं जात्यं त्र्यस्रं (जात्यं त्रिभुजं) ज्ञेयम् ॥ अथवा इष्टो यो भुजस्तत्कृतिः इष्टभक्ता (केनचिदिष्टान्तरेण भक्ता) द्विःस्थापिता—इष्टोनयुताऽर्धिता क्रमेण तौ कोटिकर्णौ भवेताम् । इति (एवं रीत्या) कोटितो बाहुश्रुती (भुजकर्णौ) भवतः ॥

भा०—यदि भुज ज्ञात हो तो उसे किसी द्विगुणित इष्ट से गुना कर गुणनफल में इष्ट के वर्ग में १ घटा कर शेष के भाग देने से लब्धि कोटि होती है । उस (कोटि) को इष्ट से गुना करके गुणनफल में भुज घटाने से कर्ण होता है । यह जात्य त्रिभुज कहलाता है ।

अथवा—भुज के वर्ग में किसी इष्ट का भाग देकर लब्धि को २ स्थान में

रख कर एक स्थान में इष्ट को घटा कर आधा करने से कोटि होती है। और दूसरे स्थान में इष्ट को जोड़ कर आधा करने से कर्ण होता है। इसी प्रकार कोटि जान कर भुज और कर्ण का ज्ञान होता है। इस प्रकार भुजकर्ण या कोटिकर्ण अकरणीगत होते हैं ॥

उप०—अत्र भुजः = भु। तथा कोटिकर्णान्तरम् $= \frac{\text{भु}(\text{इ}-१)}{\text{इ}+१}$ अतो योगान्तरघातस्य वर्गान्तरसमत्वात्

$$\frac{(\text{क}+\text{को})\times\text{भु}(\text{इ}-१)}{\text{इ}+१} = \text{क}^२ - \text{को}^२ = \text{भु}^२।$$

$$\therefore \text{क}+\text{को} = \frac{\text{भु}^२\times(\text{इ}+१)}{\text{भु}(\text{इ}-१} = \frac{\text{भु}(\text{इ}+१)}{\text{इ}-१} = \text{यो}।$$

अतो "योगोऽन्तरेणोन युतोऽर्धित" इत्यादिना कोटिः

$$= \frac{\text{भु}(\text{इ}+१)}{२(\text{इ}-१)} - \frac{\text{भु}(\text{इ}-१)}{२(\text{इ}+१)} = \frac{\text{भु}(\text{इ}+१)^२ - \text{भु}(\text{इ}-१)^२}{(\text{इ}^२-१)\times२}$$

$$= \frac{\text{भु}(\text{इ}^२+२\text{इ}+१) - \text{भु}(\text{इ}^२-२\text{इ}+१)}{(\text{इ}^२-१)\times२} = \frac{\text{भु}\times\text{इ}\ २}{\text{इ}^२-१}।$$

इत्युपपन्नं कोट्यानयनम्। तथा कर्णः

$$= \frac{\text{यो}+\text{अं}}{२} = \frac{\text{भु}(\text{इ}+१)}{२(\text{इ}-१)} + \frac{\text{भु}(\text{इ}-१)}{२(\text{इ}+१)} = \frac{\text{भु}(\text{इ}+१)^२+(\text{इ}-१)^२}{२(\text{इ}^२-१)}$$

$$= \frac{\text{भु}(\text{इ}^२+२\text{इ}+१)+\text{भु}(\text{इ}^२-२\text{इ}+१)}{(\text{इ}^२-१)२} = \frac{\text{भु}(\text{इ}^२+१)}{\text{इ}^२-१}$$

$$= \frac{\text{भु}\times\text{इ}^२+\text{भु}}{\text{इ}^२-१} = \frac{\text{भु इ}^२+\text{भु}}{\text{इ}^२-१} + \text{भु} - \text{भु}$$

$$= \frac{\text{भु}\times\text{इ}^२\ २}{\text{इ}^२-१} - \text{भु} = \frac{(\text{भु}\times\text{इ}\ २)\text{इ}}{\text{इ}^२-१} - \text{भु} = \text{को}\times\text{इ} - \text{भु},$$

इत्युपपन्नं प्रथमसूत्रम् ॥

अथवा "कोटिः पृथक् सेष्टगुणा भुजोना कर्णो भवेदि" ति सूत्रालापोक्त्यैव यदि कर्णः = क = को $\times$ इ $-$ भु, अतः $\text{क}^२ = \text{को}^२\times\text{इ}^२ - \text{को}\times\text{इ}\times\text{भु}+\text{भु}^२$

$\therefore \text{क}^{\text{२}} - \text{भु}^{\text{२}} = \text{को}^{\text{२}} = \text{को}^{\text{२}} \times \text{इ}^{\text{२}} - \text{२ को} \times \text{इ} \times \text{भु}$, अतः $\text{को} = \text{को} \times \text{इ}^{\text{२}} - \text{२ इ} \times \text{भु}$

$\therefore \text{२ इ} \times \text{भु} = \text{को} \times \text{इ}^{\text{२}} - \text{को} = \text{को} (\text{इ}^{\text{२}} - \text{१})$, अतः $\dfrac{\text{२इ} \times \text{भु}}{\text{इ}^{\text{२}} - \text{१}} = \text{को}$

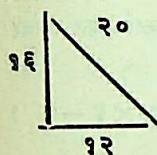
इत्युपपन्नं "इष्टो भुजोऽस्मा"दित्यादि प्रथमसूत्रम् ॥

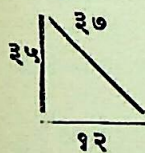
द्वितीयसूत्रोपपत्तिस्त्वतिरोहितैव। यतः $\text{भु}^{\text{२}} = \text{क}^{\text{२}} - \text{को}^{\text{२}}$। अतः कोटिकर्णान्तरं = 'इ' प्रकल्प्य "वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तमि"त्यादिना $\dfrac{\text{भु}^{\text{२}}}{\text{इ}} = \text{क} + \text{को}$, कर्णकोटियोगोऽयं अन्तरेण (इ) अनेनोनयुतोऽर्धितः क्रमेण कोटिकर्णौ भवेतामित्युपपद्यते ॥

उदाहरणम्—

> भुजे द्वादशके यौ यौ कोटिकर्णावनेकधा।
> प्रकाराभ्यां वद क्षिप्रं तौ तावकरणीगतौ ॥ १ ॥

भा०—१२ भुज है, तो कोटि और कर्ण के मान (अकरणीगत) उक्त दोनों प्रकार से अनेक विध बताओ ॥

२०
१६
१२

उत्तर—१२ भुज है। इष्टकल्पना किया २। अब भुज को द्विगुणित इष्ट ४ से गुना करने से ४८ इस में इष्टवर्ग में १ घटा कर शेष ३ से भाग देने से लब्धि १६ यह कोटि हुई। कोटि को इष्ट से गुना करने से ३२ इस में भुज घटाने से शेष २० यह कर्ण हुआ। एवं इष्ट भेद से अनेक प्रकार हो सकते हैं।

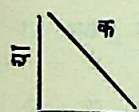
३७
३५
१२

दूसरे प्रकार से इष्ट = २। भुज के वर्ग १४४ में इष्ट के भाग देने से लब्धि ७२ इसमें इष्ट को घटा कर आधा करने से ३५ कोटि हुई। और उसी लब्धि ७२ में इष्ट २ को जोड़ कर आधा करने से ३७ यह कर्ण हुआ। नीचे ग्रन्थकार के न्यास देखिये ॥

ग्रं० का०—न्यासः। इष्टो भुजः १२। इष्टम् २। अनेन द्विगुणेन ४ गुणितो भुजः ४८। इष्ट २ कृत्या ४ एकोनया ३ भक्तो लब्धा कोटिः १६।

इयमिष्टगुणा ३२ भुजोना १२ जातः कर्णः २० । त्रिकेणेष्टेन वा कोटिः ९। कर्णः १५ । पञ्चकेन वा कोटिः ५ कर्णः १३ । इत्यादि ।

अथ द्वितीयप्रकारेण—इष्टो भुजः १२ । अस्य कृतिः १४४ । इष्टेन २ भक्ता लब्धम् ७२ । इष्टेन २ ऊन ७० युता–७४ वर्धितौ जातौ कोटिकर्णौ ३५।३७। चतुष्टयेन वा कोटिः १६ । कर्णः २० । षट्केन वा कोटिः ९ । कर्णः १५ ॥

अथेष्टकर्णात् कोटिभुजानयने करणसूत्रं वृत्तम् —

इष्टेन निघ्नाद्द्विगुणाच्च कर्णादिष्टस्य कृत्यैकयुजा यदाप्तम् ।
कोटिर्भवेत् सा पृथगिष्टनिघ्नी तत्कर्णयोरन्तरमत्र बाहुः ॥७॥

सं०—इष्टेन निघ्नात् द्विगुणात् कर्णात्—एकयुजा (सैकया) इष्टस्य कृत्या यदाप्तं सा कोटिर्भवेत् । सा (कोटिः) पृथगिष्टनिघ्नी तत्कर्णयोरन्तरं बाहुः (भुजः) भवेत् ॥

भा०—कर्ण ज्ञात हो तो उसको दूना करके किसी कल्पित इष्ट से गुना करना, गुणन फल में इष्ट के वर्ग में १ जोड़ कर भाग देने से लब्धि कोटि होती है । उस (कोटि) को इष्ट से गुना कर जो हो उसका और कर्ण का अन्तर भुज होता है ॥

उप०—कल्प्यते कर्णः = क । कोटिः = या । भुजः = या × इ — क ।

अतो भुजकोटिवर्गयोगस्य कर्णवर्गसमत्वात् $क^2 =$

क, या, या × इ—क

$या^2 + (या\ इ — क)^2 = या^2 + या.^2 इ^2 – २\ या.\ इ\ क + क^2$

$\therefore या.^2 + या.^2 इ = २\ या\ इ\ क \therefore या\ (\ इ^2 + १\ ) = २\ इ\ क$

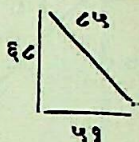
$\therefore या = \dfrac{२\ इ\ क}{इ^2 + १}$ = कोटिरित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

पञ्चाशीतिमिते कर्णे यौ यावकरणीगतौ ।
स्यातां कोटिभुजौ तौ तौ वद कोविद ! सत्वरम् ॥ १ ॥

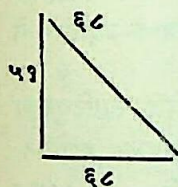
भा०—८५ कर्ण है तो इसमें अकरणीगत कोटि और भुज के मान अनेक विध बताओ ।

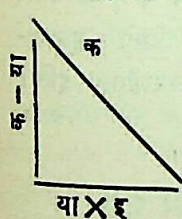
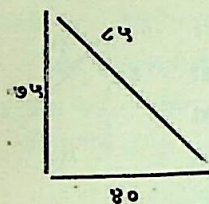
उत्तर—क्रिया नीचे ग्रन्थकार के न्यास से स्पष्ट ही है ॥

ग्रं० का०—न्यासः-कर्णः ८५ । अयं द्विगुणः १७० । द्विकेनेष्टेन हतः ३४० । इष्ट २ कृत्या ४ सैकया ५ भक्तो जाता कोटिः ६८ । इयमिष्टगुणा १३६ कर्णो-८५ निता जातो भुजः ५१ ॥ चतुष्केणेन वा कोटिः ४० । भुजः ७५ ॥

पुनः प्रकारान्तरेण तत्करणसूत्रं वृत्तम् —

इष्टवर्गेण सैकेन द्विघ्नः कर्णोऽथवा हृतः ।
फलोनः श्रवणः कोटिः फलमिष्टगुणं भुजः ॥८॥

सं०—अथवा सैकेन इष्टवर्गेण द्विघ्नः कर्णो हृतः (भक्तः) फलेन (लब्ध्या) ऊनः श्रवणः कोटिः, फलं चेष्टगुणं भुजो भवति ॥

भा०—अथवा कल्पित इष्टवर्ग में १ जोड़कर उससे द्विगुणित कर्ण में भाग देने से जो लब्धि हो उसे कर्ण में घटाने से शेष कोटि होती है । तथा उसी लब्धि को इष्ट से गुना करने से भुज होता है ।

जैसे—कल्पित २ इष्ट के वर्ग में १ जोड़ कर ५ इस से द्विगणित कर्ण १७० में भाग देने से लब्धि ३४ इस को कर्ण में घटाने से शेष ५१ यह कोटि हुई । तथा लब्धि ३४ को इष्ट से गुना करने से ३४ × २ = ६८ यह भुज हुआ ।

उप०—कल्प्यते कोटिकर्णान्तरं = या । अतः कोटिः = क − या । तथा भुजः = या × इ । कर्णः = क । अतः $को^{२} + भु^{२} =$
$क^{२} = क^{२} - २\,क\,या + या^{२} + या^{२}\,इ^{२}$ ।
$\therefore २क.\,या = या^{२} + या.^{२}\,इ^{२} \therefore २\,क = (इ^{२} + १)या$
$\therefore \dfrac{२\,क}{इ^{२} + १} = या$, फलमिदं कोटिकर्णान्तरमतः 'फलोनः

अवणः कोटिरिति, तथा चैतदेव फलं इष्टगुणितं भुजमानं कल्पितमत उपपन्नं सर्वम्।

ग्रं० का०—पूर्वोदाहरणे—कर्णः ८५। अत्र द्विकेनेष्टेन जातौ किल जोटिभुजौ ५१। ६८।

चतुष्केण वा कोटिः ७५। भुजः ४०। अत्र दोः-कोट्योर्नामभेद एव केवलं न स्वरूपभेदः॥

अथेष्टाभ्यां भुजकोटिकर्णानयने करणसूत्रं वृत्तम्—

इष्टयोराहतिर्द्विघ्नी कोटिर्वर्गान्तरं भुजः।
कृतियोगस्तयोरेवं कर्णश्चाकरणीगतः॥ ९॥

सं०—इष्टयोः (कयोरपीष्टाङ्कयोः) आहतिर्द्विघ्नी कोटिः, तथा तयोः (इष्टयोरेव) वर्गान्तरं भुजः, एवं तयोरेव (इष्टयोः) कृतियोगः अकरणीगतः कर्णो भवति॥

भा०—दो अंकों को इष्ट कल्पना कर उन दोनों के घात को दूना करने से कोटि होती है, तथा उन्हीं दोनों इष्ट का वर्गान्तर भुज, तथा दोनों इष्ट का वर्ग योग कर्ण होता है।

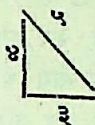
जैसे १ और ३ ये दो इष्ट हुए। इन दोनों का द्विघ्न घात ३ × २ = ६ यह कोटि, तथा दोनों इष्ट का वर्गान्तर ८ यह भुज और दोनों इष्ट का वर्ग योग १० यह कर्ण हुआ। और आगे ग्रन्थकार के उदाहरण में देखिये।

उप०-"राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः। वर्गयोगो भवेदि"त्यादियुक्त्या कयोरपि राश्योर्द्विघ्नघाततुल्यां कोटिं तथा तयोर्वर्गान्तरतुल्यं भुजं प्रकल्प्य कर्णमानमभिन्नं भवितुमर्हतीत्यतो यदि भुजः $= \text{अ}^2 - \text{ग}^2$। तथा कोटिः $= २\text{अ} \times \text{ग}$। अतोऽनयोर्वर्गयोगः कर्णवर्गः $\text{क}^2 = (\text{अ}^2 - \text{ग}^2)^2 + ४\text{अ}^2 + \text{ग}^2 = \text{अ}^4 - २\,\text{अ}^2 \times \text{ग}^2 + \text{ग}^4 + ४\text{अ}^2 \times \text{ग}^2 = \text{अ}^4 + २\text{अ}^2 \times \text{ग}^2 + \text{ग}^4$ अतो मूलग्रहणेन कर्णः $\text{क} = \text{अ}^2 + \text{ग}^2$, अत उपपन्नं "कृतियोगस्तयोरेवं कर्णश्चाकरणीगत" इति।

उदाहरणम्—

यैर्यैस्त्र्यस्रं भवेज्जात्यं कोटिदोःश्रवणैः सखे!
त्रीनप्यविदितानेतान् क्षिप्रं ब्रूहि विचक्षण!॥ १॥

भा०— हे मित्र ! जिन जिन कोटि, भुज और कर्ण से जात्यत्रिभुज हो ऐसे अज्ञात भुज, कोटि और कर्ण को शीघ्र बताओ ।

उत्तर—ग्रन्थकार के न्यास से स्पष्ट है ।

ग्रं० का०-न्यासः । (त्रिभुज: ४, ३, ५) अत्रेष्टे २।१। आभ्यां कोटिभुजकर्णाः ४।३।५ अथवेष्टे २।३। आभ्यां कोटिभुजकर्णाः १२।५।१३ अथवेष्टे २।४। आभ्यां कोटिभुजकर्णाः १६।१२।२० एवमत्रानेकधा ॥

कर्णकोटियुतौ भुजे च ज्ञाते पृथक्करणसूत्रं वृत्तम्—

वंशाग्रमूलान्तरभूमिवर्गो वंशोद्धृतस्तेन पृथग्युतोनौ ।
वंशौ तदर्धे भवतः क्रमेण वंशस्य खण्डे श्रुतिकोटिरूपे ॥१०॥

सं०--वंशाग्रमूलान्तरभूमिरूपभुजस्य वर्गः कार्यः, स वंशोद्धृतः (कोटिकर्णयोगरूपेण वंशेन भक्तः । तेन (लब्धफलेन) वंशौ पृथक् युतोनौ कार्यौ तदर्धे क्रमेण श्रुतिकोटिरूपे वंशस्य खण्डे भवतः ॥ १० ॥

भा०—वंश के अग्र और मूल के अन्तर 'रूप भुज' के वर्ग में वंश (कर्णकोटि योग) के भाग देने से जो लब्धि हो उसे 'कर्णकोटि योग रूप' वंश में पृथक् पृथक् जोड़ और घटा कर आधा करने से क्रम से कर्ण और कोटि स्वरूप वंश के दोनों टुकड़े होते हैं ॥ १० ॥

वि०—यहाँ प्रश्न के अनुसार सूत्र बनाया गया है । अतः जहाँ कोटि कर्ण के योग और भुज ज्ञात हो वहाँ इसी के अनुसार कर्ण और कोटि के पृथक् मान समझना चाहिये ॥ १० ॥

उप०--अत्र वंशः = वं = क + को । अग्रमूलान्तरभूमिः = अं भू = भुजः ।

$\therefore \text{क}^2 - \text{को}^2 = (\text{क} + \text{को}) \times (\text{क} - \text{को}) = \text{अंभू}^2 = \text{भु}^2$

$\therefore \text{क} - \text{को} = \frac{\text{अंभू}^2}{\text{क} + \text{को}} = \frac{\text{अंभू}^2}{\text{वं}}$ अतो "योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धित, इति

संक्रमगणितेन जातः $\text{कर्णः} = \frac{\text{व} + \frac{\text{अंभू}^2}{\text{वं}}}{2}$ । तथा $\text{कोटिः} = \frac{\text{व} - \frac{\text{अंभू}^2}{\text{वं}}}{2}$, इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

यदि समभुवि वेणुर्द्वित्रिपाणिप्रमाणो गणक ! पवनवेगादेकदेशे स भग्नः।
भुवि नृपमितहस्तेष्वङ्ग लग्नं तदग्रं कथय कतिषु मूलादेष भग्नः करेषु ॥१॥

भा०—हे गणक ! किसी समतल भूमि में ३२ हाथ ऊँचा एक बाँस खड़ा था, वायु के वेग से टूट कर उसका अग्र भाग यदि मूल (जड़) से १६ हाथ पर समभूमि में लगा तो बताओ कि वह बाँस कितने हाथ ऊँचे पर से टूटा ?

वि०—बाँस के टूट कर भूमि में लगने से एक जात्य त्रिभुज बनता है। नीचे क्षेत्र देखिये। मूल से जितने ऊपर से टूटा वह कोटि और उसके ऊपर का खण्ड कर्ण तथा मूल और अग्र का अन्तर समभूमि भुज रूप है। अतः बाँस कोटि और कर्ण का योग हुआ। अतः कोटि का मान (१२) यहाँ उत्तर हुआ। उपपत्ति देखिये ॥ तथा उत्तर क्रिया नीचे स्पष्ट है।

३२ | २० | १२ | १६

ग्रं० का०— अत्र वंशाग्रमूलान्तरभूमिः = भुजः = १६। वंशः = कोटिकर्णयोगः = ३२। अतो भुजवर्गे २५६ वंशेन ३२ अनेन भक्ते लब्धेन कोटिकर्णान्तरेण ८ अनेन वंशौ युतोनौ तदर्धे क्रमेण ऊर्ध्वाधः खण्डे कर्णकोटिरूपे जाते २०।१२ ॥

बहुकर्णयोगे कोटौ च ज्ञातायां पृथक्करणसूत्रं वृत्तम्—

स्तम्भस्य वर्गोऽहिविलान्तरेण भक्तः फलं व्यालविलान्तरालात्।
शोध्यं तदर्धप्रमितैः करैः स्याद्बिलाग्रतो व्यालकलापियोगः ॥११॥

सं०—स्तम्भस्य (कोटिरूपस्य) वर्गः अहिविलान्तरेण (भुजकर्णयोगेन) भक्तः, फलं व्यालविलान्तरालात् (भुजकर्णयोगात्) शोध्यं तदर्धप्रमितैः करैर्व्यालविलाग्रतो व्यालकलापियोगः स्यात् ॥ ११ ॥

भा०—स्तम्भ (कोटि) के वर्ग में सर्प बिलान्तर (भुजकर्ण के योग) के भाग देकर जो लब्धि हो उसे सर्प बिलान्तर मान (भुजकर्ण योग) में घटा कर आधा करने से विल के आगे सर्प मयूर के योग स्थान पर्यन्त भूमि (भुज) का मान होता है ॥११॥

उप०—अत्र स्तम्भः = कोटिः। अहिविलान्तरं = भुजकर्णयोगः। अतः $\text{स्तं}^2 = \text{क}^2 - \text{भु}^2 = (\text{क} + \text{भु}) \times (\text{क} - \text{भु})$। अतः $(\text{क} - \text{भु}) = \frac{\text{स्तं}^2}{\text{क} + \text{भु}} = \frac{\text{स्तं}^2}{\text{अविअं}}$, इदं भुजकर्णयोगात् (अहिविलान्तरात्) विशोध्य शेषार्धंतुल्यो भुजः स्यादेव। एतन्मितैः करैरेव विलाग्रतो व्यालकलापियोगः, अत उपपन्नम्।

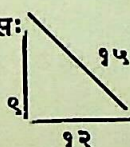
उदाहरणम्—

अस्ति स्तम्भतले विलं तदुपरि क्रीडाशिखण्डी स्थितः
स्तम्भे हस्तनवोच्छ्रिते त्रिगुणितस्तम्भप्रमाणान्तरे।
दृष्ट्वाऽहिं विलमाव्रजन्तमपतत् तिर्यक् स तस्योपरि
क्षिप्रं ब्रूहि तयोर्विलात् कतिकरैः साम्येन गत्योर्युतिः ॥ १ ॥

भा०—समतल भूमि में ९ हाथ के स्तम्भ (खम्भा) के नीचे एक सर्प का बिल था। खम्भे के ऊपर एक मयूर बैठा था वह खम्भा से २७ हाथ दूरी पर बिल में आते हुए सर्प को देख कर उस पर कर्णमार्ग से झपट कर गिरा और उसको पकड़ लिया, इस प्रकार यदि दोनों की गति में तुल्यता हुई तो बताओ कि बिल से कितने हाथ पर दोनों का योग हुआ ? ॥ १ ॥

वि०—यहाँ स्तम्भ कोटि, और सर्प तथा बिल का अन्तर कर्ण भुज का योग, तथा मयूर की गति रूप कर्ण है, इस लिये बिल तथा योग स्थान का अन्तर भुज है। भुज का प्रमाण ही उत्तर होगा। इसीके अनुसार यहाँ सूत्र बनाया गया है। अतः कोटि और कर्णभुजान्तर जानकर इसी प्रकार से भुज और कर्ण समझना।

जैसे स्तम्भ ९ के वर्ग ८१ में अहिविलान्तर (कर्णभुज योग) २७ के भाग देने से लब्धि ३ को कर्णभुज योग २७ में घटाकर आधा करने से १२ यह भुज (बिल से सर्पमयूर के योग पर्यन्त भूमिमान) हुआ।

अं०का०—न्यासः

स्तम्भः ९। अहिविलान्तरम् २७। जाता विलयुत्योर्मध्ये हस्ताः १२ = (भुजः) ॥

कोटिकर्णान्तरे भुजे च दृष्टे पृथक्करणसूत्रं वृत्तम्—

भुजाद्वर्गितात् कोटिकर्णान्तराप्तं द्विधा कोटिकर्णान्तरेणोनयुक्तम् ।
तदर्धे क्रमात् कोटिकर्णौ भवेतामिदं धीमताऽऽवेद्य सर्वत्र योज्यम् ॥१२॥

सखे ! पद्मतन्मज्जनस्थानमध्यं भुजः कोटिकर्णान्तरं पद्मदृश्यम् ।
नलः कोटिरेतन्मितं स्याद्यदम्भो वदैवं समानीय पानीयमानम् ॥१३॥

सं०—भुजाद् वर्गितात् कोटिकर्णान्तराप्तं 'फलं' द्विधा (स्थानद्वये स्थाप्यम्) तत् पृथक् कोटिकर्णान्तरेण ऊनं, युक्तं च कार्यम्, तदर्धे (तयोरर्धे) क्रमेण कोटिकर्णौ भवेताम् ॥ १२ ॥

अथैतदुपपत्तिमूलभूतक्षेत्रस्थितिं कथयति)—हे सखे ! पद्मतन्मज्जनस्थानमध्यं भुजः, पद्मदृश्यं कोटिकर्णान्तरं, नलः कोटिः, एतन्मितं (कोटितुल्यं) अम्भः (जलप्रमाणं) स्यात् । एवं ज्ञात्वा पानीयमानं समानीय वद ॥ १३ ॥

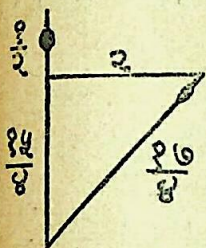
भा०—भुज के वर्ग में कोटिकर्ण के अन्तर से भाग देकर लब्धि को दो स्थान में रखकर एक में कोटिकर्ण के अन्तर को घटाकर दूसरे में कोटिकर्णान्तर जोड़कर दोनों को आधा करने से क्रम से कोटि और कर्ण होते हैं। बुद्धिमान् को चाहिये कि इस विषय को समझ कर सर्वत्र योजना करे ॥ १२ ॥

हे मित्र ! 'आगे कहे हुए' उदाहरण में कमल और उसके डूबने का मध्य स्थान भुज और कमल का दृश्य भाग कोटिकर्णान्तर तथा कमल का उक्त विधि से कोटिमान लाकर जल का प्रमाण बता दो ॥ १३ ॥

उप०—यतः $\text{भु}^2 = \text{क}^2 - \text{को}^2$ यदि कोटिकर्णान्तरम् = अं, तदा "वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं" इत्यादिना कोटिः = $\dfrac{\dfrac{\text{भु}^2}{\text{अं}} - \text{अं}}{2}$ ।

तथा कर्णः = $\dfrac{\dfrac{\text{भु}^2}{\text{अं}} + \text{अं}}{2}$ । इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

चक्रक्रौञ्चाकुलितसलिले क्वापि दृष्टं तडागे
तोयादूर्ध्वं कमलकलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणम्।
मन्दं मन्दं चलितमनिलेनाहतं हस्तयुग्मे
तस्मिन् मग्नं गणक कथय क्षिप्रमम्भःप्रमाणम्॥ १॥

भा०—हे गणक! चक्रवाक बक आदि पक्षियों से सुशोभित जल वाले किसी तालाब में कमल कली का अग्रभाग जल से ऊपर अर्ध $\frac{1}{2}$ हस्त था, वह वायु के वेग से धीरे-धीरे झुक कर २ हाथ आगे जाते जाते जल में डूब गया तो बताओ कि उसमें जल का प्रमाण कितना था?

उत्तर—यहाँ भुज प्रमाण २ और कोटिकर्णान्तर $\frac{1}{2}$ हुआ। अतः भुजवर्ग ४ में कोटिकर्णान्तर $\frac{1}{2}$ से भाग दिया तो लब्धि ८ इसमें कोटिकर्णान्तर घटा कर $8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ इसका आधा $\frac{15}{4}$ यह कोटि हुई, इतना ही जल का प्रमाण हुआ। तथा उसी लब्धि ८ में कोटिकर्णान्तर जोड़ कर $8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$ इसका आधा $\frac{17}{4}$ यह कर्ण हुआ॥ १॥

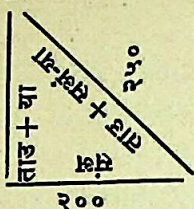
प्र०का०—न्यासः। कोटिकर्णान्तरम् $\frac{1}{2}$। भुजः २। लब्धं जलगाम्भीर्यम् $\frac{15}{4}$। इयं कोटिः $\frac{15}{4}$। इयमेव कोटिः कलिकामानयुता जातः कर्णः $\frac{17}{4}$॥ १॥

कोट्येकदेशेन युते कर्णे भुजे च दृष्टे कोटिकर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्—

द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतं यत् सरोऽन्तरं तेन विभाजितायाः।
तालोच्छ्रितेस्तालसरोऽन्तरघ्न्या उड्डीनमानं खलु लभ्यते तत्॥१४।

सं०—द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतं यत् सरोऽन्तरं तेन विभाजितायाः तालसरोन्तरघ्न्यास्तालोच्छ्रितेर्यल्लभ्यते तत् उड्डीनमानं खलु॥ १४॥

भा०—ताल सरोवर के अन्तर से ताल की ऊँचाई को गुनाकर उस (गुणनफल) में द्विगुणित ताल की ऊँचाई से युत जो ताल सरोऽन्तर उसका भाग देने से लब्धि उड्डीनमान होता है॥ १४॥

न्यासः ।

उप०—अत्र तालोच्छ्रितिमानम् ताउ । सरोन्तरं = सअं । उड्डीनमानमज्ञातं तन्मानम् = या । अतः ताउ + या = कोटिः । सअं = भुजः । सअं + ताउ − या = कर्णः । अतो भुजकोटिवर्गयोगस्य कर्णवर्गसमत्वात् $(ताउ + या)^2 + सअं^2 = (सअं + ताउ - या)^2$ ।

$ताउ^2 + २\ ताउ \times या + या^2 + सअं^2$

$= (सअं + ताउ)^2 - २\,(सअं + ताउ) \times या + या^2$ ।

$\therefore ताउ^2 + २\ ताउ \times या + सअं^2$

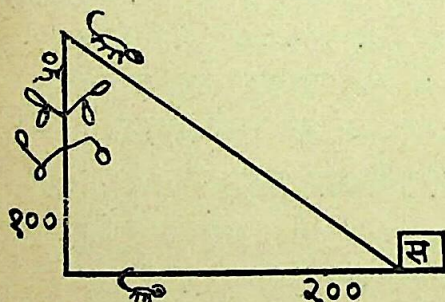
$= सअं^2 + २\ सअं \times ताउ + ताउ^2 - २\,(सअं + ताउ) \times या$ ।

$\therefore २\ या \times (सअं + २\ ताउ) = २\ सअं \times ताउ$ ।

$\therefore या = \dfrac{सअं \times ताउ}{सअं + २ताउ}$, $\therefore$ उपपन्नम् ॥१४॥

उदाहरणम्—

वृक्षाद्धस्तशतोच्छ्रयाच्छतयुगे वाप्यीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्याथ परो द्रुतं श्रुतिपथेनोड्डीय किञ्चिद्द्रुमात् ।
जातैवं समता तयोर्यदि गतावुड्डीनमानं क्रियद्-
विद्वंश्चेत् सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते क्षिप्रं तदाऽऽचक्ष्व मे ॥ १ ॥

भा०—हे विद्वन्! १०० हाथ ऊँचाई वाले वृक्ष पर दो बन्दर बैठे थे उनमें से एक तो वृक्ष से उतर कर २०० हाथ दूर स्थित सरोवर में पानी पीने गया। और दूसरा उस वृक्ष पर से कुछ ऊपर उछल कर कर्णमार्ग से ही सरोवर में कूद पड़ा, इस प्रकार दोनों के चलने के मार्ग का प्रमाण तुल्य है तो बताओ कि वह कितना ऊपर उछला ? यदि तुमने गणित में परिश्रम किया है तो शीघ्र कहो ॥१॥

उत्तर—यहाँ ताल सरोऽन्तर २०० से ताल की ऊँचाई १०० को गुनाकर गुणनफल २०००० में द्विगुणित तालोच्छ्रिति और सरोऽन्तर के योग ४०० का भाग देने से लब्धि ५० उड्डीनमान हुआ। इसको तालोच्छ्रिति में जोड़ने से कोटि १५० तथा गति प्रमाण ३०० में घटाने से २५० यह कर्ण हुआ।

ग्रं०का० न्या०—वृक्षवाप्यन्तरम् २००। वृक्षोच्छ्रायः १००। लब्धमुड्डीनमानम् ५०। कोटिः १५०। कर्णः २५०। भुजः २०० ॥१॥

भुजकोट्योर्योगे कर्णे च ज्ञाते पृथक्करणसूत्रं वृत्तम्—

कर्णस्य वर्गाद्द्विगुणाद्विशोध्यो दोःकोटियोगः स्वगुणोऽस्य मूलम्।
योगो द्विधा मूलविहीनयुक्तः स्यातां तदर्धे भुजकोटिमाने ॥१५॥

सं०—द्विगुणात्कर्णस्य वर्गात् स्वगुणो दोःकोटियोगो विशोध्यः, अस्य (शेषस्य) मूलं ग्राह्यं, योगः (भुजकोटियोगः) द्विधा मूलविहीनयुक्तः तदर्धे क्रमेण भुजकोटिमाने स्याताम् ॥१५॥

भा०—द्विगुणित कर्ण वर्ग में भुजकोटियोग के वर्ग को घटाकर मूल लेना, उसको भुज कोटि के योग में एक स्थान में घटाकर दूसरे स्थान में जोड़ कर आधा करने से क्रम से भुज और कोटि के मान होते हैं ॥१५॥

विशेष—जहाँ भुज कोटि का अन्तर और कर्ण ज्ञात हो वहाँ इसी प्रकार द्विगुणित कर्णवर्ग में भुज कोटि के अन्तर वर्ग को घटाकर मूल लेने से जो लब्धि हो उसमें भुज कोटि के अन्तर को घटा और जोड़कर आधा करने से भुज और कोटि के मान होते हैं ॥ ५ ॥

उप०—भुजकोट्योर्वर्गयोगः $=$ क^2। अतो = "वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम्। द्विघ्नघातसमानं स्यादित्यतः" $($भु$+$को$)^2 -$ क$^2 = २$ भु$\times$को,

$\therefore २($भु$+$को$)^2 - २$ क$^2 = ४$ भु$\times$को, ततो 'चतुर्गुणस्य घातस्ये'त्यादिना

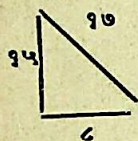
$($भु$-$को$)^2 = ($भु$+$को$)^2 - ४$ भु$\times$को

$= ($भु$+$को$)^2 - [\,(२($भु$+$को$)^2 - २$ क$^2)\,] = २$ क$^2 - ($भु$+$को$)^2$

$\therefore$ भु$-$को $= \sqrt{२\text{ क}^2 - (\text{भु} + \text{को})^2} =$ मू.। अतो "योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धित" इत्यादिना भु $= \dfrac{\text{यो} + \text{मू.}}{२}$। को $= \dfrac{\text{यो} - \text{मू.}}{२}$, इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्--

दश सप्ताधिकाः कर्णस्त्र्यधिका विंशतिः सखे !
भुजकोटियुतिर्यत्र तत्र ते मे पृथग्वद ॥ १ ॥

भा०--हे मित्र ! जहाँ कर्ण १७ और भुजकोटिका योग २३ है तो पृथक् पृथक् भुज और कोटि के मान बताओ।

उत्तर--द्विगुणित कर्णवर्ग ५७८ में भुजकोटि योग के वर्ग ५२९ को घटाकर ४९ इसका मूल ७ इसको भुज कोटिके योग में घटा और जोड़ कर आधा करने से भुज ८ और कोटि १५ हुई।

ग्रं०का०—न्यासः। कर्णः १७। दोः कोटियोगः २३। जाते भुजकोटी ८।१५॥

उदाहरणम्--

दोः कोट्योरन्तरं शैलाः कर्णो यत्र त्रयोदश।
भुजकोटी पृथक् तत्र वदाशु गणकोत्तम ! ॥ २ ॥

भा०--हे गणकश्रेष्ठ ! जहाँ भुजकोटि का अन्तर ७ और कर्ण १३ है वहाँ भुज और कोटि के मान पृथक् बताओ।

उत्तर--द्विगुणित कर्ण वर्ग ३३८ में भुज कोट्यन्तर वर्ग ४९ को घटाने से शेष २८९ का मूल १७ इसमें अन्तर ७ को जोड़ और घटाकर आधा करने से भुज और कोटि १२। ५।

वि०—जात्यत्रिभुजमें भुज और कोटि संज्ञा ऐच्छिक होती है। अर्थात् कर्ण से अतिरिक्त २ भुजों में इच्छा के अनुसार एक को भुज और एक को कोटि कह सकते हैं।

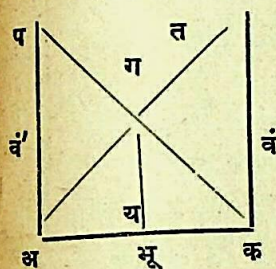
ग्रं०का०—न्यासः। कर्णः १३। भुजकोट्यन्तरम् ७। लब्धे भुजकोटी ५।१२॥

समभूमिस्थितवंशयोर्मिथो मूलाग्रगसूत्रयोगाल्लम्बावबाधाज्ञानाय

करणसूत्रं वृत्तम्—

अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगाद्वेण्वोर्वधे योगहृतेऽवलम्बः।
वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्टभूघ्नौ च लम्बोभयतः कुखण्डे ॥१६॥

सं०—वेण्वोर्वधे योगहृते (वंशयोगेन भक्ते) 'लब्धितुल्यः' अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगात् अवलम्बः स्यात् । तथा वंशौ पृथगभीष्टभूघ्नौ स्वयोगेन हृतौ लब्धे लम्बोभयतः कुखण्डे (आबाधे) भवेताम् ॥१६॥

भा०—दोनों वंशों के गुणनफल में दोनों वंश के योग से भाग देने से जो लब्धि हो वह परस्पर मूलाग्रगत सूत्र के योग से लम्ब का प्रमाण होता है। (यदि दोनों वंश के मूलान्तर भूमि का ज्ञान हो तो) दोनों वंश को पृथक् अन्तर भूमिमान से गुना कर उनमें दोनों वंश के योग से भाग देने से पृथक् लम्ब के दोनों तरफ की आबाधा के मान होते हैं।

उप०—द्रष्टव्यं क्षेत्रम् । अत्रान्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगादवलम्बमानम् = या । ततः पअक, गभूक त्रिभुजयोः साजात्यात् प्रथमाबाधा = भूक $= \frac{अक \times या}{वं'}$, एवं तकअ, गभूक त्रिभुजयोः साजात्यात् द्वितीयाबाधा $= \frac{अक \times या}{वं}$ ।

$$आबाधयोर्योगः = अक = \frac{अक \times या \times वं + अक \times या \times वं'}{वं \times वं'}$$

$$= \frac{अक \times या\ (वं' + वं)}{वं \times वं'},\ \therefore अक \times वं \times वं' = अक \times या\ (वं + वं')$$

$\therefore \frac{वं \times वं'}{व + वं'} =$ या, इत्युपपन्नं लम्बायनम् ।

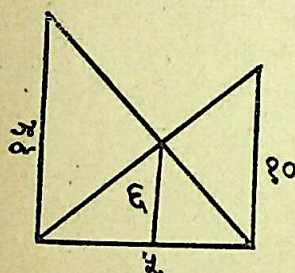
तथा वंशेन भूमिस्तया लम्बमानेन$\left(\frac{वं \times वं'}{व \times वं'}\right)$ अनेन किमिति—

पृथगबाधे $\frac{भू \times वं}{व + वं'}$, $\frac{भू + वं'}{व + वं'}$, इत्युपपद्यते ॥

तथा = यतः $\frac{आ}{भू} = \frac{लं}{व} = \frac{आ'}{भू'} = \frac{लं}{वं}$, अतः वंशस्य स्थिरत्वाल्लम्बमानं स्थिरमेकरूपमेवेति ज्ञेयम् ॥

पञ्चदशदशकरोच्छ्रयवेण्वोरज्ञातमध्यभूमिकयोः ।
इतरेतरमूलाग्रगसूत्रयुतेर्लम्बमानमाचक्ष्व ॥ १ ॥

भा०—समतल भूमि में एक १५ हाथ और एक १० हाथ का बाँस खड़ा है, यदि उन में एक के मूल से दूसरे के अग्र में परस्पर सूत्र बाँध दिये जाँय तो दोनों सूत्र के योग से भूमि तक लम्ब का मान बताओ ।

उत्तर—दोनों वंश के गुणन में वंशों के योग से भाग देने से लब्धि $= \frac{१५ \times १०}{२५} =$ ६ यह लम्ब मान हुआ । अब मानों कि दोनों वंश के मूलान्तर भूमि १० है तो इस से पृथक् बाँस के मान को गुना कर योग के भाग देने से दोनों आवाधा $\frac{१५ \times १०}{२५} =$ ६ । और $\frac{१० \times १०}{२५} =$ ४ । अन्तरभूमि के मान कितने भी हो, लम्ब तुल्य ही होता है । उपपत्ति देखिये ॥

ग्रं०का०—न्यासः । वंशौ १५ । १० । जातो लम्बः ६ । वंशान्तरभूः ५ । अतो जाते भूखण्डे ३ । २ । अथवा भूः १० । खण्डे ६ । ४ । वा भूः १५ । खण्डे ९ । ६ । वा भूः २० । खण्डे १२ । ८ एवं सर्वत्र लम्बः स एव । यद्यत्र भूमितुल्ये भुजे वंशः कोटिस्तदा भूखण्डेन किमिति त्रैराशिकेन सर्वत्र प्रतीतिः ॥

अथाक्षेत्रलक्षणसूत्रम्—

धृष्टोद्दिष्टमृजुभुजं क्षेत्रं यत्रैकबाहुतः स्वल्पा ।
तदितरभुजयुतिरथ वा तुल्या ज्ञेयं तदक्षेत्रम् ॥१७॥

सं०—यत्र (यस्मिन् त्रिभुजे चतुर्भुजादौ वा) एकबाहुतस्तदितरभुजयुतिः स्वल्पा अथवा तुल्या तत् धृष्टोद्दिष्टं (धृष्टेन निर्लज्जेनोद्दिष्टमुदाहृतं) क्षेत्रमक्षेत्रं ज्ञेयम्, तादृशं क्षेत्रं नैव भवितुमर्हतीति बोध्यम् ॥१७॥

भा०—जिस त्रिभुज या चतुर्भुज आदि क्षेत्र में किसी एक भुज से अन्य-भुजों का योग अल्प या तुल्य भी हो तो उस धृष्ट के बताए हुए क्षेत्र को अक्षेत्र समझना। अर्थात् इस प्रकार का कोई क्षेत्र नहीं हो सकता है।

उप०—त्रिभुजादौ एकभुजात् तदितरभुजयोगोऽधिक एवेति क्षेत्रमिति (अ० १ प्र० २०) युक्त्या स्फुटमेवेत्यलं पल्लवितेन ॥

उदाहरणम्—

चतुरस्रे त्रिषड्द्व्यर्का भुजास्त्र्यस्रे त्रिषण्णव।
उद्दिष्टा यत्र धृष्टेन तदक्षेत्रं विनिर्दिशेत् ॥ १ ॥

भा०—किसी ढीठ ने पूछा कि—जिस चतुर्भुज में क्रम से ३, ६, २ और १२ भुजों के मान हैं, और त्रिभुज में ३, ६, ९ हैं तो दोनों का क्षेत्रफल क्या होगा ?" इस प्रश्न में दोनों अक्षेत्र हैं, क्योंकि इनमें एक भुज से शेष भुजों का योग अल्प है। इसलिये ऐसा क्षेत्र नहीं हो सकता तो फिर उसका फल क्या होगा ? ॥

ग्रन्थका०—एते अनुपपन्ने क्षेत्रे। भुजप्रमाणा ऋजुशलाका भुजस्थानेषु विन्यस्यानुपपत्तिर्दर्शनीया ॥

त्रिभुजफलानयनाय करणसूत्रमार्याद्वयम्—

त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणो भुवा हृतो लब्ध्या।
द्विष्ठा भूरूनयुता दलिताऽऽबाधे तयोः स्याताम् ॥१८॥
स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तरमूलं प्रजायते लम्बः।
लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवति ॥१९॥

सं०—त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणः (तयोर्भुजयोरन्तरेण गुणितः) भुवा (आधाररूपतृतीयभुजेन) हृतो लब्ध्या द्विष्ठा भूरूनयुता दलिता 'क्रमेण' तयोः (भुजयोः) आबाधे स्याताम्। बृहद्भुजस्य बृहदाबाधा, लघुभुजस्य लघ्वाबाधा भवतीति ज्ञेयम्। अथ स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तरमूलं लम्बः प्रजायते। भूम्यर्धं लम्बगुणं त्रिभुजे स्पष्टं फलं भवति ॥

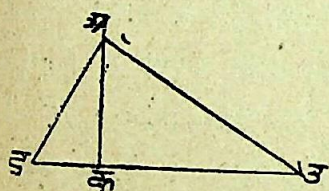
भा०—(किसी भी त्रिभुज के क्षेत्रफल जानने का प्रकार—) त्रिभुज के दो भुजों के योग को उन्हीं दोनों भुज के अन्तर से गुना करके भूमिरूप,

तृतीय भुज के भाग देने से जो लब्धि हो उसको भूमि (तृतीय भुज) में एक जगह घटाकर और दूसरी जगह जोड़कर आधा करने से "क्रम से लघु भुज और बृहत् भुज की आबाधा होती है। भुजवर्ग में अपनी आबाधा के वर्ग को घटाकर शेष का मूल लम्ब होता है। लम्ब से भूमि (आधार रूप तृतीय भुज) को गुना करके आधा करने से त्रिभुज का फल होता है।

उप०—त्रिभुजे आधाररूपभुजो भूमिशब्देन, शेषभुजद्वयं तु भुजशब्देन, तथा भुजद्वययोगबिन्दुत आधारोपरि लम्बस्योभयपार्श्वगते भूमिखण्डे प्रत्येकमाबाधापदेनोच्यते। तत्र "तत्कृत्यो"रित्यादिना $\text{भु}^2 - \text{ल}^2 = \text{आ}^2$। $\text{भु}'^2 - \text{ल}^2 = \text{आ}'^2$ अनयोरन्तरेण $\text{भु}^2 - \text{भु}'^2 = \text{आ}^2 - \text{आ}'^2 = (\text{भु} + \text{भु}') \times (\text{भु} - \text{भु}')$

$$= (\text{आ} + \text{आ}') \times (\text{आ} - \text{आ}') \therefore (\text{आ} - \text{आ}') = \frac{(\text{भु} + \text{भु}') \times (\text{भु} - \text{भु}')}{\text{आ} + \text{आ}'}$$

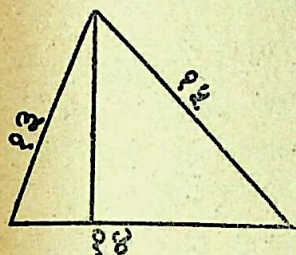
$= \dfrac{\text{भुयो} \times \text{भुअं}}{\text{भू}}$ अबाधान्तरम्। अतोऽनेनाबाधायोगरूपभूमिरूनयुताऽर्धिता क्रमेणाबाधे स्यातामेवेति संक्रमगणितेनोपपद्यते।

तथा—"तत्कृत्योर्योगपद"मित्यादिना जात्यत्रिभुजत्वात् $\sqrt{\text{भु}^2 - \text{आ}^2} = \text{लं}$, इत्युपपन्नं भवति ॥

तथाभीष्टत्रिभुजे—लम्बोभयतो जात्यत्रिभुजद्वयं विद्यते, जात्यत्रिभुजं च स्वकोटिभुजोद्भवायतक्षेत्रस्यार्धमितं भवत्यतो जात्यत्रिभुजे भुजकोटिघातार्धसमं फलं भवत्यतः 'अइक' त्रिभुजफलम् $\dfrac{\text{लं} \times \text{आ}}{२}$। तथा 'अकउ' त्रिभुजफलम् $= \dfrac{\text{लं} \times \text{आ}'}{२}$ अनयोर्योगोऽभीष्टस्य 'अइउ' त्रिभुजस्य फलम् $= \dfrac{\text{लं} \times \text{आ}}{२} + \dfrac{\text{लं} \times \text{आ}'}{२} = \dfrac{\text{लं}\,(\text{आ} + \text{आ}')}{२} = \dfrac{\text{लं} \times \text{भूमि}}{२}$ अत उपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

क्षेत्रे मही मनुमिता त्रिभुजे भुजौ तु यत्र त्रयोदशतिथिप्रमितौ च यस्य।
तत्रावलम्बकमथो कथयावबाधे क्षिप्रं तथा च समकोष्ठमितिं फलाख्याम् ॥

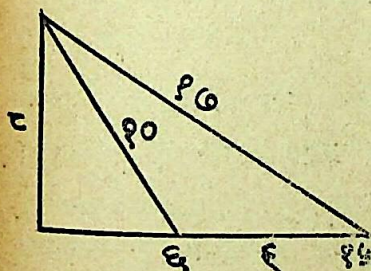
भा०—जिस त्रिभुज क्षेत्रमें भूमि (आधार) १४ तथा १३ और १५ दो भुज हैं, उस त्रिभुज का लम्ब, आबाधा और समकोष्ठ रूप फल के मान बताओ।

उत्तर—भुज के योग २८ को उन्हीं के अन्तर २ से गुना करके ५६ इसमें भूमि १४ के भाग देने से लब्धि ४ को भूमि में घटा और जोड़कर आधा करने से दोनों आबाधा ५।९। लघु भुज वर्ग १६९ में लघु आबाधा के वर्ग २५ घटाकर शेष १४४ का मूल १२ लम्ब हुआ। लम्ब से भूमि को गुनाकर आधा करने से $\frac{१४ \times १२}{२} = ८४$ यह क्षेत्र फल हुआ।

ग्रन्थ०—न्यासः। भूः १४। भुजौ १३। १५ लब्धे आबाधे ५। ९। लम्बश्च १२। क्षेत्रफलं च ८४॥

'बहिर्लम्बे' ऋणाबाधोदाहरणम्—

दशसप्तदशप्रमौ भुजौ त्रिभुजे यत्र नवप्रमा मही।
अबधे वद लम्बकं तथा गणितं गाणितिकाशु तत्र मे ॥२॥

भा०—जिस त्रिभुज में दोनों भुज के मान क्रम से १० और १७ है, तथा आधार (भूमि) ९ है उसके लम्ब, आबाधा और क्षेत्रफल बताओ।

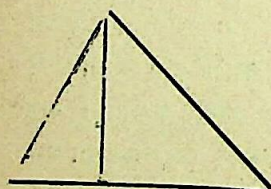
उत्तर—दोनों भुज के योग २७ को उनके अन्तर ७ से गुनाकर गुणन फल में भूमि (९) के भाग देने से लब्धि = २१ को भूमि ९ में घटाने से नहीं घटेगा अथवा घटाकर ऋणावशेष बचेगा' अतः लब्धि २१ में ही भूमि ९ को घटा जोड़कर आधा करने से आबाधा ६ और १५ हुई। लघु भुजवर्ग १०० में लघु आबाधा वर्ग ३६ घटाकर शेष ६४ का मूल ८ यह लम्ब हुआ। लम्ब से भूमि को गुना करके आधा करने से क्षेत्रफल $= \frac{९ \times ८}{२} = ३६$ हुआ।

ग्रन्थ०—न्यासः । भुजौ १० । १७ । भूमिः ९ । अत्र त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिना लब्धम् २१ । अनेन भूरूना न स्यात् । अस्मादेव भूरपनीता शेषार्धमृणगताऽऽबाधा दिग्वैपरीत्येनेत्यर्थः । तथा जाते आबाधे ६ । १५ । अत उभयत्रापि जातो लम्बः ८ । फलम् ३६ ॥

चतुर्भुजत्रिभुजयोरस्पष्टस्पष्टफलानयने करणसूत्रं वृत्तम् ।

सर्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितं बाहुभिर्विरहितं च तद्वधात् ।
मूलमस्फुटफलं चतुर्भुजे स्पष्टमेवमुदितं त्रिबाहुके ॥२०॥

सं०—सर्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितं (चतुर्षु स्थानेषु स्थाप्यम्) तत् क्रमेण बाहुभिर्भुजैर्विरहितं तद्वधान् मूलं—चतुर्भुजेऽस्फुटफलं (स्थूलं) त्रिभुजे च स्पष्टं (वास्तवं) फलमेवोदितं (कथितम्) ॥२०॥

भा०—(त्रिभुज और चतुर्भुज के क्षेत्रफल ज्ञानार्थ प्रकारान्तर है कि) त्रिभुज या चतुर्भुज के सब भुजों का योग कर उसे ४ स्थान में रक्खे, उनमें क्रम से सब भुजों को घटावै जो शेष बचै उनके घात करके जो मूल हो वह त्रिभुज में तो सर्वदा वास्तव फल होता है । परञ्च चतुर्भुज में स्थूल फल होता है । अर्थात् केवल वृत्तान्तर्गत चतुर्भुज में इस प्रकार से वास्तव फल होता है । उपपत्ति देखिये ॥२०॥

उदाहरण—पूर्व त्रिभुज के भुज १३, १५, १४ इनके योग ४२ के आधे २१ को ४ स्थान में रखकर उनमें भुजों को घटाकर शेष ८,६,७,२१ इनका ७०५६ इसका मूल ८४ यह क्षेत्र फल पूर्व तुल्य ही हुआ ॥२०॥

उप०—तत्र त्रिभुजफलानयनार्थं कल्प्यते अइउ त्रिभुजे लघुभुजः = भु । बृहद्भुजः = भु' । तृतीयभुजो भूमिः = भू । अक = लम्बः । ततः "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादिना लब्धावाधा = इक = $\frac{भू^{2} - (भु'^{2} - भु^{2})}{२ भू}$ एतद्वर्गोनो लघुभुजवर्गो लम्बवर्गः =

$$भु^2 - \left\{ \frac{भू^2 - (भु'^2 - भु^2)}{२ भू} \right\}^2$$, वर्गान्तरस्य योगान्तरघातसमत्वात् लं^{2}

$$= \left\{ भु + \left(\frac{भू^2 - (भु'^2 - भु^2)}{२ भू} \right) \right\} \times \left\{ भु - \left(\frac{भू^2 - (भु'^2 - भु^2)}{२ भू} \right) \right\}$$

$$= \left(\frac{२ भू. भु + भू^2 + भु^2 - भु'^2}{२ भू} \right) \times \left(\frac{२ भू\ भु - भू^2 + भु'^2 - भु^2}{२ भू} \right)$$

$$= \left(\frac{(भू + भु)^2 - भु'^2)}{२ भू} \right) \times \left(\frac{भु'^2 - (भू - भु)^2}{२ भू} \right)$$

$$= \frac{(भू + भु + भु') \times (भू' + भु' - भु')}{२ भू} \times \frac{(भु' + भू - भु) \times (भु' + भु - भू)}{२ भू}$$

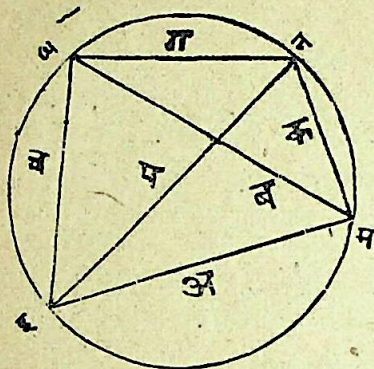
अयं भूम्यर्धवर्गेण $\left(\frac{भू \times भू}{४} \right)$ अनेन गुणितो जातस्त्रिभुजफलवर्गः त्रिफ^2

$$= \frac{(भू + भु + भु')}{२} \times \frac{(भू + भु - भु')}{२} \times \frac{(भु + भु' - भु)}{२} \times \frac{(भु + भु' - भू)}{२}$$

$$= \frac{(भु + भु + भु)}{२} \times \left(\frac{भू + भु + भु'}{२} - भु' \right) \times \left(\frac{भू + भु' + भु}{२} - भु \right) \times$$

$\left(\frac{भु + भु' + भू}{२} - भू \right)$ अतोऽस्य मूलं त्रिभुजफलमित्युपपन्नम् "स्पष्टमेवमुदितं त्रिबाहुक" इति ।

एवं यच्चतुर्भुजस्य फलमायाति तद्वृत्तान्तर्गतस्यैव, तद्भिन्नस्यैवं फलं स्थूलमेव । तदुपपत्तिसिद्ध्यर्थमादौ रूप (१) त्रिज्यायां त्रिकोणमित्या फलं साध्यते यथा—अ इ उ त्रिभुजे इ उ भुजोपरि अक = लम्बः । अतो यदि त्रिज्यया अउ भुजो लभ्यते तदा उकोणज्यया किमिति अक = लम्बः = $\frac{अउ \times ज्या \angle उ}{१}$ अनेन भूम्यर्धं $\frac{(इउ)}{२}$ गुणितं जातं त्रिभुजफलम् = $\frac{इउ \times अउ \times ज्या \angle उ}{२}$ । एतेन—"भुजान्तर्गतकोणज्या भुजघातहतार्धिता । रूपतुल्यत्रिजीवायां स्फुटं त्र्यस्रफलं भवेत्" इति मदुक्तमुपपद्यते ।

अतः इ उ न म वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे न इ उ त्रिभुजफलम् =

$\frac{\text{च} \times \text{ग} \times \text{ज्या}\angle \text{उ}}{२}$ (१) एवं

नमइत्रिभुजफलम् =

$\frac{\text{अ} \times \text{क} \times \text{ज्या}\angle \text{म}}{२}$ (२)

अनयोर्योगः 'न म इ उ' चतुर्भुज-

फलम् $= \frac{\text{च.ग. ज्या}\angle \text{उ} + \text{अ.क} \times \text{ज्या}\angle \text{म}}{२} = \frac{\text{ज्या}\angle \text{उ}(\text{च}\times\text{ग} + \text{अ}\times\text{क})}{२}$

वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे सम्मुखकोण-द्वययोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वात् सरलत्रिकोणमित्या ज्या$\angle$उ = ज्या$\angle$म। तथा कोज्या$\angle$उ = − कोज्या$\angle$म, इति ध्येयम्।

$$\therefore \text{चतुर्भुफ}^२ = \text{ज्या}^२\angle \text{उ} \times \frac{(\text{च}\times\text{ग} + \text{अ}\times\text{क})^२}{४} \ldots \quad (३)$$

अथ त्रिकोणमितितृतीयाध्याय (३८) सिद्धान्तेन कोज्या$\angle$उ

$$= \frac{\text{च}^२ + \text{ग}^२ - \text{प}^२}{२\,\text{च}\times\text{ग}} \because \text{प}^२ = \text{च}^२ + \text{ग}^२ - २\,\text{च}\times\text{ग}\times\text{कोज्या}\angle \text{उ} \ldots (४)\dagger$$

एवं नमइ त्रिभुजवशात् $\text{प}^२ = \text{अ}^२ + \text{क}^२ - २\,\text{अ}\times\text{क}\times\text{कोज्या}\angle \text{म} = \text{अ}^२ + \text{क}^२ + २\,\text{अ}\times\text{क}\times\text{कोज्या}\angle \text{उ}, \ldots$ (५)

$$\therefore \text{समशोधनादिना कोज्या}\angle \text{उ} = \frac{\text{च}^२ + \text{ग}^२ - (\text{अ}^२ + \text{क}^२)}{२\,\text{च}\times\text{ग} + २\,\text{अ}\times\text{क}},$$

एतद्वर्गं त्रिज्यावर्गादपास्य जात उकोणज्यावर्गः = ज्या$^२\angle$उ

$$= १^२ - \left\{ \frac{\text{च}^२ + \text{ग}^२ - (\text{अ}^२ + \text{क}^२)}{२\,\text{च}\times\text{ग} + २\,\text{अ}\times\text{क}} \right\}^२$$

---

† अतोऽत्र---"भुजान्तःकोणकोटिज्या द्विघ्नदोर्घातसंगुणा।
तदूनं भुजवर्गैक्यमाधारस्य कृतिर्भवेत्॥" इति मत्पद्यमुपपद्यते

$$=\left\{१+\frac{च^2+ग^2-(अ^2+क^2)}{२ च\times ग+२ अ+क}\right\}\times\left\{१-\frac{च^2+ग^2-(अ^2+क^2)}{२च\times ग+२ अ\times क}\right\}$$

$$=\frac{(च+ग)^2 (क-अ)^2}{२(च\times ग+अ\times क)}\times\frac{(अ+क)^2-(च-ग)^2}{२(च\times ग+अ\times क)}$$

$$=\frac{(च+ग+क-अ)+(च+ग+अ-क)\times(अ+क+च-ग).(अ+क+ग-च)}{४(च\times ग+अ\times क)^2}$$

अनेने-(२)-दं स्वरूपमुत्थाप्य जातश्चतुर्भुजफलवर्गः = चतुर्भुज $फ^2$ =

$$=\frac{(च+ग+क-अ)(च+ग+अ-क)\times(अ+क+च-ग)(अ+क+ग-च)}{१६}$$

$$=\left(\frac{च+ग+क+अ}{२}-अ\right)\times\left(\frac{च+ग+अ+क}{२}-क\right)$$

$$\times\left(\frac{अ+क+च+ग}{२}-ग\right)\times ग\left(\frac{अ+क+ग+च}{२}-च\right)$$

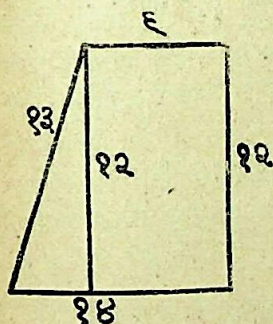
अतोऽस्य मूलं चतुर्भुजफलमित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

भूमिश्चतुर्दशमिता मुखमङ्कसङ्ख्यं बाहू त्रयोदशदिवाकरसम्मितौ च ।
लम्बोऽपि यत्र रविसंख्यक एव तत्र क्षेत्रे फलं कथय तत् कथितं यदाद्यैः ॥१॥

९

१३ १२ १२

१४

भा०—जिस चतुर्भुज में भूमि १४, मुख ९ और दोनों भुज क्रमसे १३ । १२ तथा लम्ब भी १२ हैं तो इसका क्षेत्रफल बताओ, जो आद्याचार्यों ने कहा है ।

उत्तर—यदि "सर्वदोर्युतिदलं" इत्यादि प्रकार से इसका क्षेत्र फल लाते हैं तो—सब भुजों के योग के आधे २४ को ४ स्थान में रख कर उनमें सब भुजों को पृथक् घटाने से शेष १५,१२,१०, ११ इनका घात १९८०० इसका आसन्न मूल १४१ यह क्षेत्रफल स्थूल (अवास्तव) हुआ । क्योंकि—वक्ष्यमाणरीति—"लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम्" इस प्रकार से वास्तवक्षेत्रफल $=\frac{२३\times १२}{२}$ = १३८ इतना होता है ।

ग्रं० का० न्यासः—भूमिः १४ । मुखं ९ । बाहू १३ । १२ । लम्बः १२ । उक्तवत्करणेन जातं क्षेत्रफलं करणी १९८०० । अस्याः पदं किञ्चिन्न्यूनमेकचत्वारिंशच्छतम् १४१ । इदमत्र क्षेत्रे न वास्तवं फलं किन्तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डमिति वक्ष्यमाणकरणेन वास्तवं फलम् १३८ ॥

अत्र त्रिभुजस्य पूर्वोदाहृतस्य भूमिः १४ । भुजौ १३ । १५ । अनेनाऽपि प्रकारेण त्रिबाहुके तदेव वास्तवं फलम् ८४ । अत्र चतुर्भुजस्याऽस्पष्टमुदितम् ॥

अथ फले स्थूलत्वनिरूपणार्थं सूत्रं सार्द्धवृत्तम्—

चतुर्भुजस्यानियतौ हि कर्णौ कथं ततोऽस्मिन्नियतं फलं स्यात् ।
प्रसाधितौ तच्छ्रवणौ यदाद्यैः स्वकल्पितौ तावितरत्र न स्तः ॥२१॥
तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णावनेकधा क्षेत्रफलं ततश्च ।

सं०—यस्य चतुर्भुजस्य कर्णौ अनियतौ (अनिश्चितौ) ततः (तद्भुजेभ्यः) अस्मिन् चतुर्भुजे नियतं फलं कथं स्यात्? निश्चितं फलं नैव ज्ञातुं शक्यते इत्यर्थः । तथा चाद्यैः (पूर्वाचार्यैः) स्वकल्पितौ तच्छ्रवणौ 'यत्' यौ सुसाधितौ तौ इतरत्र (तेष्वेव बाहुष्वपरत्र) न भवतः । यतः तेष्वेव बाहु अनेकधाऽपरौ कर्णौ, ततोऽनेकधा क्षेत्रफलं च भवितुमर्हति ॥

भा०—चतुर्भुज में यदि कर्णमान निश्चित नहीं हो तो उसमें निश्चित फल नहीं हो सकता है । इस लिये केवल भुजों पर से कर्ण के मान जो आद्याचार्यों ने किये हैं वे सर्वत्र नहीं हो सकते । क्योंकि—उन्ही भुजों में अनेक फल भी हो सकते हैं ।

अत्र युक्तिस्तु ग्रन्थकारेणैव सम्यक् प्रतिपादिता यथा—

ग्रं० का०—चतुर्भुजे हि एकान्तरेकोणावाक्रम्याऽन्तः प्रवेश्यमानौ भुजौ तत्संसक्तं स्वकर्णं सङ्कोचयतः । इतरौ तु बहिः प्रसरन्तौ स्वकर्णं वर्द्धयतः । अत उक्तं तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णाविति ।

भा०—(चतुर्भुज की अनियतस्थिति को दिखलाते हैं यथा—४ सरल सलाका से एक चतुर्भुज बनाकर) उसमें यदि एकान्तर (सम्मुख के) दो कोणी को पकड़ कर भीतर की तरफ दबाये जायँ तो उन में लगे हुए दो भुज भीतर प्रवेश करते हुए उस कर्ण को छोटा बनाते जाते हैं । और शेष अन्य दो भुज

बाहर की ओर बढ़ते हुए अपने कर्ण को बढ़ाते जाते हैं, अतः एकही उस चतुर्भुज के कर्णमान न्यूनाधिक होकर अनेक प्रकार की आकृति बना देते हैं, इस लिये कहा है कि—"तेष्वेव बाहुष्वपरौ" उन्हीं भुजों में अनेक अन्यकर्ण होते हैं इत्यादि।

अत एव—

लम्बयोः कर्णयोर्वैकमनिर्दिश्यापरं कथम्।
पृच्छत्यनियतत्वेऽपि नियतं चापि तत्फलम्॥
स प्रच्छकः पिशाचो वा वक्ता वा नितरां ततः।
यो न वेत्ति चतुर्बाहुक्षेत्रस्यानियतां स्थितिम्॥

सं०—लम्बयोर्मध्ये एकं, वा कर्णयोर्मध्ये एकं अनिर्दिश्य (नैव दर्शयित्वा) अपरं (लम्बमनिर्दिश्य कर्णं, वा कर्णमनिर्दिश्य लम्बं) तथा नियतं तत्फलं च कथं पृच्छति ? स प्रच्छकः पिशाचः (मूर्खः) वा वक्ता (तत्प्रश्नस्योत्तरदाता) ततोऽपि (प्रच्छकादपि) नितरां पिशाचः, यश्चतुर्भुजस्यानियतां स्थितिं न वेत्ति॥

भा०—इसलिये दोनों लम्बमें एक, अथवा दोनों कर्ण में एक को नहीं कह कर क्षेत्र की अनियतस्थिति में भी जो उसका निश्चित फल पूछता है वह प्रष्टा मूर्ख है, और ऐसी स्थिति में फल कहने के लिये जो उद्यत होता है वह तो पूछनेवाले से भी विशेष कर मूढ़ है, जो चतुर्भुज की अनियत स्थिति को नहीं जानता है।

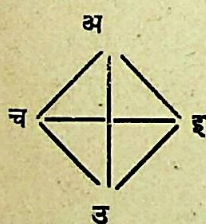
लम्बस्य निश्चितत्वे कर्णस्य निश्चितत्वम्, अथवा कर्णस्य निश्चितत्वे लम्बस्यापि' निश्चितत्वमेव। अनयोरेकतरस्य निश्चितत्वे तत्कोणानामपि निश्चितत्वं स्वतः सिद्ध्यत्यतः "कोणयोर्वैकमन्तरा" इति पाठान्तरसमर्थनं व्यर्थमेवेत्यतिरोहितमेव त्रिकोणमितिविज्ञानाम्॥

समचतुर्भुजायतयोः फलानयने करणसूत्रं सार्द्धश्लोकद्वयम्—

इष्टा श्रुतिस्तुल्यचतुर्भुजस्य कल्प्याथ तद्वर्गविवर्जिता या॥२२॥
चतुर्गुणा बाहुकृतिस्तदीयं मूलं द्वितीयश्रवणप्रमाणम्।
अतुल्यकर्णाभिहतिर्द्विभक्ता फलं स्फुटं तुल्यचतुर्भुजे स्यात्॥२३॥

समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च तथाऽऽयते तद्भुजकोटिघातः ।
चतुर्भुजेऽन्यत्र समानलम्बे लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम् ॥२४॥

सं०—तुल्यचतुर्भुजस्यैका श्रुतिः इष्टा कल्प्या, तद्वर्गविवर्जिता या चतुर्गुणा बाहुकृतिस्तदीयं मूलं द्वितीयश्रवणप्रमाणं भवेत् । 'यदि कर्णौ अतुल्यौ' तदाऽतुल्यकर्णयोरभिहतिर्द्विभक्ता तुल्यचतुर्भुजे स्फुटं फलं भवति । समश्रुतौ (तुल्यकर्णे) तुल्यचतुर्भुजे तथा आयते च तद्भुजकोटिघातः स्फुटं फलं भवति । अन्यत्र (विषमे) चतुर्भुजे समानलम्बे सति कुमुखैक्यखण्डं लम्बेन निघ्नं (गुणितं) स्फुटं फलं भवति ॥२२–२४॥

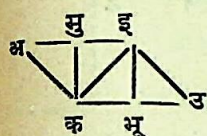
भा०—(अब चतुर्भुज में अनेक प्रकार के कर्ण द्वारा क्षेत्रफल साधन कहते हैं) यदि तुल्य चतुर्भुज हो तो उसमें एक कर्ण का मान अभीष्ट कल्पना करे फिर भुजवर्ग को ४ से गुनाकर उसमें कर्ण वर्ग को घटाकर शेष का मूल द्वितीय कर्ण का मान होता है । यदि कर्ण दोनों तुल्य नहीं हों तो दोनों कर्ण के परस्पर गुणन कर उसका आधा तुल्यचतुर्भुज में वास्तव फल होता है । तथा यदि तुल्य चतुर्भुज में दोनों कर्ण बराबर हो तो एक भुज को दूसरे भुज से गुना करने से फल होता है । तथा आयत क्षेत्र* में भी भुज और कोटि के घात क्षेत्र फल होता है अन्य चतुर्भुज में यदि तुल्य लम्ब हो तो मुख (ऊपर के भुज) और भूमि (नीचे के भुज) के योग के आधा करके लम्ब से गुना करने से क्षेत्रफल होता है ॥ २२–२५ ॥

उप०—वर्गक्षेत्रायतादिक्षेत्रलक्षणं तु क्षेत्रमितिपरिभाषयैव स्फुटमस्ति । कल्प्यते अइउच तुल्यचतुर्भुजे अउ, चइ कर्णावतुल्यौ । तत्र भुजानां तुल्यत्वात् कर्णरेखया चतुर्भुजमर्धितम् (क्षे० १ अ० ८ प्र०) अतः कर्णौ परस्परलम्बरूपौ (क्षे० १ अ० ४ प्र०) अतः $अइ^2 - \frac{अउ^2}{४} = \frac{४अइ^2 - अउ^2}{४} =$

* जिसमें सम्मुख भुज परस्पर तुल्य हो तथा दोनों कर्ण तुल्य हो वह आयत कहलाता है ।

$\left(\frac{अउ}{२}\right)^{२}$ ∴ $\sqrt{\frac{४ अइ^{२} - अउ^{२}}{२}} = \frac{अउ}{२} = \frac{द्विक}{२}$ ∴ $\sqrt{४अइ^{२} - अउ^{२}} =$

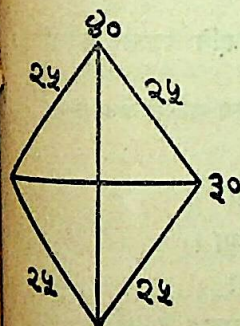
अउ = द्वितीयकर्णः। तथा—पूर्वोक्तयुक्त्या अइचत्रिभुजफलम् = $\frac{चइ \times अउ}{२ \times २}$

$\frac{प्रक \times द्विक}{२ \times २}$ इदं द्विगुणं चतुर्भुजफलम् = $\frac{प्रक \times द्विक}{२}$। ∴ उपपन्नम्।

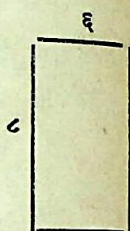
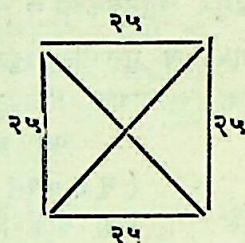
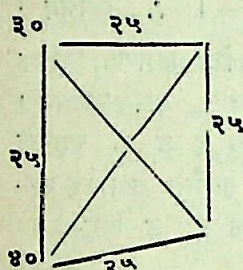
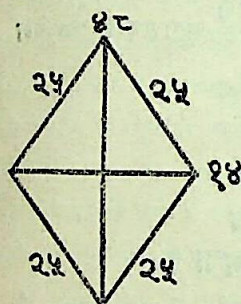
"समकर्णचतुर्भुजे तथायते च भुजकोटिघाततुल्या समकोष्ठमितिर्भवति, तदेव फलसंज्ञमपीति क्षेत्रमित्या स्फुटमेवात "स्तद्भुजकोटिघातः" इत्यन्तमुपपन्नम्।

अथ कल्प्यते अ इ उ क चतुर्भुजे (भू इ = कमु) लम्बौ तुल्यौ। तदा कइ कर्णरेखा कार्या। तत्र क इ उ त्रिभुजफलम् $= \frac{लं \times कउ}{२}$ तथा अ इ क त्रिभुजफलम् $= \frac{लं \times अइ}{२}$

अनयोर्योगः सम्पूर्णचतुर्भुजफलम् $= \frac{लं \times (कउ + अइ)}{२}$ अतः उपपन्नं "लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम्॥

अत्रोद्देशकः—

क्षेत्रस्य पञ्चकृतितुल्यचतुर्भुजस्य
कर्णौ ततश्च गणितं गणक प्रचक्ष्व।
तुल्यश्रुतेश्च खलु तस्य तथाऽऽयतस्य
यद्विस्तृती रसमिताऽष्टमितश्च दैर्घ्यम्॥ १॥

भा०—जिस तुल्य चतुर्भुज में भुजमान २५ है उस में दोनों कर्ण के मान और उसका क्षेत्रफल बताओ। यदि उसी तुल्य चतुर्भुज में कर्ण मान तुल्य हों तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा? तथा जिस आयत चतुर्भुज में भुज ६ और कोटि ८ है उसका क्षेत्रफल बताओ।

उत्तर—२५ तुल्य चतुर्भुज में सूत्रोक्त रीति से प्रथम कर्ण ३० कल्पना करके चतुर्भुज के भुजवर्ग

२५०० में कल्पित कर्ण वर्ग ९०० को घटा कर शेष १६०० का मूल ४० यह द्वितीय कर्ण हुआ। दोनों कर्ण अतुल्य हैं अतः दोनों के घात का आधा $\frac{३० \times ४०}{२}$ = ६०० यह क्षेत्र फल हुआ। यदि तुल्य चतुर्भुज में तुल्य कर्ण है तो भुजकोटि के घात के तुल्य अर्थात् भुजवर्ग २५ × २५ = ६२५ यह क्षेत्रफल

हुआ। तथा उक्त आयत के भुजकोटि का घात ६ × ८ = ४८ यह क्षेत्रफल हुआ।

ग्रं० का०—प्रथमोदाहरणे न्यासः—भुजाः २५। २५। २५। २५। अत्र त्रिंशन्मितामेकां ३० श्रुतिं प्रकल्प्य यथोक्तकरणेन जातान्या श्रुतिः ४०। फलञ्च ६००।

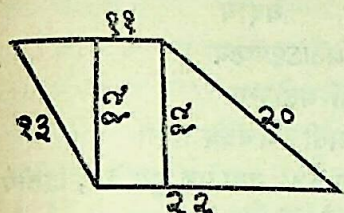
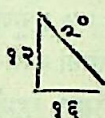
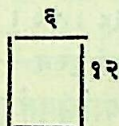
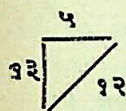
अथवा चतुर्दशमितामेकां १४ श्रुतिं प्रकल्प्योक्तवत्करणेन जाताऽन्या श्रुतिः ४८। फलञ्च ३३६।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः—तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण इति जाता करणीगता श्रुतिरुभयत्र तुल्यैव क १२५०। गणितञ्च ६२५।

अथायतस्य न्यासः—विस्तृतिः ६। दैर्घ्यम् ८। अस्य गणितं ४८॥

अतुल्यचतुर्भुजे उदाहरणम्—

क्षेत्रस्य यस्य बदनं मदनारितुल्यं
विश्वम्भरा द्विगुणितेन मुखेन तुल्या।
बाहू त्रयोदशनखप्रमितौ च लम्बः
सूर्योन्मितश्च गणितं वद तत्र किं स्यात्॥ २॥

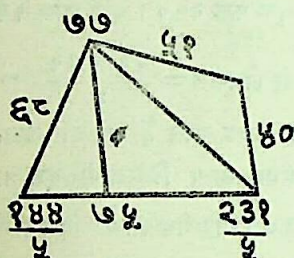
भा०—जिस चतुर्भुज में मुख ११, भूमि २२, और शेष दोनों भुज १३ और २० हैं तथा यदि १२ लम्ब है तो उस का क्षेत्रफल बताओ।

उत्तर—उक्त चतुर्भुज में केवल भुजमान पर से "सर्वदोर्युतिदलं" इत्यादि रीति से क्षेत्रफल साधन करते हैं तो स्थूल फल २५०। यदि लम्ब १२ से—'लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम्" इत्यादि से क्षेत्रफल$=\frac{३३ \times १२}{२}=$ १९८ यह वास्तवफल हुआ। क्योंकि क्षेत्र के ३ खण्ड करते हैं तो दो जात्य त्रिभुज और एक आयत होते हैं। जिन में प्रथम जात्य त्रिभुज में भुज ५, कोटि १२ कर्ण १३ इस का फल$=\frac{१२ \times ५}{२}=$ ३०। द्वितीय जात्य त्रिभुज में भुज १६ कोटि १२ इसका फल ९६। तृतीय आयत के भुज ६ कोटि १२ इसका फल =७२। तीनों फल का योग =३०+९६+७२=१९८ यह वास्तव क्षेत्रफल के समान हुआ। यह विषय ग्रन्थकार के न्यास से भी स्पष्ट है। यथा—

ग्रं० का०—न्यासः—वदनम् ११। विश्वम्भरा २२। बाहू १३।२० लम्बः १२। अत्र सर्वदोर्युतिदलमित्यादिना स्थूलफलं २५०। वास्तवन्तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डमिति जातं फलम् १९८। क्षेत्रस्य खण्डत्रयं कृत्वा फलानि पृथगानीय ऐक्यं कृत्वास्य फलोपपत्तिर्दर्शनीया।

खण्डत्रयदर्शनम्—

न्यासः—प्रथमस्य भुजकोटिकर्णाः ५। १२। १३ द्वितीयस्यायतस्य विस्तृतिः ६। दैर्घ्यं १२। तृतीयस्य भुजकोटिकर्णाः १६। १२। २० अत्र त्रिभुजयोः क्षेत्रयोर्भुजकोटिघातार्द्धफलम्। आयते चतुरस्रे क्षेत्रे तद्भुजकोटिघातः फलम्। यथा प्रथमक्षेत्रे फलम् ३०। द्वितीये ७२। तृतीये ९६: एषामैक्यं सर्वं क्षेत्रेफलम् ॥ १९८ ॥

अथाऽन्यदुदाहरणम् —

पञ्चाशदेकसहिता वदनं यदीयं
भूः पञ्चसप्ततिमिता प्रमितोऽष्टषष्ठ्या ।
सव्यो भुजो द्विगुणविंशतिसम्मितोऽन्य-
स्तस्मिन् फलं श्रवणलम्बमिती प्रचक्ष्व ॥३॥

भा०—जिस चतुर्भुज में मुख ५१, भूमि ७५, तथा एक भुज ६८, द्वितीय भुज ४० है तो इस में क्षेत्रफल, कर्ण और लम्ब के मान बताओ ।

यहाँ लम्ब और कर्ण दोनों अज्ञात है अतः इसका फल निश्चित नही हो सकता है। इस लिये इसमें लम्ब अथवा कर्ण का मान कल्पना करके ही फल कहा जा सकता है। इस बात को आगे कहते हैं ।

न्यासः—वदनम् ५१ । भूमिः ७५ । भुजौ ६८ । ४० ।

अत्र फलविलम्बश्रुतीनां सम्बन्धसूत्रं वृत्तम्—

ज्ञातेऽवलम्बे श्रवणः श्रुतौ तु लम्बः फलं स्यान्नियतं तु तत्र ।
चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजेऽवलम्बः प्राग्वद्भुजौ कर्णभुजौ मही भूः ॥२५॥

सं०—अवलम्बे ज्ञाते श्रवणो ज्ञातो भवति। श्रुतौ ज्ञातायां लम्बो ज्ञातो भवति। तत्र फलं चापि नियतं स्यात् । लम्बज्ञानार्थं—चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजे कर्णभुजौ भुजौ कल्प्यौ, मही भूः (भूमिः) कल्प्या ततः प्राग्वत् ("त्रिभुजे भुजयोर्योग" इत्यादिना) अवलम्बः साध्यः । अत्रोपपत्तिः स्फुटैव ।

भा०—चतुर्भुज में लम्ब के ज्ञान से कर्ण का ज्ञान होता है । तथा कर्ण ज्ञात हो तो लम्ब का ज्ञान होता है । तब उसका फल निश्चित हो सकता है । इसलिये कर्ण ज्ञात हो तो चतुर्भुज में कर्ण से त्रिभुज बनता है उसमें कर्ण और भुज को दोनों को भुज और चतुर्भुज की भूमि को भूमि कल्पना करके पूर्ववत् "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि विधि से लम्ब का मान ज्ञात होता है ।

जैसे—यहाँ बाएँ भुज के अग्र से दक्षिण भुज मूल पर्यन्त कल्पित कर्ण

का मान ७७ यह प्रथम भुज तथा ६८ द्वितीय भुज और ७५ को आधार मान कर "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि रीति से लम्ब का मान $\frac{308}{5}$ हुआ ॥२५॥

ग्रं० का०—कर्णस्यानियतत्वाल्लम्बोऽप्यनियत इत्यर्थः ॥

अत्र लम्बज्ञानार्थं सव्यभुजाग्राद्दक्षिणभुजमूलगामी इष्टकर्णः सप्तसप्ततिमितः ७७ कल्पितस्तेन चतुर्भुजान्तस्त्रिभुज कल्पितम् तत्रासौ कर्ण एको भुजः ७७। द्वितीयस्तु सव्यभुजः ६८। भूः सैव ७५। अत्र प्राग्वल्लब्धो लम्बः $\frac{308}{5}$।

लम्बे ज्ञाते कर्णज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तम्—

यल्लम्बलम्बाश्रितबाहुवर्गविश्लेषमूलं कथिताबधा सा।
तदूनभूवर्गसमन्वितस्य यल्लम्बवर्गस्य पदं स कर्णः ॥२६॥

सं०—'लम्बे ज्ञाते सति' लम्बलम्बाश्रितबाहुवर्गविश्लेषमूलं यत् साऽबधा कथिता। तदूनभूवर्गसमन्वितस्य लम्बवर्गस्य यत् पदं (मूलं) स कर्णः स्यात् ॥२६॥

भा०—'चतुर्भुज में लम्ब का मान ज्ञात हो तो'—लम्ब और लम्ब के आश्रित जो भुज हो उन दोनों का वर्गान्तर मूल आबाधा होती है, उस (आबाधा) को भूमि में घटाकर शेष के वर्ग में लम्ब के वर्ग को जोड़कर जो मूल हो वह कर्ण होता है।

जैसे—उक्त चतुर्भुज में लम्ब मान $\frac{308}{5}$ इसके वर्ग को भुज ६८ के वर्ग में घटाकर शेष का मूल $\frac{144}{5}$ यह आबाधा हुई। इसको भूमि ७५ में घटाकर शेष $\frac{231}{5}$ के वर्ग में लम्ब के वर्ग जोड़कर मूल ७७ यह कर्ण हुआ ॥२६॥

उप०—यथा अ इ उ च चतुर्भुजे अ च (कर्ण) ज्ञानं चेत् तदा अ उ, अच भुजौ, उच भूमिं प्रकल्प्य अग (लम्ब) ज्ञानं पूर्वरीत्या सुगमम्। तथा लम्बे ज्ञाते— $\sqrt{अउ^2 - लं^2} = उग =$ आबाधा। एतदून-भूमिः = गच $\therefore \sqrt{गच^2 + अग^2} = \sqrt{(भूमि-आबाधा)^2 + लं^2} =$ अच = कर्णः $\therefore$ उपपन्नम् ॥२६॥

ग्रं० का०—अत्र सव्यभुजाग्राल्लम्बः किल कल्पितः $\frac{308}{5}$। अतो जाताऽऽबाधा $\frac{144}{5}$। तदूनभूवर्गसमन्वितस्येत्यादिना जातः कर्णः ७७ ॥२६॥

द्वितीयकर्णज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तद्वयम्—

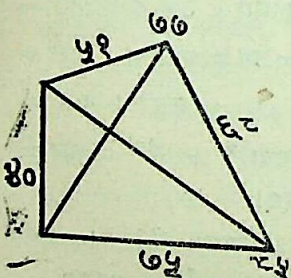
इष्टोऽत्र कर्णः प्रथमं प्रकल्प्यस्त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये ।
कर्णं तयोः क्ष्मामितरौ च बाहू प्रकल्प्य लम्बाववधे च साध्ये ॥२७॥
आबाधयोरेककुप्स्थयोर्यत् स्यादन्तरं तत्कृतिसंयुतस्य ।
लम्बैक्यवर्गस्य पदं द्वितीयः कर्णो भवेत्सर्वचतुर्भुजेषु ॥२८॥

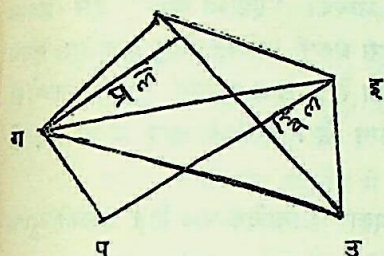
सं०—अत्र प्रथमं (आदौ) इष्टः कर्णः प्रकल्प्यः । तस्य कर्णस्योभयतो ये त्र्यस्रे (त्रिभुजे) स्थिते तयोरुभयोरपि कर्णं क्ष्मां (भूमिं) इतरौ च बाहू प्रकल्प्य, लम्बौ साध्यौ 'तथा तयोः' अवधे च साध्ये तत्रैककुप्स्थयोः (एकदिक्स्थितयोः) आबाधयोर्यदन्तरं तत्कृतिसंयुतस्य लम्बैक्यवर्गस्य पदं (मूलं) सर्वचतुर्भुजेषु द्वितीयः कर्णः स्यात् ॥ २७–२८ ॥

भा०—इस प्रकार लम्ब जानकर एक कर्ण का ज्ञान होता है । अब एक कर्ण जानकर द्वितीय कर्ण जानने का प्रकार कहते हैं । यथा—

चतुर्भुज में एक कर्ण ज्ञात हो उसी से, अथवा कर्ण ज्ञात न हो तो एक कर्ण का मान कल्पना करके उसके दोनों तरफ जो दो त्रिभुज बनते हैं, उन दोनों में उक्त कर्ण को भूमि और तदाश्रित दो दो भुजों को भुज मानकर दोनों त्रिभुज में लम्ब और आबाधा साधन करना । एक तरफ की दोनों आबाधा के अन्तर के वर्ग में दोनों लम्ब के योग के वर्ग को जोड़कर जो मूल हो वह दूसरा कर्ण होता है । इस प्रकार सब चतुर्भुज में कर्ण का ज्ञान होता है ।

जैसे—उक्त चतुर्भुज में ६८,७५ भुज और कल्पित कर्ण ७७ को भूमि

कल्पना करके "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि प्रकार से बृहद्भुज की आबाधा ४५, लघुभुज की आबाधा ३२ । लम्ब ६०, एवं उसी कर्ण ७७ को भूमि और चतुर्भुज के शेष भुज ५१।४० को भुज मानकर उक्त रीति से बृहद्भुज की आबाधा ४५ और लघुभुज की आबाधायें ४५,३२ इनके अन्तर १३ के

वर्ग १६९ में लम्बयोग ८४ के वर्ग ७०५६ जोड़कर ७२२५ इसका मूल ८५ द्वितीय कर्ण हुआ ॥२७-२८॥

उप०—कल्प्यते अइउग चतुर्भुजे इष्टकर्णः = अउ। तदुपरि गइ बिन्दूभ्यां (प्रलं, द्विलं) लम्बौ। तत्र 'द्विल' लम्बरेखां पबिन्दुपर्यन्तं वर्धयित्वा तदुपरि ग बिन्दुतो 'गप' लम्बरेखा कार्या। अतोऽत्र इप = प्रलं + द्विलं। तथा एकदिक्स्थे ये आबाधे तयोरन्तरं = गप। $\therefore \sqrt{गप^2 + इप^2} = \sqrt{आबाधान्तर^2 + लम्बयोग^2} = गइ =$ द्वितीयकर्णः। इति क्षेत्रमितियुक्त्या स्फुटमुपपद्यते ॥२७-२८॥

ग्रं० का० न्यासः—तत्र चतुर्भुजे सव्यभुजाग्राद् दक्षिणभुजमूलगामिनः कर्णस्य मानं कल्पितम् ७७। तत्कर्णरेखावच्छिन्नस्य क्षेत्रस्य मध्ये कर्णरेखोभयतो ये त्र्यस्रे उत्पन्ने तयोः कर्णं भूमिं तदितरौ च भुजौ प्रकल्प्य प्राग्वल्लम्बः, आबाधा च साधिता। तद्दर्शनम्। लम्बः ६०। द्वितीयलम्बः २४। आबाधयो ४५।३२। रेकककुप्स्थयोरन्तरस्य (१३) कृतेः १६९ लम्बैक्य (८४) कृतेश्च ७०५६ योगः ७२२५ तस्य पदं द्वितीयकर्णप्रमाणम् ८५ ॥२७-२८॥

भा०—अब इष्ट कर्ण का मान अधिक से अधिक और कम से कम कितना हो सो कहते हैं।

अत्रेष्टकर्णकल्पने विशेषोक्तिसूत्रं सार्द्धवृत्तम्—

कर्णाश्रितं स्वल्पभुजैक्यमुर्वीं प्रकल्प्य तच्छेषमितौ च बाहू।
साध्योऽवलम्बोऽथ तथाऽन्यकर्णः स्वोर्व्याः कथञ्चिच्छ्रवणो न दीर्घः २९
तदन्यकर्णान्न लघुस्तथेदं ज्ञात्वेष्टकर्णः सुधिया प्रकल्प्यः।

सं० - अथ कर्णाश्रितं स्वल्पभुजयोगं भूमिं प्रकल्प्य, तच्छेषभुजौ बाहू (भुजौ) प्रकल्प्य, 'ततस्त्रिभुजे भुजयोर्योग' इत्यादिनाऽवलम्बः साध्यः, तथाऽन्यकर्णः (द्वितीयकर्णसाधनयुक्त्या कर्णः) साध्यः। स साधितः श्रवणः

सङ्कोच्यमानोऽन्यकर्णाल्लघुर्न, तदितरः श्रवणः स्वोर्व्याः (कल्पितभूमितः) कथमपि दीर्घो न भवितुमर्हतीदं ज्ञात्वा सुधियेष्टकर्णः प्रकल्प्यः ॥२९॥

मा०—कर्ण के आश्रित जिन दो भुजों का योग अल्प हो उस योग को भूमि और शेष भुजों को भुज कल्पना कर "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि प्रकार से लम्ब तथा उसी कर्ण को कर्ण मानकर "इष्टोऽत्र कर्णः" इस प्रकार से द्वितीय कर्ण मान साधन करे। इस प्रकार कल्पित लघु भुजयोग तुल्य भूमि से इष्ट कर्ण अधिक नहीं हो सकता है। तथा साधित द्वितीय कर्ण से इष्ट कर्ण लघु (अल्प) नहीं हो सकता है। इसलिये इसे जान कर ही इष्ट कर्ण कल्पना करना चहिये।

कहीं "तदन्यलम्बान्न लघुः" इस प्रकार प्रामादिक पाठ है। इसकी युक्ति उपपत्ति में देखिये।

जैसे—उक्त चतुर्भुज में लघु भुजों ५१।४० के योग ९१ को भूमि और शेष भुजों ७५।६८ को भुज मानकर उक्त प्रकार से लम्ब और कर्ण दोनों एक ही आता है अतः उक्त चतुर्भुज में "तदन्यलम्बान्न लघुः" यह पाठ भी सङ्गत हो सकता है ॥२९॥

ग्रन्थकारः—चतुर्भुजं हि एकान्तरकोणावाक्रम्य सङ्कोच्यमानं त्रिभुजत्वं याति तत्रैककोणे लग्नलघुभुजयोरैक्यं भूमिमितरौ भुजौ प्रकल्प्य लम्बः कर्णश्च साध्यस्तत्र साधितो यः सङ्कोच्यमानः कर्णः स च लम्बादूनः कथंचिदपि न स्यात्। तदितरो भूमेरधिको न स्यादेवमूभयथाऽपि बुद्धिमता ज्ञायते ॥२९॥

उप०—पूर्वलिखित 'अइउग' चतुर्भुजे गउ + उइ < अग + अइ, अतः अउकोणावाक्रम्य सङ्कोच्यमानं सत्-अगइ त्रिभुजरूपं जातम्। अतो-ऽत्र "त्रिभुजे भुजयोर्योग" इत्यादिना साधितो लम्बः = अल। तथा सङ्कुचितो द्वितीयकर्णः = अउ,

अ

इ ल उ ग

अस्माल्लघुर्न भवितुमर्हति। एवं वर्धितस्तदितरः कर्णः = गइ = भूमितुल्यः, ततोऽधिको न भवितुमर्हति। अतः "स्वोर्व्याः कथञ्चिच्छ्रवणो न दीर्घः" इति साधूक्तम्। तथा-साधितलम्बः साधित-

कर्णादल्पः (क्षे० अ० १ प्र० १६) तेन साधितलम्बादधिकेऽपीष्टकर्णे कल्पिते व्यभिचारो भवितुमर्हति, अतोऽत्र "तदन्यलम्बान्न लघु" इत्यत्र "तदन्यकर्णान्न लघु" रित्येव पाठः समीचीनः । परन्त्वाचार्योक्तोदाहरणे लम्बकर्णयोरेकत्वात् "तदन्यलम्बादिति" पाठेऽपि न व्यभिचार इत्युपपन्नम् ॥२९॥

विषमचतुर्भुजफलानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्—

त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये तयोः फलैक्यं फलमत्र नूनम् ॥ ३० ॥

सं०—कर्णोभयतो ये त्र्यस्रे स्थिते तयोः फलैक्यं अत्र (चतुर्भुजे) नूनं (निश्चितं) फलं भवति ॥ ३० ॥

भा०—किसी भी चतुर्भुज में कर्ण के दोनों भाग में जो २ त्रिभुज होते हैं, उन दोनों के क्षेत्रफल का योग चतुर्भुज का फल होता है ॥ ३० ॥

जैसे पूर्वोक्त चतुर्भुज में भूमि ७७ को एक लम्ब २४ से गुनाकर आधा करने से एक त्रिभुज का फल ९२४ । एवं उसी भूमि ७७ को द्वितीय लम्ब ६० से गुनाकर आधा करने से द्वितीय त्रिभुज का फल २३१० दोनों का योग ३२३४ यह समस्त चतुर्भुज का फल हुआ ॥ ३० ॥

उप०—यतस्त्रिभुजयोर्योग एव चतुर्भुजमतस्तयोः फलैक्यं चतुर्भुजफलं स्यादेवेत्यतिरोहितमेव ॥ ३० ॥

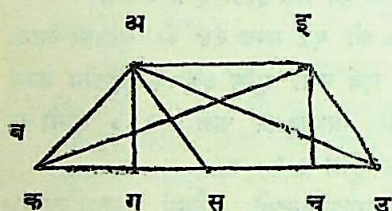
प्रं० का०—अनन्तरोक्तक्षेत्रान्तरस्त्र्यस्रयोः फले ९२४।२३१० अनयोरैक्यं ३२३४ तस्य सम्पूर्णचतुर्भुजस्य फलम् ॥ ३० ॥

समानलम्बस्याबाधादिज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिम् ।
भुजौ भुजौ त्र्यस्रवदेव साध्ये तस्यावधे लम्बमितिस्ततश्च ॥३१॥
आबाधयोना चतुरस्रभूमिस्तल्लम्बवर्गैक्यपदं श्रुतिः स्यात् ।
समानलम्बे लघुदोःकुयोगान्मुखान्यदोःसंयुतिरल्पिका स्यात्॥३२॥

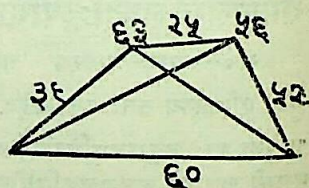
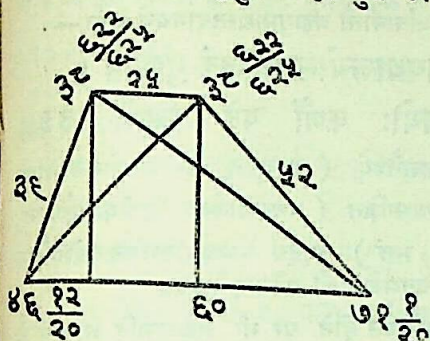
सं०—समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य मुखोनभूमिं भूमिं परिकल्प्य, भुजौ च भुजौ परिकल्प्य ततः त्र्यस्रवदेव तस्यावधे साध्ये, लम्बमितिश्च साध्या । आबाधयोना या चतुरस्रभूमिस्तल्लम्बवर्गैक्यपदं श्रुतिः (कर्णः) स्यात् । तथा समानलम्बे चतुर्भुजे लघुभुजभूमियोगात् मुखान्यभुजसंयुतिः अल्पिका स्यात् ॥

'जिस चतुर्भुज में दोनों शीर्ष कोण से भूमि (आधार) पर किये हुए दोनों लम्ब तुल्य हों' उसके मुखमान को भूमि में घटाकर शेष को भूमि कल्पना करै तथा शेष दोनों भुज को भुज मानकर त्रिभुज के समान ही ("त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि से) आबाधा और लम्ब के मान साधन करै। आबाधा को चतुर्भुज के भूमिमान में घटाकर शेष के वर्ग में लम्बवर्ग जोड़कर मूल लेने से कर्णमान होता है। एवं दोनों आबाधा से दोनों कर्णमान समझना। समान लम्ब चतुर्भुज में एक विशेषता यह होती है कि लघुभुज और भूमि के योग से मुख और वृहद्भुज का योग अल्प ही होता है। उपपत्ति देखिये ॥ ३१-३२ ॥

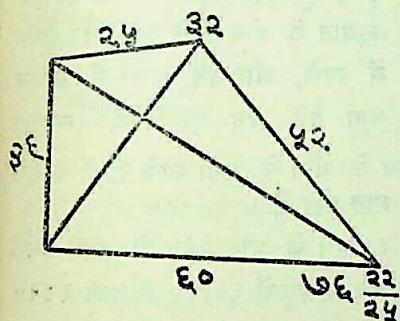
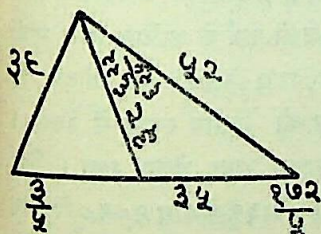
उप०—कल्प्यते—'अइउक' चतुर्भुजे अग, इच लम्बौ तुल्यौ। अतः अइ, कउ रेखे समान्तरे। अतः कउ—अइ, = गक + चउ। अतः, अग रेखोपरि इच रेखायाः 'संयोज्य' स्थापनेन अगक, इचउ त्रिभुजयोर्योगरूपे त्रिभुजे अक, इउ भुजौ, चतुर्भुजस्य लम्ब एव लम्बः, कग चउ, आबाधे।

अतः $\sqrt{(\text{कउ}-\text{कग})^2 + \text{अग}^2}$ = अउ = कर्णः = $\sqrt{(\text{चतुर्भुभू}\text{-}\text{आ})^2 \text{ल}+^2\text{क}}$ एवं द्वितीयकर्णोऽपि सिद्धयति।

अथ कल्प्यते—इउ < अक। तथा इउ समान्तरा अस रेखा कार्या। अतः अइ = सउ। अस = इउ। अक < अस + कस = इउ + कस (क्षे० १ २०) उभयोः (अइ = सउ) योजनेन अइ + अक < इउ + कस + सउ = इउ + कउ, अर्थात् मु + वृभु < कु + लभुः ∴ उपपन्नं सर्वम् ॥ ३०-३२ ॥

उदाहरणम्—

द्विपञ्चाशन्मितत्र्येकचत्वारिंशन्मितौ भुजौ।
मुखं तु पञ्चविंशत्या तुल्यं षष्ठ्या महीकिल ॥
अतुल्यलम्बकं क्षेत्रमिदं पूर्वैरुदाहृताम्।
षट्पञ्चाशत् त्रिषष्ठिश्च नियते कर्णयोर्मिती।
कर्णौ तत्रापरौ ब्रूहि समलम्बं च तच्छ्रुती ॥

भा०—जिस चतुर्भुज में एक भुज ५२, द्वितीय भुज ३९, मुख २५ और आधार ६० है। इसको पूर्वाचार्यों ने अतुल्य लम्ब चतुर्भुज कहा है। और इसमें ५६ तथा ६३ ये निश्चित कर्णमान बताये हैं। इसी में अन्य कर्ण के मान बताओ। तथा यदि यही चतुर्भुज तुल्य लम्ब क्षेत्र है तो लम्बमान और उसके कर्णमान बताओ।

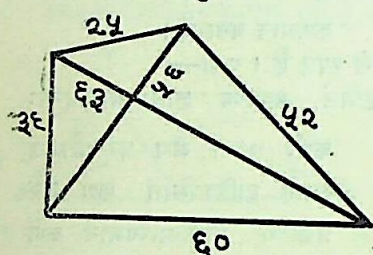
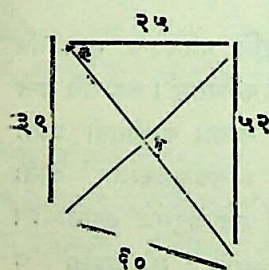
इसकी उत्तर क्रिया ग्रन्थकार के न्यास से स्पष्ट है। यथा—

ग्रं० का० न्यासः—अत्र बृहत्कर्णं त्रिषष्टिमितं प्रकल्प्य ज्ञातः प्राग्वदन्यः कर्णः ५६। अथ षट्पञ्चाशत् स्थाने द्वात्रिंशन्मितं कर्णं ३२ प्रकल्प्य प्राग्वत्साध्यमानं कर्णं जातं करणीखण्डद्वयं ६२१। २७०० अनयोर्मूलयो (२४ $\frac{३६}{२५}$। ५१ $\frac{३४}{२५}$) रैक्यं द्वितीयकर्णः ७६ $\frac{२२}{२५}$।

अथ तदेव क्षेत्रं चेत्समलम्बम् तदा मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिमिति ज्ञानार्थं त्र्यस्रं कल्पितम्। अत्राबाधे जाते $\frac{३}{५}$। $\frac{१७२}{५}$। लम्बश्च करणीगतो जातः $\frac{३८०१६}{२५}$। आसन्नमूलकरणेन जातः ३८ $\frac{६२२}{६२५}$ अयं तत्र चतुर्भुजे समलम्बः। लघ्वाबाधोनितभूमेः समलम्बस्य च वर्गयोगः ५०४९ अयं कर्णवर्गः। एवं बृहदाबाधातो द्वितीयकर्णवर्गः २१७६। अनयोरासन्नमूलकरणेन जातौ कर्णौ

७१$\frac{२}{२०}$ । ४६ $\frac{१३}{२०}$ । एवं चतुरस्रे तेष्वेव बाहुष्वन्यौ कर्णौ बहुधा भवतः ।

एवमनियतत्वेऽपि नियतावेव कर्णावानीतौ ब्रह्मगुप्ताद्यैस्तदानयनं यथा—

कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथाऽन्योन्यभाजितं गुणयेत् ।
योगेन भुजप्रतिभुजवधयोः कर्णौ पदे विषमे ॥३३॥

सं०—उभयथा—कर्णाश्रितभुजघातैक्यं (पृथक् पृथक् कर्णयोरुभयपार्श्वगतयोर्द्वयोर्भुजयोर्घातयोगं) अन्योन्यभाजितं (प्रथमघातैक्यं द्वितीयघातैक्येन, द्वितीयघातैक्यं च प्रथमघातैक्येन भक्तं) तद्द्वयं भुजप्रतिभुजवधयोर्योगेन गुणयेत्, तयोः पदे (मूले) विषमे चतुर्भुजे कर्णौ भवेताम् ॥३३॥

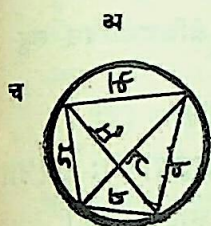
भा०—चतुर्भुज में कर्णमान अनियत होने पर भी ब्रह्मगुप्तादि आचार्य ने नियत कर्णमान का आनयन किया है (उसे कहते हैं)—कर्ण के आश्रित जो दो दो भुज रहते है उन में दो-दो भुजों के घात के योग करके पृथक् दो स्थान में रक्खे, और उन दोनों में परस्पर भाग देवे, उन दोनों को—सम्मुख स्थित जो दो दो भुज रहते हैं उनके घात के योग से गुना करके दोनों के मूल लेने से विषम चतुर्भुज में दोनों कर्ण के मान होते हैं ।

जैसे—एक कर्णाधार के दो भुजों २९।२५ के घात ९७५ में उसी कर्णके आश्रित अन्यभुजों ६०।५२ के घात ३१२० जोड़कर ४०९५ इसको एक स्थान में रक्खा। और द्वितीय कर्णाश्रितभुजों ५२।२५ के घात १३०० में उसी कर्ण के आश्रित अन्य भुजों ६०।३९ के घात २३४० को जोड़ने से ३६४० इस को द्वितीय स्थान में रक्खा। इन में परस्पर भाग देकर रखा। फिर सम्मुखभुजों ५२।३९ के घात २०२८ में अन्य सम्मुखस्थभुजों २५।६० के घात १५०० को जोड़कर ३५२८ इससे दोनों स्थान

में रक्खे हुए संख्या को पृथक् गुना करने से $\frac{४०९५ \times ३५२८}{३६४०} = ३९६०$ ।

$\frac{३६४० \times ३५२८}{४०९५} = ३१३६$ इन दोनों के मूल क्रम से ६३ और ५६ ये दोनों कर्णों के मान हुए ।

उप०—कल्प्यते 'अइउच' चतुर्भुजे वृत्तान्तर्गतत्वात् $\angle अ + \angle उ = १८०$ । तथा $\angle इ + \angle च = १८०$ (क्षे० ३ अ० २१ प्र०)

अतः कोज्या $\angle अ = -$ कोज्या $\angle उ$, (त्रि० १ अ० १८ प्र०)

अथ (त्रि० २ अ० ३८ प्रक्रमतः) कोज्या $\angle अ = \frac{क^2 + ग^2 - त^2}{२क \times ग} \cdots (१)$

अ

एवं $-$ कोज्या $\angle उ = -\frac{प^2 + व^2 - त^2}{२प \times व} \cdots (२)$

च र

(१), (२) अनयोस्तुल्यत्वात्

$\frac{क^2 + ग^2 - त^2}{२क \times ग} = -\frac{प^2 + व^2 - त^2}{२प \times व}$ ।

$\therefore प \times व \times क^2 + प \times व \times ग^2 \; पव \times त^2 =$

उ

$- क \times ग \times प^2 - क \times ग \times व^2 + क \times ग \times त^2$

$\therefore प \times व \times क^2 + प \times व \times ग^2 + क \times ग \times प^2 + क \times गव^2$

$= त^2 (क \times ग + प \times व)$

$= व \times क (प \times क + ग \times व) + प \times ग (प \times क + व \times ग)$

$= (प \times क + ग \times व) (व \times क + प \times ग) = त^2 \; (क \times ग + प \times व)$

$\therefore \sqrt{\frac{(प \times क + ग \times व) \; (व \times क + प \times ग)}{क \times ग + प \times व}} = \sqrt{त^2} = त =$ कर्णः ।

एवं $\sqrt{\frac{(क \times ग + प \times व) \times प \times क + ग \times व}{(व \times क + प \times ग)}}$

$= \sqrt{स^2} = स =$ द्वितीयकर्णः ।

इत्युपपन्नम् परञ्चैवं वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजस्यैव कर्णमाने भवतो नान्यस्येति स्फुटमेव ॥ ३३ ॥

ग्रं० का० न्यासः—कर्णाश्रितभुजघातेति एकवारमनयो २५।३९ घातः ९७५। तथा ५२।६० अनयोर्घातः ३१२० घातयोर्द्वयोरैक्यं ४०९५। तथा द्वितीयवारं २५।५२ अनयोर्घाते जातं १३००। तथा ३९।६० अनयोर्घाते जातं २३४० घातयोर्द्वयोरैक्यं ३६४० एतदैक्यं भुजप्रतिभुजयोः ५२।३९ घातः २०२८ पश्चात् २५।६० अनयोर्वधः १५०० तयोरैक्यं ३५२८। अनेनैक्येनेदं ३६४० गुणितं जातं पूर्वैक्यं १२८४१९२० प्रथमकर्णाश्रितभुजघातैक्येन ४०९५ भक्तं लब्धं ३१३६ अस्य मूलं ५६ एककर्णस्तथा द्वितीयकर्णार्थं प्रथमकर्णाश्रितभुजघातैक्यं ४०९५ भुजप्रतिभुजवधयोग ३५२८ गुणितं जातं १४४४७१६० अन्यकर्णाश्रितभुजघातैक्येन ३६४० भक्तं लब्धं ३९६९ अस्य मूलं ६३ द्वितीयः कर्णः॥ ३३॥

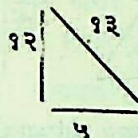
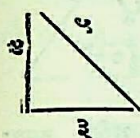
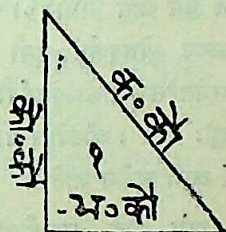
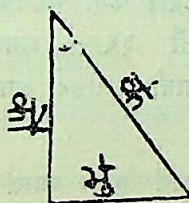
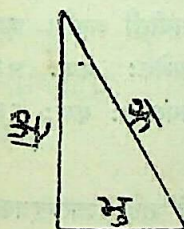
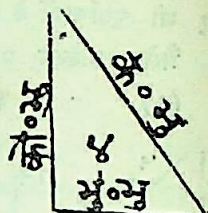
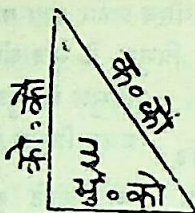
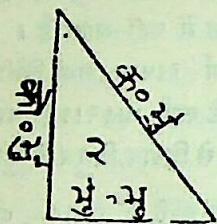
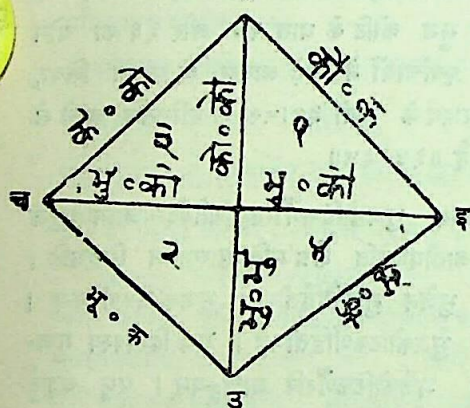
अस्मिन् विषये क्षेत्रकर्णसाधने अस्य कर्णानयनस्य प्रक्रियागौरवम् लघुप्रक्रियादर्शनद्वारेणाह—

अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोटयः परस्परं कर्णहता भुजा इति।
चतुर्भुजं यद्विषमं प्रकल्पितं श्रुती तु तत्र त्रिभुजद्वयात्ततः ॥३४॥
बाह्वोर्बधः कोटिवधेन युक् स्यादेका श्रुतिः कोटिभुजावधैक्यम्।
अन्या लघौ सत्यपि साधनेऽस्मिन् पूर्वैः कृतं यद्गुरु तन्न विद्मः ॥३५॥

सं०—"अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोटयः" परस्परं कर्णहता 'विषमचतुर्भुजस्य' भुजा भवन्ति, इति आचार्यैर्ब्रह्मगुप्तादिभिर्यद्विषमं चतुर्भुजं प्रकल्पितं, तत्र चतुर्भुजे, ततस्तस्मादेव त्रिभुजद्वयात् श्रुती (कर्णौ) अपि भवतः। यथा—बाह्वोर्वधः कोटिवधनेयुक् एका श्रुतिः, कोटिभुजावधैक्यं अन्या श्रुतिः, इति (एवं) लघौ साधने सत्यपि पूर्वैः (ब्रह्मगुप्तादिभिः) यद् गुरु कर्म कृतं तदहं न वेद्मि॥

भा०—इच्छानुसार २ जात्यत्रिभुज कल्पना कर उनमें एक के भुज और कोटि को द्वितीय के कर्ण से गुना करै, और द्वितीय के भुज और कोटि के प्रथम के कर्ण से गुना करै तो ये चारों गुणनफल उस विषम चतुर्भुज के चारों भुज होते हैं जो पूर्वाचार्यों ने कहा है। उस चतुर्भुज के कर्ण भी उन्हीं दोनों जात्य त्रिभुज से सिद्ध होते हैं। यथा—दोनों त्रिभुज के परस्पर भुजघात में कोटि के घात जोड़ने से एक कर्ण, तथा परस्पर कोटि भुजघात का

योग दूसरा कर्ण होता है। इस प्रकार कर्ण साधन के लाघव प्रकार रहते हुए भी पूर्वाचार्यों ने जो गौरव प्रकार कहा यह समझ में नहीं आता है।

जैसे—कल्पित प्रथम त्रिभुज के भुज कोटि कर्ण ३।४।५ तथा द्वितीय त्रिभुज के भुज कोटि कर्ण ५।१२।१३ यहाँ प्रथम त्रिभुज के कर्ण से द्वितीय त्रिभुज के भुज और कोटि को गुना करने से २५।६०, एवं द्वितीय कर्ण से प्रथम भुज कोटि को गुना करने से ३९।१२ ये चारों भुज हुए। इनमें बृहद्भुज ६० को भूमि और लघु भुज को मुख और शेष ३९।५२ पार्श्व के भुज हुए। तथा उन्हीं जात्यत्रिभुज को दोनों भुज के घात १५ में दोनों कोटि के घात ४८ जोड़ने से ६३ यह प्रथम कर्ण, तथा दोनों के परस्पर भुज कोटि के घात २० और ३६ का योग ५६ यह दूसरा कर्ण हुआ। जो पूर्वाचार्यों ने बड़े आयस से साधन किया, यहाँ लाघव से ही हुआ। तथा पार्श्व के भुजों ३९।५२ के परिवर्तन करने से पूर्ववत् द्वितीय कर्ण ६५ भी होता है ॥२४–२५॥

उप०—कस्यापि जात्यत्रिभुजस्य भुजकोटिकर्णैरिष्टगुणितैर्यदन्यज्जात्यत्रिभुजं भवति तत् प्रथमजात्यत्रिभुजस्य सजातीयमेवेति क्षेत्रमितिषष्ठाध्यायेन सिद्ध्यति। अतोऽत्र कल्पितजातद्वये प्रथमस्य भुजेन गुणितैर्द्वितीयस्य भुजकोटिकर्णैरेकम्। प्रथमस्य कोट्या गुणितैर्द्वितीयस्य भुजकोटिकर्णैर्द्वितीयम्। एवं द्वितीयस्य भुज-कोटिभ्यां पृथक् गुणितैः प्रथमस्य भुजकोटिकर्णैरपि जात्यद्वयम्। एषु चतुर्षु

जात्येषु प्रथमस्य भुजो तृतीयस्य भुजेन, प्रथमस्य कोटिश्चतुर्थस्य भुजेन तुल्या, तथा द्वितीयस्य भुजस्तृतीयस्य कोट्या, द्वितीयस्य कोटिश्चतुर्थस्य कोट्या तुल्या। अतस्तुल्य—भुजकोटीनां तुल्योपरिस्थापनेन 'अ इ उ च' विषमचतुर्भुजं जातम्।

यत्र-कल्पितजात्यद्वयस्य भुजकोटयः परस्परकर्णगुणिता एव भुजास्तथा भुजयोर्वधः कोटिवधेन युत एकैव रेखारूप एकः कर्णः, (चे० १।१४ प्र०) एवं कोटिभुजयोर्वधैक्यञ्च द्वितीयः कर्णः इत्युपपन्नम् ॥३४–२५॥

ग्रं० का० न्यासः—जात्यक्षेत्रद्वयम्, एतयोरितरेतरतकर्णहता भुजाः कोटयश्च भुजाः इति कृते जातं २५।६०।५२।३९। तेषां महती भूर्लघु मुखमितरौ बाहू इति प्रकल्प्य क्षेत्रदर्शनं इमौ ६३।५६। कर्णौ महतायासेनानीतौ अस्यैव जात्यद्वयस्येतरेतरभुजकोट्योर्घातौ जातौ ३६।२० अनयोरैक्यमेकः कर्णः ५६। बाह्वोः ३।५। कोट्योश्च ४।१२ घातौ १५।४८ अनयोरैक्यमन्यः कर्णः ६३। एवं श्रुती सुखेन जाते॥

अथ यदि पार्श्वभुजयोर्व्यत्ययं कृत्वा न्यस्तं क्षेत्रं तदा जात्यद्वयकर्णयोर्वधः ६५ द्वितीयकर्णः ॥३४–३५॥

अथ सूचीक्षेत्रोदाहरणम्—

क्षेत्रे यत्र शतत्रयं (३००) क्षितिमितिस्तत्त्वेन्दु (१२५) तुल्यं मुखं
बाहू खोत्कृतिभिः (२६०) शरातिधृतिभि (१९५) स्तुल्यौ च तत्र श्रुती।
एका खाष्टयमैः (२८०) समा तिथि (३१५) गुणैरन्याथ तल्लम्बकौ
तुल्यौ गोधृतिभि (१८९) स्तथा जिन (२२४) यमैर्योगाच्छ्रुयो लम्बयोः॥

तत्खण्डे कथयाधरे श्रवणयोर्योगाच्च लम्बावधे
तत्सूची निजमार्गवृद्धभुजयोर्योगाद्यथा स्यात्ततः।
साबाधं वद लम्बकं च भुजयोः सूच्याः प्रमाणे च के
सर्वं गाणितिक! प्रचक्ष्व नितरां क्षेत्रेऽत्र दक्षोऽसि चेत्॥२॥

भा०—जिस चतुर्भुज में भूमि ३००, मुख १२५, एक भुज २६०, द्वितीय भुज १९५ हैं, और उसमें एक कर्ण २८०, द्वितीय कर्ण ३१५ है, उसी में एक लम्ब १८९, दूसरा २२४ है तो कर्ण और लम्ब के योग से दोनों के नीचे के खण्ड बताओ। तथा दोनों कर्ण के योग से लम्ब और उसके आबाधे के मान बताओ। तथा दोनों भुज को अपने अपने मार्ग में बढ़ाने से ऊपर सूची रूप योग से भूमि पर आबाधा सहित लम्ब के मान बताओ; तथा सूची के प्रमाण क्या होंगे? हे गणितज्ञ! यदि तुम इस क्षेत्र में कुशल हो तो सब बता दो॥ २॥

अथ सन्ध्याद्यानयनाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

लम्बतदाश्रितबाह्वोर्मध्यं सन्ध्याख्यमस्य लम्बस्य।
सन्ध्यूना भूः पीठं साध्यं यस्याधरं खण्डम्॥३६॥
सन्धिर्द्विष्ठः परलम्बश्रवणहतः परस्य पीठेन।
भक्तो लम्बश्रुत्योर्योगात्स्यातामधःखण्डे॥३७॥

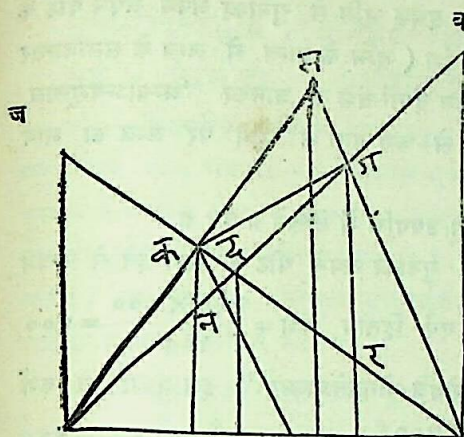
सं०—लम्बतदाश्रितबह्वोर्मध्यं अस्य लम्बस्य सन्धिसंज्ञं भवति, सन्ध्यूना भूमिः पीठं भवति। अथ यस्याधरं खण्डं साध्यं, तस्य सन्धिर्द्विष्ठः क्रमेण

परलम्बश्रवणहतः परस्य पीठेन भक्तः, 'लब्धिद्वयं क्रमेण' लम्बश्रुत्योर्योगादधः-खण्डे स्याताम् ॥३६-३७॥

भा०—लम्ब और उसके आश्रित भुज के बीच में जो भूमि का खण्ड है वह उस लम्ब की सन्धि कहलाती है, तथा सन्धि को भूमि में घटाकर जो शेष बचे वह उस लम्ब का पीठ कहलाता है। जिस लम्ब और कर्ण के योग से अधःखण्ड साधन करना हो उसकी सन्धि को २ स्थान में रखना, एक स्थान में दूसरे के लम्ब से गुनाकर दूसरे के पीठ से भाग देने से लब्धि लम्ब का अधःखण्ड होता है। दूसरे स्थान में सन्धि को दूसरे के कर्ण से गुनाकर दूसरे के पीठ के भाग देने से लब्धि कर्ण का अधःखण्ड होता है।

जैसे—प्रथम लम्ब १८९ और उसके आश्रित भुज १९५ के वर्गान्तर मूल प्रथम सन्धि ४८। इसको भूमि में घटाने से प्रथम पीठ २५२। एवं द्वितीय लम्ब २२४ और तदाश्रित भुज २६० के वर्गान्तर द्वितीय सन्धि = १३२ तथा द्वितीय पीठ १६८।

प्रथम सन्धि ४८ को द्वितीय लम्ब २२४ से गुनाकर द्वितीय पीठ से भाग देने से लब्धि लम्ब का अधःखण्ड $= \frac{४८ \times २२४}{१६८} =$ ६४ हुआ। एवं प्रथम सन्धि को द्वितीय कर्ण से गुनाकर द्वितीय पीठ से भाग देकर लब्धि $= \frac{४८ \times २८०}{१६८}$ $=$ ८० यह कर्ण का अधःखण्ड हुआ। एवं द्वितीय सन्धि को प्रथम लम्ब से गुनाकर प्रथम पीठ से भाग देकर लब्धि $= \frac{१३२ \times १८९}{२५२}$ ९९ यह द्वितीय लम्ब का अधःखण्ड हुआ। तथा द्वितीय सन्धि को प्रथम कर्ण से गुनाकर प्रथम पीठ से भाग देकर लब्धि $= \frac{१३२ \times ३१५}{२५२} =$ १६५ यह कर्ण का अधःखण्ड हुआ।

उप०—द्रष्टव्यं क्षेत्रम्। 'अकगघ' चतुर्भुजस्य 'गप' लम्बस्य पच $=$ सन्धिः। $= \sqrt{गच^२ - गप^२} =$ प्रसं। ∴ अच − पच = पअ

= पीठम् = प्रपी । एवं 'कत' लम्बस्य अत = $\sqrt{\text{अक}^2 - \text{कत}^2}$ = सन्धिः = द्विसं । अच — अत = पीठम् = तच = द्विपी ।

∴ कतच, रपच त्रिभुजयोः साजात्येन रप $= \frac{\text{कत} \times \text{पच}}{\text{तच}} = \frac{\text{द्विलं} \times \text{प्रसं}}{\text{द्विपी}}$ । एवं रच $= \frac{\text{कच} \times \text{पच}}{\text{तच}} = \frac{\text{द्विकर्णं} \times \text{प्रसं}}{\text{द्विपी}}$ । एवमन्यत्रापीत्युपपन्नम् ॥

ग्रं० का० न्यासः—लम्बः १८९ तदाश्रितभुजः १९५ अनयोर्मध्ये यल्लम्ब-लम्बाश्रितबाहुवर्गेत्यादिनागताबाधा सन्धिसंज्ञा ४८ । तदूनितभूरिति द्वितीया-बाधा सा पीठसंज्ञा २५२ । एवं द्वितीयलम्बः २२४ तदाश्रितभुजः २६० पूर्ववत् सन्धिः १३२ । पीठम् १६८ ।

अथाद्यलम्बस्याधः १८९ खण्डं साध्यम् । अस्य सन्धिः ४८ । द्विष्ठः ४८ । परलम्बेन २२४ श्रवणेन च २८० पृथग्गुणितः १०७५२ । १३४४० परस्य पीठेन १६८ भक्तो लब्धं लम्बाधःखण्डम् ६४ । श्रवणाधःखण्डं च ८० । एवं द्वितीयलम्बस्य २२४ सन्धिः १३२ । परलम्बेन १८९ कर्णेन च २१५ पृथग्गुणितः परस्य पीठेन २५२ भक्तो लब्धं लम्बाधःखण्डं ९९ । श्रवणाधः-खण्ड च १६५ ॥ ३६-३७ ॥

अथ कर्णयोर्योगादधो लम्बज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तम्—

लम्बौ भूघ्नौ निजनिजपीठविभक्तौ च वंशौ स्तः ।
ताभ्यां प्राग्वच्छ्रुत्योर्योगाल्लम्बः कुखण्डे च ॥३८॥

सं०—लम्बौ पृथग् भूघ्नौ निजनिजपीठेन भक्तौ वंशौ भवतः, ताभ्यां (वंशाभ्यां) प्राग्वत् ("वंशौवधे योगहृते" इत्यादिना) श्रुत्योः (कर्णयोः) योगात् लम्बः, कुखण्डे (आबाधे) च साध्ये ॥ ३८ ॥

भा०—दोनों लम्ब को पृथक् पृथक् भूमि से गुनाकर अपने अपने पीठ के भाग देने से लब्धि अपने अपने वंश (भूमि के प्रान्त से लम्ब के समानान्तर ऊर्ध्वाधर रेखा रूप) होते हैं। इन दोनों वंश को जानकर "अन्योऽन्यमूलाग्रगसूत्रयोगात्" इत्यादि पूर्व रीति से कर्ण योग से भूमि पर लम्ब का मान होता है ॥ ३८ ॥

वि०—वंश किसे कहते हैं सो उपपत्ति में देखिये ॥ ३८ ॥

जैसे प्रथम लम्ब को भूमि से गुनाकर अपने पीठ के भाग देने से प्रथम वंश $= \frac{१८९ \times ३००}{२५२} = २२५$। एवं द्वितीय वंश $= \frac{२२४ \times ३००}{१६८} = ४००$ हुआ। इन दोनों वंश से "वेण्वोर्वधे योगहृतेऽवलम्बः" इस प्रकार से कर्ण से भूमि पर लम्बमान $= \frac{२२५ \times ४००}{६२५} = १४४$। तथा "वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्टभूघ्नौ" इस प्रकार से ३०० भूमि के खण्ड अर्थात् उक्त लम्ब के दोनों भाग की आबाधाएँ क्रम से १०८।१९२ ॥ ३८ ॥

उप०—अवच, अगप त्रिभुजयोः साजात्यात् चव = वंशः $= \frac{\text{प्रलं} \times \text{भू}}{\text{प्रपी}}$ ॥

एवं द्वितीयवंशः = अज $= \frac{\text{द्विल} \times \text{भू}}{\text{द्विपी}}$, इत्युपपद्यते ॥ ३८ ॥

ग्रं० का० न्या०—लम्बौ १८९। २२४ भू ३०० घ्नौ जातौ ५६७०० । ६७२०० स्वस्वपीठाभ्यां २५२ । १६८ भक्तौ, एवमत्र लब्धौ वंशौ २२५। ४०० आभ्यामन्योऽन्यमूलाग्रगसूत्रयोगादित्यादिकरणेन लब्धः कर्णयोगादधो लम्बः १४४। भूखण्डे च १०८। १९२ ॥ ३८ ॥

अथ सूच्याबाधालम्बभुजज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तत्रयम्—

लम्बहतो निजसन्धिः परलम्बगुणः समाह्वयो ज्ञेयः ।
समपरसन्ध्योरैक्यं हारस्तेनोद्धृतां तौ च ॥ ३९ ॥
समपरसन्धी भूघ्नौ सूच्याबाधे पृथक् स्याताम् ।
हारहृतः परलम्बः सूचीलम्बो भवेद्भूघ्नः ॥ ४० ॥

सूचीलम्बघ्नभुजौ निजनिजलम्बोद्धृतौ भुजौ सूच्याः।
एवं क्षेत्रक्षोदः प्राज्ञैस्त्रैराशिकात् क्रियते ॥४१॥

सं०—निजसन्धिः लम्बहृतः परलम्बगुणः 'सम' संज्ञको भवति। समपरसन्ध्योरैक्यं हरः, अथ तौ सम-परसन्धी भूघ्नौ तेन (हारेण) उद्धृतौ पृथक् सूच्याबाधे भवेताम्। परलम्बः भूघ्नः हारहृतः सूचीलम्बो भवेत्। सूचीलम्बघ्नभुजौ (सूचीलम्बेन गुणितौ क्षेत्रभुजौ) निजनिजलम्बोद्धृतौ सूच्या भुजौ भवतः। एवं क्षेत्रक्षोदः (क्षेत्रस्य क्षोदश्चूर्णः = प्रत्यंशभवं सूक्ष्मफलमित्यर्थः) प्राज्ञैस्त्रैराशिकात् क्रियते ॥ ३९-४१ ॥

भा०—सन्धि को परलम्ब से गुना कर अपने लम्ब से भाग देकर लब्धि का नाम सम होता है। उस सम और परसन्धि के योग को हार (भाजक) समझना, सम और पर सन्धि को पृथक् भूमि से गुनाकर हार के भाग देने से दोनों लब्धि सूची की आबाधाएँ होती है। परलम्ब को भूमि से गुनाकर हार के भाग देने से सूची लम्ब होता है। क्षेत्रीय भुज को सूची लम्ब से गुनाकर अपने अपने लम्ब के भाग देने से सूची के भुज के प्रमाण होते हैं। इस प्रकार क्षेत्र के अवयवों के मान का ज्ञान विज्ञजन त्रैराशिक से ही करते हैं ॥ ३९-४१ ॥

इसकी गणित क्रिया ग्रन्थकार ने संस्कृत में दिखलाई है। नीचे देखिये ॥

उप०-(१४७ पृष्ठे) द्रष्टव्यं क्षेत्रम्—गच भुजसमान्तरा कइ रेखा कार्या। गपच, कतइ-त्रिभुजयोः साजात्यात् $तइ = समसंज्ञः = \frac{पच \times कत}{गप} = \frac{प्रसं \times द्विलं}{प्रलं}$ ।

अथ अकइ, अमच त्रिभुजयोः साजात्यात् सूच्याबाधा $= अक = \frac{अत \times अच}{अइ}$
$= \frac{द्विसं \times भ}{द्विस + सम} = \frac{द्विसं \times भू}{हा}$ एवं $लच = \frac{तइ \times भू}{अइ} = \frac{सम \times भू}{हा}$ । तथा मल
$=$ सूचीलम्बः $= \frac{कत \times अच}{अइ} = \frac{द्विलं \times भ}{हा}$ । एवं सूचीभुजः $चम = \frac{गच \times मल}{गप}$
$= \frac{प्रभु \times सूलं}{प्रलं}$, एवं द्वितीय सूचीभुजः $अम = \frac{द्विभु \times सूलं}{द्विलं}$, इति त्रिभुज-साजात्यात् त्रैराशिकैरेव सर्वमुपपन्नं भवति ॥ ३९-४१ ॥

प्र० का० न्या०—भूमानम् ३०० । मुखम् १२५ । बाहू २६० । १९५ । कर्णौ २८० । ३१५ लम्बौ १८९ । २२४ ।

अत्र किलाऽयं लम्बः २२४ अस्य सन्धिः १३२ अयं परलम्बेन १८९ गुणितो २२४ ऽनेन भक्तो जातः समाह्वयः $\frac{८९१}{८}$ । अस्य परसन्धेश्च ४८ योगो हरः $\frac{१२७५}{८}$ अनेन भूघ्नः ३०० समः $\frac{२६७३००}{८}$ परसन्धिश्च $\frac{१४४००}{१}$ भक्तो जाते सूच्याबाधे $\frac{३५६४}{१७}$ । $\frac{१५३६}{१७}$ । एवं द्वितीयसमाह्वयः $\frac{५१२}{९}$ द्वितीयो हारः $\frac{१७००}{९}$ अनेन

भूघ्नः स्वीयः समः $\frac{१५३६००}{९}$ परसन्धिश्च $\frac{३९६००}{१}$ भक्तो जाते सूच्याबाधे $\frac{१५३६}{१७}$ । $\frac{३५६४}{१७}$ ।

परलम्बः २२४ भूमि ३०० गुणो हरेण $\frac{१७००}{९}$ भक्तो जातः सूचीलम्बः $\frac{६०४८}{१७}$ । सूचीलम्बेन भुजौ १९५ । २६० । गुणितौ स्वस्वलम्बाभ्याम् १८९ । २२४ यथाक्रमं भक्तौ जातौ स्वमार्गे वृद्धौ सूचीभुजौ $\frac{६२४०}{१७}$ । $\frac{७०२०}{१७}$ । एवमत्र सर्वत्र भागहारराशिः प्रमाणम् । गुण्यगुणकौ तु यथायोग्यं फलेच्छे प्रकल्प्य सुधिया त्रैराशिकमूह्यम् ॥

अथ वृत्तक्षेत्रे व्यासात्परिधिज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्—

व्यासे भनन्दाग्निहते विभक्ते खबाणसूर्यैः परिधिः स सूक्ष्मः ।
द्वाविंशतिघ्ने विहृतेऽथ शैलैः स्थूलोऽथवा स्याद्व्यवहारयोग्यः ॥४२॥

सं०—व्यासे भनन्दाग्निभि = (३९२७) हते खबाणसूर्यैः (१२५० एभिः) विभक्ते 'या लब्धिः' स सूक्ष्मः परिधिर्भवति । अथवा व्यासे द्वाविंशतिघ्ने शैलैर्विहृते 'यत् फलम्' स व्यवहारयोग्यः स्थूलः परिधिः स्यात् ॥ ४२ ॥

भा०—व्यासमान को ३९२७ से गुना कर १२५० के भाग देने से परिधि का मान सूक्ष्म होता है तथा व्यास को २२ से गुना कर ७ के भाग देने से परिधिका मान कुछ स्थूल आता है, परञ्च यह भी व्यवहार में उपयुक्त होता है ॥४२॥

उप०—चक्रकला (२१६००) मितपरिधौ सूक्ष्मव्यासाधनविधिना त्रिज्या = (तद्व्यासार्धं) = ३४३८, अतस्तद्वृत्तव्यासमानम् = ६८७६, ततोऽनुपातो यदि (६८७६) एतन्मितव्यासे चक्रकलातुल्यपरिधिस्तदा रूप (१) व्यासे किमिति = रूपव्यासे परिधिः $= \frac{२१६०० \times १}{६८७६} = \frac{२१६०० \times १००००}{६८७६ \times १००००}$

$= \frac{३१४१६}{१००००} = \frac{३९२७}{१२५०}$ स्वल्पान्तरादतोऽनुपातेनेष्टव्यासे परिधिः $= \frac{३९२७ \times इव्या}{१२५०}$, अत उपपन्नं सूक्ष्मपरिध्यानयनम्। अत्रैव यदि $= \frac{३९२७}{१२५०} = (३ + \frac{१}{७}) = \frac{२२}{७}$ स्वल्पान्तरात्, तदास्थूलमानग्रहणात् स्थूलपरिधिः $= \frac{२२ \times इव्या}{७}$, अयमपि व्यवहारयोग्य इत्युपपन्नम् ॥ ४२ ॥

उदाहरणम्—

विष्कम्भमानं किल सप्त यत्र तत्र प्रमाणं परिधेः प्रचक्ष्व ।
द्वाविंशतिर्यत् परिधिप्रमाणं तद्व्याससङ्ख्यां च सखे ! विचिन्त्य ॥

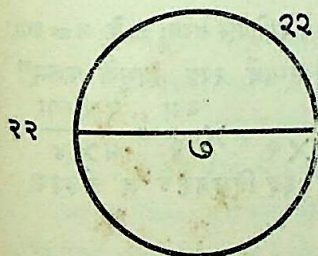
भा०—हे मित्र ! जिस वृत्तक्षेत्र व्यासका मान ७ है, वहाँ परिधिका मान बताओ । तथा जिस में २२ परिधि है वहाँ व्यासमान बताओ ।

यहाँ सूत्रानुसार सूक्ष्म परिधि $= \frac{७ \times ३९२७}{१२५०} = २१ + \frac{१२२९}{१२५०}$ । तथा

स्थूल परिधि $= \frac{७ \times २२}{७} = २२$ ।

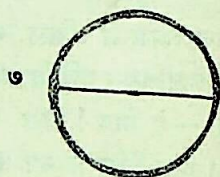
एवं २२ परिधि से व्यास जानने के लिए हर गुण के परिवर्तन से सूक्ष्म व्यास $= \frac{२२ \times १२५०}{३९२७} = ७ + \frac{११}{३९२७}$ । स्थूलव्यास $= \frac{२२ \times ७}{२२} = ७$ ।

ग्रं० का० न्यासः-व्यासमानम् ७ । लब्धं परिधिमानम्, २१ $\frac{१२२९}{१२५०}$ । स्थूलो वा परिधिः लब्धः २२ ।

अथवा परिधितो व्यासानयनाय गुणहारविपर्ययेण व्यासमानं सूक्ष्मं ७ $\frac{११}{३९२७}$ स्थूलं वा ७ ॥

वृत्तगोलयोः फलानयने करणसूत्रं वृत्तम्—

वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलं तत्
क्षुण्णं वेदैरुपरि परितः कन्दुकस्येव जालम् ।
गोलस्यैवं तदपि च फलं पृष्ठजं व्यासनिघ्नं
षड्भिर्भक्तं भवति नियतं गोलगर्भे घनाख्यम् ॥४३॥

सं०—परिधिगुणितव्यासपादो वृत्तक्षेत्रे फलं भवति । तत् (वृत्तक्षेत्रफलं) वेदैः क्षुण्णं (चतुर्भिर्गुणितं) परितः समन्तात् कन्दुकस्य जालमिव गोलस्य पृष्ठफलं भवति । एवं तदपि गोलस्य पृष्ठफलं व्यासनिघ्नं षड्भिर्भक्तं गोलगर्भे नियतं घनाख्यं फलं भवति ॥ ४३ ॥

भा०—परिधि को व्यास से गुना कर ४ के भाग देने से वृत्तक्षेत्र का फल होता है । उस क्षेत्र फल को ४ से गुना करने से गोल पृष्ठ फल होता है । उस गोल पृष्ठ फल को व्यास से गुना कर ६ के भाग देने से गोल का घन फल होता है ।

उप०—"वृत्तस्य षण्णवत्यंशो दण्डवत् परिदृश्यते ।" इत्यादिवचनेन कस्यापि वृत्तस्य षण्णवतिभागो दण्डवत् सरलरेखारूपो भवति । अतोऽत्र काऽपि महत्तमसंख्या = म । वृत्तपरिधिः=प ।

∴ परिधेः 'म' संख्याको भागः $= \frac{प}{म} =$ गव=सूक्ष्मतम-सरलरेखारूपभुजः ।

∴ वृत्तकेन्द्रात् ग व रेखोपरि लम्बः = के ल = $\frac{व्या}{२}$ । अतो = "लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलम्" इति, के ग व त्रिभुजफलम् $= \frac{ग\,व \times के\,ल}{२} = \frac{प}{म \times २} \times \frac{व्या}{२} = \frac{प \times व्या}{म \times ४}$ ।

सम्पूर्णवृत्ते एतत्तुल्यत्रिभुजानि 'म' संख्यकानि, अतः इदं त्रिभुजफलं 'म' संख्यया गुणितं जातं वृत्तक्षेत्रफलम् = वृफ $= \frac{प \times व्या}{४}$ ।

तथा च—"वृत्तक्षेत्रफलं तत् स्याद् गोलव्याससमं यतः ।
परिधिव्यासघातोऽतो गोलपृष्ठफलं स्मृतम् ॥"

इति गोलाध्यायोक्तविधिना गोलपृष्ठ फ = प × व्या ।

तथा वृक्षेफ = $\frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४} = \frac{\text{गोलपृफ}}{४}$ ∴ वृक्षेफ × ४ = गोलपृफ ।

∴ उपपन्नं—"वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलम्" तद् वेदैः क्षुण्णं गोलपृष्ठफलमिति ॥

अथ—गोलघनफलोपपत्तिः—फलन्तु, समकोष्ठमितिः, समकोष्ठन्तु तुल्य-चतुर्भुजं (वर्गक्षेत्ररूपम्) । अतो गोलपृष्ठे यदि बिन्दुरूपं समकोष्ठं प्रकल्प्य फलानि साध्यन्ते तदा सर्वसमकोष्ठमितिः = गोलपृष्ठफलम् = गोपृफ = $\frac{१}{०}$ = अनन्तसंख्याकम् । अत एककोष्ठफलम् = $\frac{\text{गो पृ फ}}{\frac{१}{०}}$—अथ गोलकेन्द्रात् समकोष्ठस्य प्रतिबिन्दुगतत्रिज्यारेखाभिः सूचीघनक्षेत्रं जायते ।

अत्र वेधमानम् = $\frac{१}{२}$ । अतः "क्षेत्रफलं वेधगुणं"

तस्य समघनफलम् = १ कोष्ठ फ × व्या $\frac{१}{२}$ = $\frac{\text{गो पृ फ}}{\frac{१}{०}}$ × व्या $\frac{१}{२}$,

अतोऽस्य त्रिभागस्सूचीघनफलम् = $\frac{\text{गोपृफ} \times \text{व्या १}}{\frac{१}{०} \times ६}$ । एतत्तुल्यानि सूचीघनफलानि समकोष्ठ ($\frac{१}{०}$) संख्यामितानि गोलगर्भे सन्त्यत इदं सूचीघनफलं समकोष्ठमित्या ($\frac{१}{०}$) गुणितं जातं गोलघनफलम् = $\frac{\text{गो पृ फ} \times \text{व्या}}{६}$, अत उपपन्नं सर्वम् ॥४३॥

उदाहरणम्—

यद्व्यासस्तुरगैर्मितः किल फलं क्षेत्रे समे तत्र किं
व्यासः सप्तमितश्च यस्य सुमते गोलस्य तस्यापि किम् ? ।
पृष्ठे कन्दुकजालसन्निभफलं गोलस्य तस्यापि किं
मध्ये ब्रूहि घनं फलं च विमलं चेद्वेत्सि लीलावतीम् ॥ १ ॥

भा०—जिस वृत्त क्षेत्र में ७ व्यास है उसका सम क्षेत्रफल क्या होगा ? और जिस गोल का व्यास ७ है उस का पृष्ठफल क्या होगा ? और उसी गोल

क्षेत्र का घन फल क्या होगा? यदि तुम लीलावती (गणित पाटी) को जानते हो तो बताओ ॥ १ ॥

सूत्रानुसार सूक्ष्म क्षेत्रफल = $\frac{७ \times ३९२७ \times ७}{४ \times १२५०}$ = ३८ + $\frac{२४२३}{५०००}$। स्थूलक्षेत्रफल = $\frac{७ \times २२}{४}$ = ३८ + $\frac{१}{२}$। सूक्ष्मगोलपृष्ठ फल = १५३ + $\frac{११७६}{१२५०}$।

स्थूल गोल पृष्ठफल = १५४। सूक्ष्मगोलघनफल = १७९ + $\frac{१४८७}{२५००}$। स्थूलघनफल = १७९ + $\frac{२}{३}$ ॥

अ० का० न्यासः–वृत्तक्षेत्रफलदर्शनाय व्यासः ७। परिधिः २१ $\frac{१२३९}{१२५०}$ क्षेत्रफलम् ३८$\frac{२४२३}{५०००}$।

गोलपृष्ठफलदर्शनाय व्यास ७। गोलपृष्ठफलम् १५३$\frac{११७३}{१२५०}$।

गोलान्तर्गतघनफलदर्शनाय व्याः ७। गोलस्यान्तर्गतं घनफलम् १७९$\frac{१४८७}{२५००}$।

अथ प्रकारान्तरेण तत्फलानयने करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम्—

व्यासस्य वर्गे भनवाग्निनिघ्ने सूक्ष्मं फलं पञ्चसहस्रभक्ते।
रुद्राहते शक्रहतेऽथवा स्यात् स्थूलं फलं तद्व्यवहारयोग्यम् ॥४४॥
घनीकृतव्यासदलं निजैकविंशांशयुग्गोलघनं फलं स्यात्।

सं०—व्यासस्य वर्गे भनवाग्निनिघ्ने पञ्चसहस्रभक्ते 'वृत्तक्षेत्रस्य' सूक्ष्मं फलं भवति। अथवा व्यासवर्गे रुद्राहते शक्र (१४) हृते लब्धं व्यवहारयोग्यं स्थूलं फलं स्यात्। घनीकृतव्यासदलं (व्यासघनस्यार्धं) निजैकविंशांशयुक् गोलस्य घनं फलं स्यात् ॥ ४४ ॥

भा०—अथवा–व्यासके वर्ग को ३९२७ से गुना करके ५००० के भाग देने से सूक्ष्मक्षेत्रफल होता है तथा व्यास वर्ग को ११ से गुना कर १४ के भाग देने से स्थूल क्षेत्रफल होता है, यह भी व्यवहारोपयुक्त होता है। व्यास के घन के आधे में अपना (उसीका) २१ वाँ भाग जोड़ देने से गोल का घन फल होता है ॥ ४४-४४$\frac{१}{२}$ ॥

यथा—उक्त क्षेत्र के व्यास के वर्ग को ३९२७ से गुना कर ५००० के भाग

देने से सूक्ष्म क्षेत्रफल $= \frac{४९ \times ३९२१}{५०००} = ३८ + \frac{२४२३}{५०००}$ पूर्व तुल्य हुआ ।

तथा उक्तरीति से स्थूल क्षेत्रफल $= \frac{४९ \times ११}{१४} = ३८ + \frac{१}{२}$ । तथा व्यास के घन के आधा $\frac{३४३}{४}$ में अपना २१ वाँ भाग जोड़ने से गोल घन फल $= \frac{३४३}{२} + \frac{३४३}{२ \times २१} = १७९ + \frac{२}{३}$ = स्थूल घनफल हुआ ॥ ४४–४४ $\frac{१}{२}$ ॥

उप०—पूर्वोक्तविधिना वृत्तक्षेत्रफलम् $= \frac{प \times व्या}{४}$, (१) अस्मिन् सूक्ष्मपरिधेः = (व्या $\frac{३९२७}{१२५०}$ अस्य) उत्थापनेन सूक्ष्मं वृक्षेफ $= \frac{या^२ \times ३९२७}{५०००}$ ।

तथा स्थूलपरिधेः = ($\frac{व्या \times २२}{७}$ अस्य) उत्थापनेन स्थूलं वृक्षेफ $= \frac{व्या^२ ११}{१४}$ ।

तथा वृत्तक्षेत्रफलं $\frac{व्या^२ \times ११}{१४}$ इदं चतुर्गुणं गोलपृष्ठफलं तच्च व्यासगुणं षड्भक्तं गोलघनफलम् $= \frac{व्या^३ \times ४४}{१४ \times ६} = \frac{व्या^३ २२}{४२} = \frac{व्या^३ १}{२} + \frac{व्या^३ १}{२ \times २१}$,

∴ उपपन्नम् ॥ ४४–४४ $\frac{१}{२}$ ।

व्यासः ७ । अस्य वर्गः ४९ । भनवाग्निनिघ्ने पञ्चसहस्रभक्ते तदैव सूक्ष्मं फलम् ३८$\frac{२४२३}{५०००}$ । अथवा व्यासस्य वर्गे ४९ । रुद्राहते ५३९ । शक्रहृते लब्धं स्थूलं फलम् ३८$\frac{१}{२}$ । घनीकृतव्यासदलम् $\frac{३४३}{२}$ निजैकविंशांशयुग्गोलस्य घनफलं स्थूलम् १७९$\frac{२}{३}$ ।

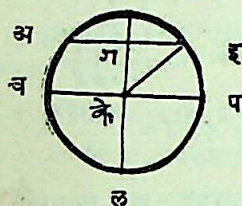
शरजीवानयनाय करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

ज्याव्यासयोगान्तरघातमूलं व्यासस्तदूनो दलितः शरः स्यात् ॥४५॥
व्यासाच्छरोनाच्छरसंगुणाच्च मूलं द्विनिघ्नं भवतीह जीवा ।
जीवार्द्धवर्गे शरभक्तयुक्ते व्यासप्रमाणं प्रवदन्ति वृत्ते ॥४६॥

सं०—ज्याव्यासयोगान्तरघातमूलम् 'यत्' तदूनः (तेन मूलेनोनः) व्यासो दलितोऽर्धितः शरः स्यात् । व्यासात् शरोनात् शरसंगुणात् मूलं द्विनिघ्नं जीवा

-भवति। जीवार्धवर्गे शरभक्तयुक्ते (शरेण भक्ते लब्धफले शरेण युक्ते सति) लब्धं फलं वृत्ते व्यासप्रमाणं प्रवदन्ति 'आचार्याः' इति शेषः ॥ ४५-४६ ॥

भा०—जीवा और व्यास के योग और अन्तर के घात का जो मूल हो उसे व्यास में घटा कर शेष का आधा शर होता है। तथा व्यास में शर घटा कर शेष को शर से ही गुना कर जो मूल हो उसको दूना करने से जीवा होती है। और जीवाके आधे का वर्ग करके उस में शर का भाग देकर लब्धि में शर को जोड़ने से वृत्त का व्यास मान होता है ॥ ४५-४६ ॥

उप०—अश इप वृत्ते केइ = व्या$\frac{1}{2}$, अइ = जीवा। शग = शरः। 'अइ' जीवोपरि केग लम्बः।

$$\text{अतः केइ}^2 - \text{गइ}^2 = \text{केग}^2 \quad (\text{व्या}\tfrac{1}{2})^2 - (\tfrac{1}{2}\text{जी})^2$$

$$= \frac{(\text{व्या} + \text{जी}) \times (\text{व्या} - \text{जी})}{4}$$

$$\therefore \text{केग} = \sqrt{\frac{(\text{व्या} + \text{जी}) \times (\text{व्या} - \text{जी})}{2}} = \text{मू}।$$

$$\therefore \text{गश} = \text{केश} - \text{केग} = \tfrac{1}{2} - \sqrt{\frac{(\text{व्या} + \text{जी}) \times (\text{व्या} - \text{जी})}{2}}$$

$$= \frac{\text{व्या} - \text{मू}}{2} = \text{शरः},$$ इत्युपपन्नम्।

$$\text{अथ } (\tfrac{1}{2}\text{ जीवा})^2 = \text{गइ}^2 = \text{केइ}^2 - \text{केग}^2 = (\tfrac{1}{2}\text{ व्या})^2 - \text{केग}^2$$

$$= (\tfrac{1}{2}\text{ व्या} + \text{केग}) \times (\tfrac{1}{2}\text{ व्या} - \text{केग})$$

$$= (\tfrac{1}{2}\text{ व्या} + \text{व्या}\tfrac{1}{2} - \text{श}) \times \text{श} = (\text{व्या} - \text{श}) \times \text{श}$$

$$\therefore \tfrac{1}{2}\text{ जीवा} = \sqrt{(\text{व्या} - \text{श}) \times \text{श}}$$

$$\therefore \text{जीवा} = 2\sqrt{(\text{व्या} - \text{श}) \times \text{श}},$$ ∴ उपपन्नं जीवानयनम्।

तथा यतः $\text{जीवा} = 2\sqrt{(\text{व्या} - \text{श}) \times \text{श}}$

$$\therefore \frac{(\tfrac{1}{2}\text{ जीवा})^2}{\text{श}} + \text{श} = \text{व्या}$$ ∴ उपपन्नम् ॥ ४५-४६ ॥

उदाहरणम्—

दशविस्तृतिवृत्तान्तयत्र ज्या षण्मिता सखे।
तत्रेषुं वद बाणज्ज्यां ज्याबाणाभ्यां च विस्तृतिम् ॥ १ ॥

भा०—जिस वृत्त का व्यास १० है उसमें यदि जीवा का मान ६ है तो शर का प्रमाण क्या होगा? तथा शर का ज्ञान हो तो जीवा बताओ। एवं जीवा और शर जानकर व्यास मान बताओ।

इसकी उत्तर–क्रिया नीचे संस्कृत में स्पष्ट ही हैं। यथा—

प्र० का० न्यासः—व्यासः १०। ज्या ६। योगः १६। अन्तरम् ४। घातः ६४। मूलम् ८। एतदूनो व्यासः २। दलितः १। जातः शरः १। व्यासात् १०। शरोनात् ९। शर १ संगुणात् ९। मूलं ३ द्विनिघ्नं जाता जीवा ६। एवं ज्ञाताभ्यां ज्यावाणाभ्यां व्यासानयनं यथा—जीवार्द्धं ३ वर्गे शर १ भक्ते ९। शर १ युक्ते जातो व्यासः १०॥

अथ वृत्तान्तस्त्र्यस्रादिनवास्रान्तक्षेत्राणां भुजानयनाय सूत्रम्—

त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रै-स्त्रिबाणाष्टयुगाष्टभिः।
वेदाग्निबाणखाश्वैश्च खखाभ्राभ्ररसैः क्रमात्॥ ४५॥
बाणेषुनखबाणैश्च द्विद्विनन्देषुसागरैः।
कुरामदशवेदैश्च वृत्तव्यासे समाहते॥ ४६॥
खखखाभ्रार्कसम्भक्ते लभ्यन्ते क्रमशो भुजाः।
वृत्तान्तस्त्र्यस्रपूर्वाणां नवास्रान्तं पृथक् पृथक्॥ ४७॥

सं०—त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रैः (१०३९२३) इत्यादिभिर्गुणकैः पृथक् पृथक् सप्तधा वृत्तव्यासे समाहते खखखाभ्रार्क (१२००००) सम्भक्ते क्रमशः वृत्तान्तःस्त्र्यस्रपूर्वाणां वृत्तान्तर्गतसमत्रिभुजादीनां नवास्रान्तं समनवभुजपर्यन्तानां भुजा लभ्यन्ते॥ ४५-४७॥

भा०—(जिस वृत्त के असमत्रिभुजादि के भुजमान जानना हो उस) वृत्त के व्यास को क्रम से १०३९२३। ८४८५३। ७०५३४। ६००००। ५२०५५। ४५९२२। ४१०३१ इन संख्याओं से पृथक् पृथक् गुना कर सब गुणनफल पृथक् १२०००० के भाग देने से लब्धि पृथक् क्रम से, वृत्तान्तर्गत समत्रिभुज, समचतुर्भुज, समपञ्चभुज, समषड्भुज, समसप्तभुज, समाष्टभुज,

समनवभुज क्षेत्र के भुजमान होते हैं ॥ ४५–४७ ॥

उप०—परिधित्रिभागपूर्णज्या वृत्तान्तस्समत्रिभुजस्य भुजः, परिधिचतुर्थांशपूर्णज्यावृत्तान्तःसमचतुरस्रस्य भुज इत्यादि नवास्रान्तं भुजांशज्ञानं स्फुटमेव। ततः षडयुतव्यासार्धवृत्तान्तः सूक्ष्मज्यासाधनविधिना" क्रमेण समत्रिभुजादीनां साधिता भुजाः "त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रादिमिता" भवन्ति। ततोऽनुपातो यदि षडयुतव्यासार्धेऽर्थात् द्वादशायुत (१२००००) व्यासे त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्राः (१०३९२३) इत्यादिकास्त्रिभुजादीनां भुजा लभ्यन्ते तदेष्टव्यासे किमिति त्रिभुजादीनां पृथग् भुजा भवितुमर्हन्ति। यथा वृत्तान्तस्समत्रिभुजभुजः

$= \frac{\text{इव्या} \times १०३९२३}{१२००००}$, एवं चतुरस्रादीनामपीत्युपपन्नम् ॥ ४५–४७ ॥

उदाहरणम्—

सहस्रद्वितयव्यासं यद्वृत्तं तस्य मध्यतः।
समत्र्यस्रादिकानां मे भुजान् वद पृथक् पृथक् ॥ १ ॥

भा०—जिस वृत्त का व्यास २००० है उसमें समत्रिभुज आदि समनवभुज क्षेत्र के पृथक् पृथक् बताओ।

इसकी उत्तर क्रिया नीचे ग्रन्थकार ने स्पष्ट दिखलाई है। यथा—

ग्र० का० न्या०—अथ वृत्तान्तस्त्रिभुजे भुजमानानयनाय न्यासः। व्यासः २०००। त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रैः—(१०३९२३) गुणितः (२०७८४६०००) खखखाभ्राकैः—(१२००००) भक्तो लब्धं त्र्यस्रे भुजमानम् १७३२$\frac{९}{२०}$।

वृत्तान्तश्चतुर्भुजे भुजमानानयनाय न्यासः। व्यासः २०००। त्रिबाणाष्ट्युगाष्टभिः—(८४८५३) गुणितः (१६९७०६०००) खखखाभ्राकैः—(१२००००) भक्तो लब्धं चतुरस्रे भुजमानम् १४१४$\frac{१३}{६०}$।

वृत्तान्तः पञ्चभुजे भुजमानानयनाय न्यासः। व्यासः २००० । वेदाग्निबाणखाश्वै—(७०५३४) गुंणितः (१४१०६८०००) खखखाभ्रार्कैं—(१२००००) भंक्तो लब्धं पञ्चास्त्रभुजमानम् ११७५$\frac{१७}{३०}$ ।

वृत्तान्तः षड्भुजे भुजमानानयनाय न्यासः। व्यासः २००० । खखाभ्राभ्ररसै (६००००) गुंणितः (१२००००००००) खखखाभ्रार्कैं—(१२००००) भंक्तो लब्धं षड्भुजमानम् १००० ।

वृत्तान्तः सप्तभुजे भुजमानानयनाय न्यासः। व्यासः २००० । बाणेषुनखबाणै—(५२०५५) गुंणितः (१०४११००००) खखखाभ्रार्कैं—(१२००००) भंक्तो लब्धं सप्तास्त्रभुजमानम् ८६७$\frac{७}{१२}$ ।

वृत्तान्तरष्टभुजे भुजमानानयनाय न्यासः। व्यासः २००० । द्विद्विनन्देषु सागरै—(४५९२२) गुंणितः (९१८४४०००) खखखाभ्रार्कैं—(१२००००) भंक्तो लब्धमष्टास्त्रभुजमानम् ७६५$\frac{११}{३०}$ ।

वृत्तान्तर्नवभुजे भुजमानानयनाय न्यासः।

व्यासः २००० । कुरामदशवेदै -(४१०३१) गुणितः (८२०६२०००) खखखाभ्रार्कै- (१२००००) र्भक्तो लब्धं नवास्रे भुजमानम् ६८३ १७/२० ॥

एवमिष्टव्यासादिभ्यो ध्रुवकेभ्योऽन्या अपि जीवाः सिध्यन्तीति तास्तु गोले ज्योत्पत्तौ वक्ष्ये ॥ ४५-४७ ॥

अथ स्थूलजीवाज्ञानार्थं लघुक्रियाकरणसूत्रं वृत्तम्—

चापोननिघ्नपरिधिः प्रथमाह्वयः स्यात्
पञ्चाहतः परिधिवर्गचतुर्थभागः ।
आद्योनितेन खलु तेन भजेच्चतुर्घ्न-
व्यासाहतं प्रथममाप्तमिह ज्यका स्यात् ॥४८॥

सं०—चापोननिघ्नपरिधिः (चापेनोनः स पुनः चापेन निघ्न एवम्भूतः परिधिः) प्रथमाह्वयः आद्यसंज्ञः स्यात् । अथ परिधिवर्गचतुर्थभागः पञ्चाहतः यो भवेत् तेन आद्योनितेन चतुर्घ्नव्यासाहतं प्रथमं भजेत् आप्तं फलमिह ज्यका चापस्य जीवा स्यात् ॥४८॥

भा०—चाप को परिधि में घटाकर शेष को चाप से गुना करने से जो हो उसका नाम प्रथम (आद्य) रखना । परिधि के वर्ग के चतुर्थांश को ५ से गुनाकर गुणन फल में आद्य को घटाकर शेष से चतुर्गुणित व्यास से गुने हुए प्रथम में भाग देने से लब्धि जीवा होती है ॥४८॥

उप०—परिधिव्यासज्ञानतोऽभीष्टचापस्य पूर्णज्यानयनाय सूत्रमिदम् । अत्र ज्याशब्देन पूर्णज्यैव गृहीता । अथैतदुपपत्तिसिद्ध्यर्थं सूत्रालापोक्तप्रथमं यावत्तावद्गुणितम्, प्रथमोनकालकेन भक्तं लब्धतुल्यमभीष्टचापपूर्णज्यामानं कल्पितम् । यथा—अभीष्टचापमानम् = चा । परिधिः = प । व्यासः = व्या । पूर्णज्या

$$= \frac{\text{या} \times (\text{प} - \text{चा})\,\text{चा}}{\text{का} - (\text{प} - \text{च})\,\text{चा}}$$ (१) परिधिषष्ठांशपूर्णज्या व्यासार्धतुल्या भवत्यतो

यदि चा = $\frac{प}{६}$ तर्हि पूर्णज्या = व्या$\frac{१}{२}$ = $\frac{या \times \left(प - \frac{प}{६}\right)\frac{प}{६}}{का - \left(प - \frac{प}{६}\right)\frac{प}{६}}$

$$= \frac{या\left(\frac{प^२}{६} - \frac{प^२}{३६}\right)}{का - \left(\frac{प^२}{६} - \frac{प^२}{३६}\right)} = \frac{या \times ५प^२}{३६ का - ५प^२}$$

$\therefore$ या = $\frac{व्या (३६ का - ५ प^२)}{१० प^२}$ (२) पुनः कल्प्यते चा = $\frac{प}{२}$, तदैतत्पूर्णज्या व्याससमा स्यादतः पूर्णज्या =

$$= व्या = \frac{या\left(प - \frac{प}{२}\right)\frac{प}{२}}{का - \left(प - \frac{प}{२}\right)\frac{प}{२}} = \frac{या\left(\frac{प^२}{२} - \frac{प^२}{४}\right)}{का - \left(\frac{प^२}{२} - \frac{प^२}{४}\right)} = \frac{या \times प^२}{४ का - प^२}$$

$\therefore$ $\frac{व्या (४ का - प^२)}{प^२}$ = या...... (३) अथ यावत्तावन्मानयोः (२), (३), अनयोः साम्यात् $\frac{व्या (३६ का - ५ प^२)}{१० प^२} = \frac{व्या (४ का - प^२)}{प^२}$

= ३६ व्या × का − ५ व्या × प^२ = ४० व्या × का − व्या प^२ १०

$\therefore$ का ४ = ५ प^२ $\therefore$ $\frac{५ प^२}{४}$ = का...... (४) अनेन 'यावत्तावन् मानं (३) इदमुत्थाप्य जातं यावन्मानम् = व्या × ४ = या......... (५) अतो यावत्तावत्कालकमानाभ्यामाभ्यां (४), (५), पूर्णज्यामानमिदं (१) उत्थाप्य जाताऽभीष्टचापपूर्णज्या = $\frac{४ व्या (प - चा) चा}{\frac{५ प^२}{४} - (प - चा) चा} = \frac{४ व्या \times प्रथम}{\frac{५ प^२}{४} - आद्य}$ यतोऽत्रायं (प − चा) चा = प्रथमः = आद्यः, इत्युपपन्नम् ॥ ४८ ॥

उदाहरणम्—

अष्टादशांशेन वृतेः समानमेकादिनिघ्नेन च यत्र चापम् ।
पृथक् पृथक् तत्र वदाशु जीवां खार्कैर्मितं व्यासदलं च यत्र ॥ १ ॥

भा०--जिस वृत्त का व्यासार्ध १२० (अर्थात् व्यास २४०) है उस वृत्त के अष्टादशांश क्रम से १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ से गुणित यदि चापमान हों तो पृथक् पृथक् सब की जीवा बताओ।

उत्तर--व्यासमान २४०। इस पर से परिधि ७५४ इसके अठारहवाँ भाग ४२ क्रम से एकादि गुणित ४२, ८४, १२६, १६८, २१०, २५२, २९४, ३३६ और ३७८ ये ९ प्रकार के चापमान हुए। सूत्र के अनुसार इन चाप और परिधि पर से जो जीवाओं के मान होंगे वे ही किसी तुल्याङ्क से अपवर्तित चाप और अपवर्तित परिधि से भी होंगे अतः ४२ से अपवर्तन करने पर परिधि १८ तथा चापमान १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ हुए। अब प्रथम जीवामान साधन करना है तो प्रथम अपवर्तित चाप १ को परिधि में घटाकर शेष को चाप १ से गुना करने से १७ यह आद्य-संज्ञक हुआ। तथा परिधिवर्ग के चतुर्थांश को ५ से गुनाकर $\frac{३२४ \times ५}{४}$ = ४०५ इसमें आद्य १७ को घटाकर शेष ३८८ से चतुर्गुणित व्यास से गुणित प्रथम में भाग देने से लब्धि = $\frac{२४० \times ४ \times १७}{३८८}$ = ४२ यह प्रथम जीवा हुई (स्वल्पान्तर से)।

एवं द्वितीय चाप २ को परिधि में घटाकर शेष को चाप से गुना करने से ३२ यह आद्य संज्ञक हुआ। इसको पञ्चगुणित परिधि वर्ग के चतुर्थांश ४०५ में घटाकर शेष ३७३ से चतुर्गुणित व्यास से गुणित प्रथम (आद्य) में भाग देने से लब्धि= $\frac{२४० \times ४ \times ३२}{३७३}$ = ८२ स्वल्पान्तर से यह द्वितीय जीवा हुई। एवं अन्य जीवा भी साधन करना। यथा सिद्ध तृतीयादि जीवा के मान क्रम से १२०।१५४।१८४।२०८।२२६।२३६।२४० ॥ १ ॥

ग्रं० का० न्यासः—व्यासः २४०। अत्र किलाङ्कलाघवाय विंशतेः सार्द्धार्कशतांशमिलितः सूक्ष्मपरिधिः ७५४। अस्याष्टादशांशः ४२। अत्राप्यङ्कलाघवाय द्वयोरष्टादशांशयुतो गृहीतः। अनेन पृथक् पृथगेकादिगुणितेन तुल्ये धनुषि कल्पिते ज्याः साध्याः ॥ १ ॥

अथवाऽत्र सुखार्थं परिधेरष्टादशांशेन परिधिं धनूंषि चापवर्त्य ज्याः साध्यास्तथाऽपि ता एव भवन्ति। अपवर्त्तिते न्यासः—परिधिः १८। चापानि

च १।२।३।४।५।६।७।८।९। यथोक्तकरणेन लब्धा जीवाः ४२।८२।१२०।१५४।१८४।२०८।२२६।२३६।२४० ॥१॥

अथ चापानयनाय करणसूत्रं वृत्तम्—

व्यासाब्धिघातयुतमौर्विकया विभक्तो
जीवाङ्घ्रिपञ्चगुणितः परिधेस्तु वर्गः।
लब्धोनितात् परिधिवर्गचतुर्थभागा-
दाप्तेपदे वृतिदलात् पतिते धनुः स्यात् ॥४९॥

सं०—परिधेर्वर्गो जीवाङ्घ्रिपञ्चगुणितो व्यासाब्धिघातयुतमौर्विकया (चतुर्गुणितव्यासयुतया जीवया) भक्तः, लब्धेनोनितात् परिधिवर्गचतुर्थभागात् आप्ते (प्राप्ते पदे (मूले) वृतिदलात् (परिध्यर्धात्) पतिते (शोधिते) धनुः (चापमानं) स्यात् ॥४९॥

भा०—परिधि के वर्ग को पञ्चगुणित जीवा के चतुर्थांश से गुनाकर गुणन फल में चतुर्गुणित व्यास से युक्त जीवा के भाग देने से लब्धि को परिधि वर्ग के चतुर्थांश में घटाकर शेष का जो मूल हो उसको परिधि के आधे में घटाने से चाप का मान होता है ॥४९॥

उप०—पूर्वसूत्रोक्तज्यासाधनविधिना पूर्णजीवा $= \text{जी} = \dfrac{४ \text{ व्या } (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}{\dfrac{५ \text{ प}^2}{४} - (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}}$

$\therefore$ समच्छेदीकृत्य च्छेदगमेन $\text{जी} \times \dfrac{५ \text{ प}^2}{४} - \text{जी} \times (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}$

$= ४ \text{ व्या } (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}$ ।

$$\therefore \text{जी} \times \frac{५ \text{ प}^2}{४} = (४ \text{ व्या} + \text{जी}) \times (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा}$$

$$\therefore \frac{\text{जी} \times \frac{५ \text{ प}^2}{४}}{४ \text{ व्या} + \text{जी}} = (\text{प} - \text{चा}) \text{ चा} = \text{प} \times \text{चा} - \text{चा}^2$$

(ऋणरूपेण संगुण्य)

$$\therefore -\frac{\text{जी} \times \frac{५ \text{ प}^2}{४}}{४ \text{ व्या} + \text{जी}} = \text{चा}^2 - \text{प} \times \text{चा},$$ पक्षयोः $\left(\dfrac{\text{प}^2}{४}\right)$ संयोज्य मूल-

अहृणेन $\sqrt{\frac{प^2}{४} - \frac{\frac{जी \times ५ प^2}{४}}{४ व्या + जी}} = \frac{प}{२} - चा,$

$\therefore चा = \frac{प}{२} - \sqrt{\frac{प^2}{४} - \left(\frac{\frac{जी \times ५ प^2}{४}}{४ व्या + जी}\right)}$ = चापमानमित्युपपन्नम् ॥४६॥

उदाहरणम् —

विहिता इह ये गुणास्ततो वद तेषामधुना धनुर्मितिम् ।
यदि तेऽस्ति धनुर्गुणक्रियागणिते गणितिकातिनैपुणम् ॥१॥

भा०—अभी २४० व्यासवाले वृत्त में जो जीवाएँ बनाई हैं हे गणितज्ञ ! यदि तुम्हें गणित में अति निपुणता है तो उनके चापमान बताओ ।

उत्तर—जीवामान क्रम से ४२।८२ इत्यादि ऊपर निर्दिष्ट है। जिन पर से चापमान ग्रन्थकार ने नीचे सूत्रानुसार दिखलाये हैं। मैं यहाँ बालकों के सुबोधार्थ द्वितीय जीवा पर से चाप साधन विधि दिखलाता हूँ।

यथा—द्वितीय जीवा ८२ । वृत्त व्यास २४० । यहाँ लाघवार्थ परिधि मान अपवर्तित हो १८ लिया । अतः इस पर से चाप भी अपवर्तित ही आवेंगे अब सूत्रानुसार परिधि वर्ग ३२४ को जीवा के चतुर्थांश $\frac{८२}{४}$ और ५ से गुना करने से $\frac{३२४ \times ८२}{४} \times ५ = ८१ \times ८२ \times ५ = ३३२१०$ इसमें चतुर्गुणित व्यास से युत जीवा १०४२ के भाग देने से लब्धि स्वल्पान्तर से = ३२ इसको परिधिवर्ग के चतुर्थांश ८१ में घटाने से ४९ इसका मूल ७ इसको अपवर्तित परिधि के आधे ९ में घटाने से शेष २ यह अपवर्तित द्वितीय चाप हुआ। अतः अपवर्तनाङ्क से गुना करने से वास्तव चाप = २ × ४२ = ८४ हुआ। एवं सब जीवा का आनयन करना ॥१॥

प्रं० का० न्यासः—४२।८२।१२०।१५४।१८४।२०८।२२६।२३६।२४०। स एवापवर्त्तितपरिधिः १८ व्यासा—(२४०) ब्धि (४) घात ९६० युक्तमौर्विकया-१००२ ऽनया जीवाङ्घ्रिणा $\frac{२१}{२}$ पञ्चभि ५ श्च परिधे १८ र्वर्गो ३२४ गुणितः १७०१० भक्तो लब्धः (१७) अत्राङ्कलाघवाय चतुर्विंशतेद्धर्यधिक-

सहस्रांशयुतो गृहीतोऽनेनोनितात् परिधि १८ वर्गं ३२४ चतुर्थभागात् ८१-१७ =६३ पदे प्राप्ते (८) वृत्ति—(१८) दलात् (९) पतिते जातं (१) धनुः । एवं जातानि धनूंषि १।२।३।४।५।६।७।८।९। एतानि परिध्यष्टादशांशेन गुणितानि (वास्तवानि) स्युः ॥ १ ॥

इति श्रीभास्कराचार्यविरचितायां लीलावत्यां क्षेत्रव्यवहारः समाप्तः ।

—०—

मिट्टी काटने वाले मजदूरों की मजदूरी देने के लिये खात के घन फुट या घन हस्त नाप कर जानने की आवश्यकता होती है, अतः अब आगे खातव्यवहार को कहते हैं ॥

—०—

अथ खातव्यवहारे करणसूत्रं सार्द्धार्या—

गणयित्वा विस्तारं बहुषु स्थानेषु तद्युतिर्भाज्या ।
स्थानकमित्या सममितिरेवं दैर्घ्ये च वेधे च ॥१॥
क्षेत्रफलं वेधगुणं खाते घनहस्तसङ्ख्या स्यात् ।

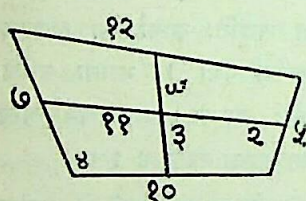
सं०—यस्मिन् चतुर्भुजाधारखाते सर्वत्र विस्तारमानं तुल्यं न स्यात्, तत्र बहुषु (द्वित्र्यादिषु) स्थानेषु विस्तारं गणयित्वा तद्युतिः कार्या सा स्थानकमित्या (यावत् स्थानेषु विस्तारो गणितस्तत्स्थानसंख्यया) भाज्या लब्धिः सममितिः स्यात् । एवं दैर्घ्ये, वेधेऽपि सममितिः साध्या । ततः समदैर्घ्यविस्ताराभ्यां यत् क्षेत्रफलं तद् वेधगुणं खाते घनहस्तसङ्ख्या स्यात् ॥ १ ॥

भा०—जिस खात में दैर्घ्य (लम्बाई) सर्वत्र समान नहीं हो, अथवा विस्तार मान या वेध (गहराई) के मान भी सर्वत्र समान नहीं हो वहाँ विस्तार को अनेक (२,३ या अधिक) स्थान में नापकर उनके योग में स्थान मान (जितने स्थान में नापे गये हों उस सङ्ख्या) के भाग देने से विस्तार का सम मान होता है । इसी प्रकार दैर्घ्य और वेध का भी सममान बनाना । फिर क्षेत्रफल (सम दैर्घ्य और विस्तार के घात) को सम वेध से गुना करने से घन हस्तमान होते हैं ॥ १ ॥

उप०—खातस्य घनफलसाधने--चतुर्भुजाधारखाते यदि विस्तारमानं सर्वत्र न तुल्यं तदा बहुविधविस्तारमानेषु किं ग्राह्यमिति विचारे–तत्रादिमध्याव- सानेषु द्वित्र्यादिस्थानेषु विस्तारमानं विगणय्य तद्युतिः कार्या, ततोऽनुपातो यदि द्वित्र्यादिस्थानमितौ, विस्तृतियुतिस्तदैकस्मिन् स्थाने किमिति विस्तारस्य सममितिः $= \frac{\text{वियु} \times १}{\text{'स्थानमिति'}}$ एवं दैर्घ्ये वेधेऽपि 'वैषम्ये सति' सममितिर्भवितु- मर्हति। अतः समदैर्घ्यविस्तारघातः समक्षेत्रफलं ततोऽनुपातो यदि रूपमितवेधे क्षेत्रफलतुल्यं घनफलं तदाभीष्टवेधे किमिति $= \frac{\text{क्षेफ} \times \text{वे}}{१}$ = खातघनफलं स्यादित्युपपन्नम् ॥ १ ॥

उदाहरणम्—

भुजवक्रतया दैर्घ्यं दशेशार्ककरैर्मितम्।
त्रिषु स्थानेषु षटपञ्चसप्तहस्ता च विस्तृतिः ॥१॥
यस्य खातस्य वेधोऽपि द्विचतुस्त्रिकरः सखे !।
तत्र खाते कियन्तः स्युर्घनहस्तान् प्रचक्ष्व मे ॥२॥

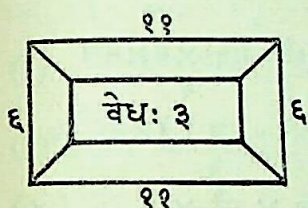
भा०—किसी खातमें टेढ़े होने के कारण दैर्घ्यमान १०।११, और १२ हाथ हैं। तथा तीन स्थान में विस्तार भी ५,६,७ हाथ तीन प्रकार हैं। एवं वेध भी तीन प्रकार २,३,४ हाथ हैं तो उस खात में कितने घन हस्त होंगे बताओ॥

उत्तर—तीनों स्थान के दैर्घ्य को जोड़ कर तृतीयांश करने से सम दैर्घ्य $= \frac{३३}{३} = ११$। तीनों विस्तारमान के योग का तृतीयांश सम विस्तार $\frac{१८}{३} = ६$। एवं तीनों वेध के योग का तृतीयांश $\frac{९}{३} = ३$ समवेध हुआ। समदैर्घ्य विस्तार के घात $= ११ \times ६ = ६६$ समक्षेत्रफल हुआ इस को सम वेध ३ से गुना करने से खात के घन हस्तमान $= १९८$ हुए॥

खातान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम्—

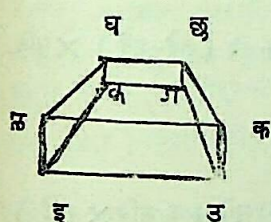
मुखजतलजतद्युतिजक्षेत्रफलैक्यं हृतं षड्भिः ॥ १ ॥

क्षेत्रफलं सममेवं वेधहतं घनफलं स्पष्टम् ।
समखातफलत्र्यंशः सूचीखाते फलं भवति ॥ ३ ॥

सं०—(यत्र खाते मुख-दैर्घ्यविस्तृतिमानतस्तलदैर्घ्यविस्तृतिमानं न्यूनाधिकं तत्र) मुखजतलजतद्युतिजक्षेत्रफलैक्यं षड्भिर्हृतं 'एवं' समं क्षेत्रफलं भवति, तत् वेधहतं स्पष्टं घनफलं भवति । तथा समखातफलत्र्यंशः सूचीखाते फलं भवति ॥ २-३ ॥

भा०—(जिस खात के ऊपर दैर्घ्यके विस्तार से नीचे के दैर्घ्य विस्तार न्यून वा अधिक हो वहाँ) ऊपर के क्षेत्रफल तथा नीचे के क्षेत्रफल और ऊपर तथा नीचे के दैर्घ्य विस्तार के योग से जो क्षेत्रफल हो उन तीनों के योग में ६ के भाग देने से समक्षेत्र फल होता है उस को वेध से गुना करने से घनफल होता है । समखातफल का तृतीयांश सूचीखात का घनफल होता है ॥ २-३ ॥

उप०—यत्रायताधारे खाते घनक्षेत्रं वा क्रमापचयोपचयवशान् मुखदैर्ध्यविस्तारमानतस्तलदैर्घ्यविस्तारमाने न्यूने, अधिके वा-यथा 'अइउक=कघछग' घनक्षेत्रे—'अइउक' तलायतक्षेत्रीयदैर्घ्यविस्तारतो, 'कघछग'मुखायतीयदैर्घ्यविस्तारमाने अल्पे, तदाऽस्य घनफलसाधनार्थं मुखायतक्षेत्रस्य प्रत्येककोणबिन्दुभ्यस्तलायतक्षेत्रोपरि लम्बरेखाः कार्याः, तन्मानन्तु वेधतुल्यमेव । तथा लम्बमूलतस्तलदैर्घ्यविस्तृतिरेखयोरुपरि द्वे द्वे लम्बरेखे कार्ये ते भुजरूपे, पूर्वकृतवेधतुल्यो लम्बः कोटिभुजाग्रगतरेखा=कर्णः । एवं सर्वत्रैवात उक्तघनक्षेत्रस्य नव विभागा जायन्ते । यत्र चतुःकोणेषु चत्वारि चतुर्भुजाधाराणि सूचीघनक्षेत्राणि तदीयभुजकोटिमाने क्रमेण $\frac{\text{तवि}-\text{मुवि}}{२}$, $\frac{\text{तदै}-\text{मुदै}}{२}$ । वेधस्तु घनक्षेत्रवेध एव । तथा च पार्श्वचतुष्टयेऽपि पूर्वोक्तजात्यत्रिभुजाधाराणि चत्वारि घनक्षेत्राणि, यत्र पार्श्वद्वयस्य-

घनक्षेत्रयोर्वेधमानम्=मुखविस्तृतिः=मुवि, तथान्यपार्श्वद्वयस्थघनक्षेत्रयोर्वेधः = मुख-दैर्घ्यम् = मुदै। तथा चैकं मुखायताधारं घनक्षेत्रमिति नवानां घनक्षेत्रफलानां योगोऽभीष्टघनक्षेत्रफलं भवितुमर्हति। तत्र सूचीघनफलविधिना चतुर्भुजाधारसूची-

चतुष्टयघनफलम् = $\frac{४(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times (\text{तवि} - \text{मुवि}) \times \text{वे}}{४ \times ३}$

$= \frac{(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times (\text{तवि} - \text{मुवि})\,\text{वे}}{३}$ ...(१)

एकपार्श्वस्थत्रिभुजाधारक्षेत्रद्वयघनफलम् = $\frac{(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times \text{मुवि} \times \text{वे}\ २}{२ \times २}$

$= \frac{(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times \text{वे} \times \text{मुवि}}{२}$ ...(२)

अन्यपार्श्वद्वयस्थत्रिभुजाधारघनफलम् = $\frac{(\text{तवि} - \text{मुवि})\,\text{वे} \times \text{मुदै}}{२}$ ...(३)

मुखायताधारक्षेत्रघनफलम् = मुवि × मुदै × वे......(४)

सर्वफलानां योगोऽभीष्टघनक्षेत्रफलम् = $\frac{(\text{तदै} - \text{मुदै})(\text{तवि} - \text{मुवि})\,\text{वे}}{३}$

$+ \frac{(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times \text{मुवि} \times \text{वे}}{२} + \frac{(\text{तवि} - \text{मुवि})\,\text{मुदै} \times \text{वे}}{२} + \text{मुवि} \times \text{मुदै} \times \text{वे}$

$= \frac{\text{वे}}{६}\Big[\,२(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times (\text{तवि} - \text{मुवि}) + ३(\text{तदै} - \text{मुदै}) \times \text{मुवि}$

$+ ३(\text{तवि} - \text{मुवि})\,\text{मुदै} + ६\,\text{मुवि} \times \text{मुदै}\,\Big]$

$= \frac{\text{वे}}{६}\big((२\text{तदै} + \text{मुदै})(\text{तवि} - \text{मुवि}) + ३(\text{तदै} - \text{मुदै})\,\text{मुवि} + ६\,\text{मुवि} \times \text{मुदै}\big)$

$= \frac{\text{वे}}{६}\big(२\,\text{तदै} \times \text{तवि} + \text{मुदै} \times \text{तवि} - २\,\text{मुवि} \times \text{तदै} - \text{मुवि} \times \text{मुदै}$

$+ ३\,\text{तदै} \times \text{मुवि} - ३\,\text{मुवि} \times \text{मुदै} + ६\,\text{मुवि} \times \text{मुदै}\big)$

$= \frac{\text{वे}}{६}\big(२\,\text{तदै} \times \text{तवि} - \text{मुदै} \times \text{तवि} + \text{तदै} \times \text{मुवि} + २\,\text{मुदै} + \text{मुवि}\big)$

$= \frac{वे}{६}\left(तवि \times तदै + तत्रि \times तदै + मुदै \times तत्रि + तदै \times मुवि + मुदै \times मुत्रि + मुदै \times मुवि \right)$

$= \frac{वे}{६}\left(तलजफ + तवि\,(तदै + मुदै) + मुवि\,(तदै + मुदै) + मुखजफ \right)$

$= \frac{वे}{६}\left(तलजफ + (तदै + मुदै) \times (तवि + मुत्रि) + मुखजफ \right)$

$= वे \left(\frac{तलजफ + युतिजफ + मुखजफ}{६} \right)$, इत्युपपद्यते घनफलानयनम् ॥

सूचीघनफलसाधनार्थं सूचीवेधस्य 'म' संख्यातुल्यविभागः कृतः।

यदि म = महती संख्या = $\frac{१}{०}$। तदैकभागस्य मानम्

प $= \frac{वे}{म} = \frac{वे}{\frac{१}{०}}$ = कविन्द्वग्रे । एतद्द्विगुणितं चविन्द्वग्रे

ज त

च $= \frac{वे \times २}{म}$। त्रिगुणितं त विन्द्वग्रे $\frac{वे \times ३}{म}$। इत्यादि वेधमानं

क ज्ञेयम्। तथा अक $= \left(\frac{वे}{म}\right)$ अस्यात्यन्तसूक्ष्मत्व त्

अ

अकग, कचजग, इत्यादि घनक्षेत्रस्य समघनक्षेत्रत्वमेव सिद्ध्यत्यतः प्रत्येकस्य फलसाधनार्थमनुपातेन भुजकोटी प्रसाध्य तद्वशात् क्षेत्रफलं ततो घनफलं च कृत्वा तद्योगः सूचीघनफलं भवितुमर्हति । यथाऽनुपातो-यदि वेधतुल्यभुजाग्रे (प विन्दौ) मुखविस्तृतिदैर्घ्ये लभ्येते तदा क विन्दौ $\left(\frac{वे}{म}\right)$ एतत्तुल्यभुजाग्रे किमिति 'क' विन्द्वग्रक्षेत्रविस्तृतिदैर्घ्ये क्रमेण $\frac{मुवि \times वे}{वे \times म} = \frac{मुवि}{म}$ । $\frac{मुदै \times वे}{वे \times म}$ $= \frac{मुदै}{म}$ अनयोर्घातो $\left(\frac{वे}{म}\right)$ ऽनेन गुणितः अकगक्षेत्रघनफलम् $= \frac{वे \times मुवि \times मुदै}{म \times म \times म}$ $\frac{मुफ \times वे}{म^{3}}$ । एवं चविन्द्वग्रक्षेत्रस्य विस्तृतिः $\frac{मुवि \times वे^{२}}{वे \times म} = \frac{मुवि \times २}{म}$।

दैर्घ्यम् $= \frac{मुदै \times २}{म}$ अतो घनफलम् $= \frac{वे\ २ मुवि \times २ मुदै}{म^{3}} = \frac{मुफ\ ४\ वे}{म^{3}}$। एवं तविन्द्व-

अघनफलम् $= \frac{\text{वे ३ मुवि} \times \text{३मुदै ३}}{\text{म} \times \text{म} \times \text{म}} = \frac{\text{मुफ ९ वे}}{\text{म}^3}$...इत्यादि (प) विन्दुपर्यन्तं

सर्वक्षेत्रघनफलयोगः = सूचीघनफलम् =

$$\frac{(\text{मुफ} + \text{मुफ ४} + \text{मुफ}^2\text{९} + \text{मुफ १६} + \ldots \text{मुफ} \times \text{म}^2)\ \text{वे}}{\text{म}^3}$$

$$= \frac{\text{मुफ} \times \text{वे}}{\text{म}^3} \times (१ + ४ + ९ + १६ + \ldots \text{म}^2) \ldots (१)$$

अत्रैकादिवर्गयोगस्थाने "द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं सङ्कलितेन हतं कृतियोगः" इत्युत्थापनेन जातं सूचीघनफलम् =

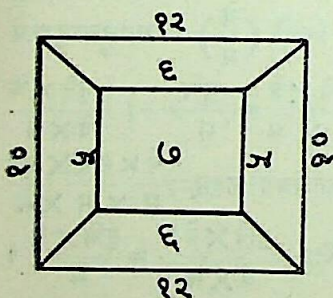
$$= \frac{\text{मुफ} \times \text{वे}}{\text{म}^3}\left(\frac{(२\text{म} + १)}{३} \times \frac{(\text{म} + १)\text{म}}{२}\right) = \frac{\text{मुफ} \times \text{वे}(२\text{म}^3 + ३\text{म}^2 + \text{म})}{\text{म}^3 \quad ६}$$

$$= \text{मुफ} \times \text{वे} \left(\frac{१}{३} + \frac{१}{\text{म}} + \frac{१}{\text{म}^2}\right) = \text{मुफ} \times \text{वे}\ \frac{१}{३} = \frac{\text{समघफ}}{३},$$

$$\text{यतः}\ \frac{१}{\text{म}} = \frac{१}{\frac{१}{०}} = \frac{१ \times ०}{१} = ०,$$ अत उपपन्नम् ॥ २-३ ॥

उदाहरणम्—

मुखे दशद्वादशहस्ततुल्यं विस्तारदैर्घ्यं तु तले तदर्धम् ।
यस्याः सखे ! सप्तकरश्च वेधः का खातसङ्ख्या वद तत्र वाप्याम् ॥

भा०—जिस खात के ऊपर विस्तार = १० हाथ, दैर्घ्य १२ हाथ हैं, तथा नीचे विस्तार ५ और दैर्घ्य ६ हाथ है और वेध ७ है, उस खात की घन हस्त संख्या बताओ।

उत्तर—सूत्रानुसार ऊपर का क्षेत्रफल १२०, नीचे का क्षेत्र फल ३० योगफल २७० सबके योग ४२० में ६ के भाग देने से सम क्षेत्रफल ७० इसको वेध ७ से गुना करने से खात घनफल ४९० हुआ।

उ० का०—न्यासः·मुखजं क्षेत्रफलम् १२० । तलजम् ३० । तद्युति-

जम् २७० । ऐक्यं षड्भिर्हृतं जातं समफलम् ७० । वेधहतं जातं खातफलं घनहस्ताः ४९० ।

द्वितीयोदाहरणम्—

खातेऽथ तिग्मकरतुल्यचतुर्भुजे च
किं स्यात् फलं नवमितः किल यत्र वेधः ।
वृत्ते तथैव दशविस्तृतिपञ्चवेधे
सूचीफलं वद तयोश्च पृथक् पृथक् मे ॥

भा०—जिस तुल्य चतुर्भुज खात में भुजमान १२ और वेध ९ हाथ है, उसका घनफल क्या होगा ?। तथा जिस वृत्तरूप खात में व्यास १० और वेध ५ है उसका घनफल क्या होगा ?। तथा दोनों क्षेत्र के सूची खात में घनफल कितने कितने होंगे, ये भी अलग अलग बताओ ॥

उत्तर—प्रथम प्रश्न के क्षेत्रफल १२ × १२ = १४४ को वेध ९ से गुना करने से खात का घनफल १२९६ इसका तृतीयांश ४३२ यह सूची घनफल हुआ ।

द्वितीय प्रश्न के १० व्यास पर से सूक्ष्म वृत्त क्षेत्रफल ३९२७/५० को वेध ५ से गुना करने से ३९२७/१० सूक्ष्म खात घनफल हुआ, इसका तृतीयांश १३०९/१० यह सूची घनफल हुआ । इसका स्थूल फल नीचे आचार्य के न्यास में स्पष्ट है ॥

ग्रं०का०—न्यासः-भुजः १२ । वेधः ९ । जातं यथोक्तकरणेन खातफलं घनहस्ताः १२९६ । सूचीफलं ४३२ ॥

वृत्तखातदर्शनाय—न्यासः—व्यासः १० । वेधः ५ । अत्र सूक्ष्मपरिधिः ३९२७/१२५ । सूक्ष्मक्षेत्रफलम् ३९२७/५० । वेधगुणं जातं खातफलम् ३९२७/१० । सूक्ष्मसूचीफलम् १३०९/१० । यद्वा स्थूलखातफलम् २७५०/७ । सूचीफलं स्थूलं वा २७५०/२१ ।

इति खातव्यवहारः समाप्तः ।

अथ † चितिव्यवहारे करणसूत्रम् —

उच्छ्रयेण गुणितं चितेः किल क्षेत्रसम्भवफलं घनं भवेत् ।
इष्टिकाघनहृते घने चितेरिष्टिकापरिमितिश्च लभ्यते ॥१॥
इष्टिकोच्छ्रयहृदुच्छ्रितिश्चितेः स्युः स्तराश्च दृषदां चितेरपि ।

सं०—चितेः (उपर्युपरिस्थापितेष्टिकादिसंहतेः) क्षेत्रसम्भवफलं उच्छ्रयेण (वेधेन) गुणितं घनं फलं भवेत् । तस्मिन् चितेर्घने इष्टिकाघनहृते सति, इष्टिकापरिमितिर्लभ्यते । चितेरुच्छ्रितिरिष्टिकोच्छ्रयहृत् लब्धाः स्तराः पङ्क्तयः स्युः । एवं दृषदां पाषाणानां चितेरपि तत्परिमाणादि फलं ज्ञेयम् ॥ १ ॥

भा०—(इकट्ठे किये हुए ईंट के समूह को चिति कहते हैं उस) चिति के क्षेत्रफल को चिति की ऊँचाई से गुना करने से चिति का घन फल होता है। चिति के घनफल में ईंटे के घन के भाग देने से ईंट की संख्या होती है। और चिति की ऊँचाई में ईंटे की ऊँचाई के भाग देने से लब्धि स्तर (तह) की संख्या होती है। पत्थल के टुकड़े की चिति का फल भी इसी प्रकार समझना चाहिये ॥ १ ॥

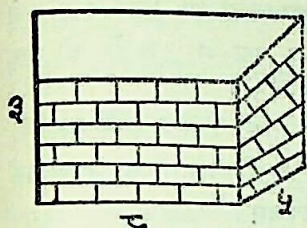
उप०—"क्षेत्रफलं वेधगुणं घनफलं" भवत्यत उच्छ्रयरूपेण वेधेन चितेः क्षेत्रफलं गुणितं तद्घनफलं स्यादेव। अथैकेष्टिकाघनफल एकेष्टिका लभ्यते तदा चितेर्घनफले किमिति लब्धा चिताविष्टिकापरिमितिः $= \frac{\text{चिघ १}}{\text{इघ}}$ ॥

तथैकेष्टिकाया उच्छ्रये एकः स्तरस्तदा चित्युच्छ्रये किमिति स्तरप्रमाणम् $= \frac{\text{चिउ १}}{\text{इ उ}}$, इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम् —

अष्टादशाङ्गुलं दैर्घ्यं विस्तारो द्वादशाङ्गुलः ।
उच्छ्रितिस्त्र्यङ्गुला यस्यामिष्टिकास्ताश्चितौ किल ॥१॥
यद्विस्तृतिः पञ्चकराष्टहस्तं दैर्घ्यञ्च यस्यां त्रिकरोच्छ्रितिश्च ।
तस्यां चितौ किं फलमिष्टिकानां सङ्ख्या च का ब्रूहि कति स्तराश्च ? ॥२॥

† इष्टिकादीनां चयनं चितिस्तस्या व्यवहारः ॥

भा०—जिस ईंटे की लम्बाई १८ अङ्गुल, चौड़ाई १२ अङ्गुल, उँचाई ३ अङ्गुल है, इस प्रकार के ईंटे की एक चिति है जिस की विस्तृति (चौड़ाई) ५ हाथ, लम्बाई ८ हाथ और उँचाई ३ हाथ है। उस चिति में ईंटे की संख्या कितनी है? और कितने स्तर (नीचे से ऊपर तक की पंक्ति) हैं? बताओ॥

३ ३ ८ ५

उत्तर--चिति के दैर्घ्य विस्तारादि में हस्तात्मक मान है, अतः ईंटे के अङ्गुलादि मान को २४ का भाग देकर हस्तात्मक बनानेसे लम्बाई $\frac{३}{४}$, चौड़ाई $\frac{१}{२}$, उँचाई $\frac{१}{८}$ इसका घन फल = $\frac{३}{६४}$। इससे चिति के हस्तात्मक घनफल १२० में भाग देने से लब्धि ईंटे की संख्या २५६०। चिति की उँचाई ३ में ईंटे की उँचाई $\frac{१}{८}$ के भाग देने से स्तर की संख्या = २४ हुई।

ग्र० का० न्यासः–इष्टिकाचितिः—इष्टिकाया। घनहस्तमानम् $\frac{३}{६४}$। चितेः क्षेत्रफलम् ४०। उच्छ्रयेण ३ गुणितं चितेर्घनफलं १२०। लब्धा २५६० इष्टिकासङ्ख्याः। स्तरसङ्ख्याः २४। एवं पाषाणचितावपि॥

इति चितिव्यवहारः।

—०*०—

अथ क्रकचव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम्--

पिण्डयोगदलमग्रमूलयोर्दैर्घ्यसङ्गुणितमङ्गुलात्मकम्।
दारुदारणपथैः समाहतं षट्स्वरेषुविहृतं करात्मकम्॥ १॥

सं०—(यस्य काष्ठस्य विदारणमभीष्टं तस्य) अग्रमूलयोः पिण्डयोगदलं (पिण्डोवेधस्तद्योगार्धं) दैर्घ्यसङ्गुणितं तच्च दारुदारणपथैः (दारुणः काष्ठस्य विदारणमार्गैः) समाहतं (गुणितं) फलं भवति। तत्फलं चेदङ्गुलात्मकं तदा षट्स्वरेषुभिः (५७६) एभिर्विहृतं भक्तं करात्मकं (हस्तात्मकं) भवतीति॥ १॥

भा०—जिस काष्ठ की चिराई का प्रमाण जानना हो उसके अग्र और मूलके मोटाई के योगका आधा करके उसे काष्ठ की लम्बाई से गुना करै गुणनफल को फिर जितनी जगह चीड़े गये हों उतनी संख्या से गुना करै यदि मान अङ्गुला-

त्मक हो तो उस में ५७६ के भाग देने से हस्तात्मक मान समझना। यदि हस्तात्मक मान हो तो उक्त विधि से गुणनफल हस्तात्मक ही होता है ॥ १ ॥

वि०—यदि काष्ठ की लम्बाई आदि के मान फुट या इञ्च हो तो उक्त विधि से गुणनफल भी फुट या इञ्च ही समझना चाहिये ॥

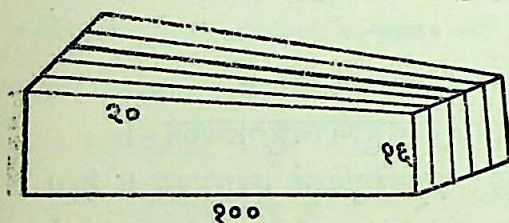
उप०—यदि काष्ठेऽग्रमूलयोः पिण्डमाने विभिन्ने तदा तद्योगार्धतुल्या पिण्डस्य सममितिर्भवितुमर्हत्येव। अङ्गुलात्मकमानं चतुर्विंशत्या भक्तं हस्तात्मकं भवति परिभाषयैव स्फुटम्। अतः करात्मकं समक्षेत्रफलम्।

$$= \frac{\text{पिण्डाङ्गुल}}{२४} \times \frac{\text{दैर्घ्यांगु}}{२४}$$, यद्यैकेन दारणपथेनेदं तदेष्टदारणपथैः किमिति

इस्तात्मकं दारणमानम् $= \frac{\text{पिण्डांगुल} \times \text{दैर्घ्यांगु} \times \text{दाप}}{५७६}$, इत्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

मूले नखाङ्गुलमितोऽथ नृपाङ्गुलोऽग्रे
पिण्डः शताङ्गुलमितं किल यस्य दैर्ध्यम्।
तद्दारुदारणपथेषु चतुर्षु किं स्या-
द्धस्तात्मकं वद सखे! गणितं द्रुतं मे ॥ १ SS ॥

भा०—जिस काष्ठ के मूल में २० अङ्गुल, और अग्रभाग में १६ अङ्गुल मोटाई है तथा लम्बाई १०० अङ्गुल है उस लकड़ी को यदि ४ जगह चीरे गये तो हस्तात्मक फल क्या होगा? शीघ्र बताओ ॥ १ ॥

उत्तर—मूल और अग्र अङ्गुल मान के योग ३६ के आधे १८ को दैर्घ्य १०० से गुना करने से १८०० इसको दारणपथ ४ से गुना करने से अङ्गुलात्मक फल ७२०० इसमें ५७६ के भाग देने से हस्तात्मक फल $\frac{२५}{२}$ हुआ ॥

प्र०का०न्यासः—पिण्डयोगदलं १८ दैर्घ्येण १०० सङ्गुणितम् १८००। दारुदारणपथै (४) गुंणितम् ७२००। षट्स्वरेषु ५७६ विहृतं जातं करात्मकं गणितम् $\frac{२५}{२}$ ॥

क्रकचान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम् —

छिद्यते तु यदि तिर्यगुक्तवत् पिण्डविस्तृतिहतेः फलं तदा ।
इष्टिकाचितिदृषच्चितिखातक्राकचव्यवहृतौ खलु मूल्यम् ॥
कर्मकारजनसम्प्रतिपत्त्या तन्मृदुत्वकठिनत्ववशेन ॥२॥

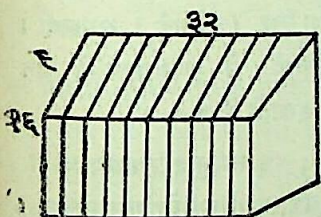
सं०—यदि तु तिर्यक् (विस्तृतिसमान्तरसूत्रेण) छिद्यते तदा पिण्डविस्तृतिहतेः (पिण्डविस्तृतिघातात्) उक्तवत् फलं ज्ञेयम् । अर्थादग्रमूलयोः पिण्डयोगदलं विस्तृतिसंगुणितं दारुदारणपथैः समाहतं, फलं, चेदङ्गुलात्मकं तदा षट्स्वरेषुविहृतं करात्मकं भवतीति ॥ २ ॥

भा०—यदि काष्ठको तिरछा (चौराई) चीरा जाय तो पिण्डमान को विस्तार (चौराई) मान से गुना कर गुणनफल को दारणपथ संख्या से गुना करने से फल होता है । इस प्रकार ईंटे के समूह, पत्थर के समूह या काष्ठ के चीरने आदि व्यवहार में उन वस्तुओं की मृदुता और कठिनता तथा कार्य करनेवाले की योग्यता के अनुसार मूल्य निर्धारित होता है ॥ २ ॥

उप०—तिर्यक् छेदने तु पिण्डविस्तृतिहतिः क्षेत्रफलम्, ततः पूर्ववदनुपातेन

दारणफलं $= \frac{\text{पि} \times \text{वि} \times \text{दाप}}{५७६}$, इत्युपपद्यते ॥

उदाहरणम्—

यद्विस्तृतिर्दन्तमिताङ्गुलानि पिण्डस्तथा षोडश यत्र काष्ठे ।
छेदेषु तिर्यङ्नवसु प्रचक्ष्व किं स्यात् फलं तत्र करात्मकं मे ॥ १ ॥

भा० - जिस काष्ठ की विस्तृति (चौराई) ३२ अङ्गुल और मोटाई १६ अङ्गुल है उसको चौराई में ९ स्थान में छेदन किये जाँय तो उसके हस्तात्मक फल क्या होगा ? मुझे बताओ ॥ १ ॥

उत्तर—विस्तार से पिण्ड को गुनाकर गुणनफल को छेदन संख्या से गुना करने से अङ्गुलात्मक फल = ३२ × १६ × ९ इसमें ५७६ के भाग देने से हस्तात्मक फल ८ हुए ॥

अ०का० न्यासः—विस्तारः ३२ । पिण्डः १६ । पिण्डविस्तृतिहतिः ५१२। मार्ग ९ घ्नी ४६०८ । षट्स्वरेषु ५७६ विहृता जातं फलं हस्ताः ८ ॥

इति क्रकचव्यवहारः ।

—०:*:०—

अथ राशिव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम्—

अनणुषु दशमांशोऽणुष्वथैकादशांशः
परिधिनवमभागः शूकधान्येषु वेधः ।
भवति परिधिषष्ठे वर्गिते वेधनिघ्ने
घनगणितकराः स्युर्मागधास्ताश्च खार्यः ॥ १ ॥

सं०—अनणुषु (स्थूलेषु चणकादिधान्येषु) परिधेर्दशमांशो वेधो भवति । अणुषु (सर्षपादिसूक्ष्मधान्येषु) परिधेरेकादशांशो वेधो भवति । शूकधान्येषु (यवादिषु) परिधिनवमभागो वेधो भवति । परिधिषष्ठे (परिधिषष्ठांशे) वर्गिते वेधनिघ्ने सति 'धान्यराशेः' घनगणितकरा भवन्ति, ताश्च मागधाः खार्यः स्युः ॥ १ ॥

भा०—(समतल भूमि में ढेर लगाये हुए धान्य (अन्न) की परिधि से उसकी उँचाई समझ कर अन्न का परिमाण जानना राशि व्यवहार कहलाता है) स्थूल (मक्का-धान आदि) अन्न की परिधि का दशमांश उँचाई, तथा सूक्ष्म (सरसो, अलसी आदि) अन्न की परिधि का एकादशांश और शूकवाला (यव आदि) अन्न के ढेर की परिधि का नवांश वेध (उँचाई) समझना । परिधि के षष्ठांश का वर्ग करके उसको वेध (उँचाई) से गुना करने से घन हस्त प्रमाण होता है, वे ही मगध देश में खारी कहलाती है ॥ १ ॥

उप०—अत्र धान्यादीनां पुञ्जो राशिरित्युच्यते, तत्र समभुवि स्थितस्य धान्यपुञ्जस्योच्छ्रितिर्वेध इति कथ्यते । स वेधः स्थूलधान्यराशिपरिधेर्दशमांशतुल्यः, सूक्ष्मधान्यपरिधेरेकादशांशसमस्तथा शूकधान्यराशिपरिधेर्नवमांशमितो भवतीत्यत्रोपलब्धिरेवोपपत्तिः । समभुवि स्थितधान्यराशिस्तु वृत्ताधारसूचीरूपो भवति, अतस्तद्वृत्तक्षेत्रवशात् यत् सूचीघनफल तदेव धान्यराशेर्घनफलमित्यतो यदि

धान्यराशिपरिधिः = प, तद्वेधः = वे । तदा परिधितो व्यासः = व्या = $\frac{प \times ७}{२२}$,

अतो वृत्तक्षेत्रफलम् = $\frac{प^२ \times ७}{२२ \times ४}$, इदं वेधगुणितं वृत्तघनफलम् = $\frac{प^२ \times ७ \times वे}{२२ \times ४}$,

अस्य त्र्यंशः सूचीघनफलम् = धान्यराशिघनहस्तमानम्

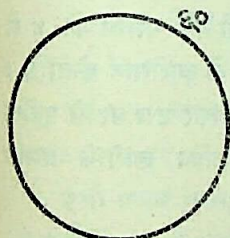
$= \frac{प^२ \times ७ \times वे}{२२ \times ४ \times ३} = \frac{प^२ \times वे}{३६} = \left(\frac{प}{६}\right)^२ \times वे$ । (स्वल्पान्तरात्)

घनहस्तमानमत्र मागधखारीसंज्ञम् । यतउक्तम्—

"धान्यादिके यद्घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा" अत उपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

समभुवि किल राशिर्यः स्थितः स्थूलधान्यः
परिधिपरिमितिः स्याद्धस्तषष्टिर्यदीया ।
प्रवद गणक ! खार्यः किं मिताः सन्ति तस्मि-
न्नथ पृथगणुधान्यैः शूकधान्यैश्च शीघ्रम् ॥ १ ॥

भा०—समतल भूमि में रक्खे हुए स्थूल धान्य की परिधि यदि ६० हाथ है तो उसमें कितने घनहस्त (खारी के प्रमाण) होंगे बताओ । तथा सूक्ष्म धान्य और शूक धान्य की परिधि भी यदि ६० हाथ हो तो उनके अलग अलग खारी प्रमाण बताओ ।

६०

उत्तर—परिधि मान का दशमांश ६ यह स्थूल धान्य का वेध हुआ । परिधि के षष्ठांश १० के वर्ग को वेध से गुना करने से घनहस्त मान = १०० × ६ = ६०० हुए ।

एवं सूक्ष्म धान्य का वेध $\frac{६०}{११}$ इससे परिधि षष्ठांश के वर्ग १०० को गुना करने से सूक्ष्मधान्य के घनहस्त मान $\frac{६०००}{११} = ५४५\frac{५}{११}$ तथा शूक धान्य का वेध $\frac{६०}{९}$ इससे परिधि षष्ठांश के वर्ग को गुना करने से शूकधान्य के घनहस्त मान $\frac{६०००}{९} = ६६६\frac{२}{३}$ हुए ।

उ० का०—अथ स्थूलधान्यराशिमानावबोधनाय परिधिः ६० । वेधः ६ । परिधेः षष्ठांशः १० । वर्गितः १०० । वेध ६ निघ्नः लब्धाः खार्यः ६०० ।

अथाऽणुधान्यराशिमानानयनाय परिधिः ६०। वेधः $\frac{६०}{११}$। जातं फलम् ५४५$\frac{५}{५५}$।

अथ शूकधान्यराशिमानानयनाय परिधिः ६०। वेधः $\frac{६०}{९}$। खार्यः ६६६$\frac{२}{३}$।

अथ भित्त्यन्तर्बाह्यकोणसंलग्नराशिप्रमाणानयने करणसूत्रं वृत्तम्—

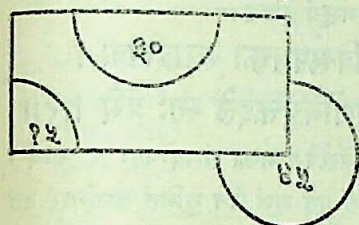
द्विवेदसत्रिभागैकनिघ्नात् तु परिधेः फलम्।
भित्त्यन्तर्बाह्यकोणस्थराशेः स्वगुणभाजितम् ॥ २ ॥

सं०—भित्त्यन्तर्बाह्यकोणस्थराशेः 'यः परिधिस्तस्मात्' परिधेः क्रमेण द्विवेदसत्रिभागैकनिघ्नात् यत् फलं तत् स्वगुणभाजितं (स्वस्वगुणेन भक्तं) पृथक् फलं भवति। अर्थात्—भित्तिलग्नराशिपरिधेर्द्विगुणाद् यत् फलं तद्द्विभक्तं भित्तिलग्नराशेः फलं, अन्तःकोणस्थपरिधेश्चतुर्गुणात् फलं प्रसाध्य चतुर्भक्तमन्तःकोणलग्नराशिफलमेवं बाह्यकोणस्थराशिपरिधेः सत्रिभागैक ($\frac{४}{३}$) गुणितात् फलं प्रसाध्य तत् सत्रिभागैकेन भक्तं बाह्यकोणस्थधान्यराशिफल भवति।

भा०—भित्ति (दीवाल) में लगे हुए धान्य की ढेरी की परिधि को २ से गुनाकर उस पर से जो फल हो उसमें २ के भाग देने से खारी का प्रमाण होता है। घर के अन्दर वाले कोण में लगे हुए धान्य की ढेरी की परिधि को ४ से गुनाकर उस पर से जो फल हो उसमें ४ के भाग देने से खारीमान होता है। एवं बाहर कोण में लगे हुए ढेर की परिधि को $\frac{४}{३}$ से गुनाकर उस पर से पूर्वोक्त विधि से जो घन हस्त हो उसमें $\frac{४}{३}$ के भाग देने से लब्धि खारीं के प्रमाण होते हैं ॥ २ ॥

उप०—भित्तिलग्नराशिपरिधिप्रमाणम् $\frac{प}{२}$ अतो द्विगुणितादस्मात् यत् फलं तद्द्विभक्तं भित्तिलग्नराशिफलं स्यादेव। एवमन्तःकोणस्थपरिधिमानं $= \frac{प}{४}$ अतोऽस्माच्चतुर्गुणात् फलं चतुर्भक्तमन्तःकोणस्थराशेर्घनफलम्। तथा च बाह्यकोणस्थपरिधिप्रमाणं $= \frac{प^3}{४}$ अतोऽस्मात् सत्रिभागैकेन $\frac{४}{३}$ अनेन गुणितात् यत् फलं तत् सम्पूर्णपरिधिसम्बन्धियतस्तत्पुनः $\frac{४}{३}$ अनेन भक्तं सम्पूर्णफलस्य पादोनमितं बाह्यकोणलग्नराशेर्घनफलं भवितुमर्हतीत्युपपन्नम् ॥ २ ॥

उदाहरणम्--

परिधिर्भित्तिलग्नस्य राशेस्त्रिंशत्करः किल।
अन्तःकोणस्थितस्यापि तिथितुल्यकरः सखे ! ॥ १ ॥
बहिष्कोणस्थितस्यापि पञ्चघ्ननवसम्मितः।
तेषामाचक्ष्व मे क्षिप्रं घनहस्तान् पृथक् पृथक् ॥ २ ॥

भा०--भित्ति में लगे हुए धान्य की परिधि ३० हाथ है, अन्तःकोण

में लगे हुए की परिधि १५ हाथ, तथा बाह्यकोण स्थित धान्य की परिधि ४५ हाथ है तो इनके पृथक् पृथक् घनहस्त मान बताओ।

उत्तर--भित्ति में लगे हुए धान्य की परिधि को २ गुना करने से ६० इस पर से स्थूल धान्य के घनहस्त ६०० इसमें अपने गुणक २ से भाग देने से लब्धि घनहस्तमान ३००।

तथा उक्त विधि से सूक्ष्म धान्य के घनहस्त $\frac{६०००}{११}$ में २ के भाग देने से $\frac{३०००}{११} = २७२\frac{८}{११}$।

एवं शूक धान्य के घनहस्त $\frac{६०००}{९}$ में २ के भाग देने से $\frac{३०००}{९} = ३३३\frac{१}{३}$ घनहस्तमान हुए।

इसी प्रकार अन्तःकोण और बाह्यकोणस्थ परिधि को अपने अपने गुणक से गुनाकर अपने अपने वेध के द्वारा फल साधन करके अपने अपने गुण के भाग देने से घनहस्तमान साधन करना। नीचे आचार्य के न्यास में देखिये॥

ग्र० का०--अत्रापि स्थूलादिधान्यानां राशिमानावबोधनाय स्पष्टं क्षेत्रमुपरि द्रष्टव्यम्--

अत्राद्यस्य परिधि--(३०) द्विनिघ्नः ६०। अन्यः १५। चतुर्घ्नः ६०। अपरः ४५। सत्रिभागैकः $\frac{४}{३}$ निघ्नः ६०। एषां वेधः ६। एभ्यः फलं तुल्यमेतावत्य एव खार्यः ६००। एतत्स्वस्वगुणेन भक्तं जातं पृथक् पृथक् फलम् ३००। १५०। ४५०।

अथाणुधान्यराशिमानानयनाय पूर्ववत् क्षेत्रत्रयस्य स्वगुणगुणितपरिधिः ६० । वेधः $\frac{६२}{११}$ । फलानि २७२$\frac{८}{९१}$ । १३६$\frac{४}{९१}$ । ४०९$\frac{१}{११}$ ।

अथ शूकधान्यराशिमानानयनाय—पूर्ववत् क्षेत्रत्रयस्य स्वगुणगुणितः परिधिः ६० । वेधः $\frac{६०}{७}$ फलानि । २२२$\frac{१}{३}$ । १६६$\frac{२}{३}$ । ५०० ॥ २ ॥

इति राशिव्यवहारः समाप्तः ।

—०❀०—

अथ छायाव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम्—

छाययोः कर्णयोरन्तरे ये तयोर्वर्गविश्लेषभक्ता रसाद्रीषवः ।
सैकलब्धेः पदघ्नं तु कर्णान्तरं भान्तरेणोनयुक्तद्दले स्तः प्रभे ॥१॥

सं०—छाययोः कर्णयोर्ये अन्तरे तयोर्वर्गविश्लेषेण भक्ता रसाद्रीषवः (५७६) ततो या लब्धिः सा सैका तस्याः सैकलब्धेर्यत् पदं मूलं तेन गुणितं कर्णान्तरं तत् पृथग् भान्तरेण छायान्तरेणोनयुक् तद्दले तयोरर्धे प्रभे स्तः (छाये भवतः) ।

भा० —दोनों छाया के अन्तर और दोनों कर्ण के अन्तर जो हों उन दोनों के वर्गान्तर से ५७६ में भाग देकर लब्धि में १ जोड़कर जो मूल हो उस मूल से कर्ण के अन्तर को गुनाकर गुणनफल में पृथक् छायान्तर को जोड़ और घटाकर आधा करने से दोनों छाया के मान होते हैं ॥ १ ॥

वि०—इस प्रकार छाया के ज्ञान करने में शङ्कुमान = १२ समझना तथा शङ्कु और छाया के वर्गयोग मूल को कर्ण समझना ॥

उप०—छाया = भुजः । द्वादशाङ्गुलशङ्कुः = १२ = कोटिः । तयोर्वर्गयोगमूलं = कर्णः । जात्यक्षेत्रद्वये शङ्कोस्तुल्यत्वात् छायावर्गान्तरम् = कर्णवर्गान्तरसमम्, यथा — $क^२ - श^२ = छा^२$ । एवं $क'^२ - श'^२ = छा'^२$ । अनयोरन्तरेण $क^२ - क'^२ = छा^२ - छा'^२$ = छायो × छाअं = कयो × कअं ∴ $\frac{छायो \times छाअं}{कअं}$ = कयो । अत्र छायायोगमानमज्ञातं तत्प्रमाणं = या तदा $\frac{या \times छाअं}{कअं}$ = कयो । अतः 'सङ्क्रमण' विधिना लघुकर्णः = $\frac{या \times छाअं - कअं^२}{२ कअं}$ । तथा लघुच्छाया = $\frac{या - छाअं}{२}$

कर्णवर्गाच्छायावर्गमपास्य जातः शङ्कुवर्गः =

$$= १४४ = \left(\frac{या \times छाअं - कअ^२}{२ कअं}\right)^२ - \left(\frac{या - छाअं}{२}\right)^२$$

$$= \frac{य^२ \times छाअं^२ - २ या \times छाअ \times कअं^२ + कअ^४ - या^२ \times कअ^२ +}{कअ^२ ४}$$

$$\frac{२या \times छाअं \times कअं^२ - छाअं^२ \times कअं^२}{कअ^२ ४}$$

$$= \frac{या^२ (छाअं^२ - कअं^२) + कअं^२ (कअं^२ - छाअं^२)}{४ कअ^२}$$

$$\therefore ५७६ कअं^२ = या^२ (छाअं^२ - कअं^२) + कअं (कअं^२ - छाअं^२)$$

$$\therefore ५७६ कअं^२ + कअं^२ (छाअं^२ - कअं^२) = या^२ (छाअं^२ - कअं)$$

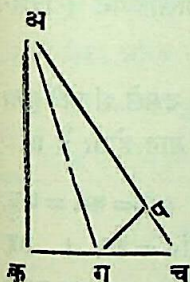
$$\therefore \frac{५७६ कअं^२}{छाअ^२ - कअ} + कअ^२ = या^२$$

$$= कअं^२ \left(\frac{५७६}{छाअं^२ - कअं^२} + १\right) = या^२$$

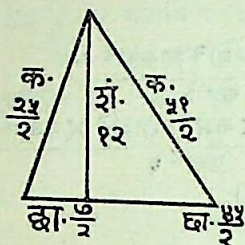
$$\therefore मूलग्रहणेन = कअं \sqrt{\left(\frac{५७६}{छाअ^२ - कअ^२} + १\right)} = या = छायायोगः$$

अतश्छायान्तरेणोनयुक् तद्दले छाये भवत इति सङ्क्रमणगणितेन स्फुटमेवेत्युपपन्नम् ।

अथ प्रसङ्गात् कर्णान्तरात् छायान्तरमधिकं भवतीति प्रदर्श्यते । यथा

अक = १२ = शङ्कुः । कग = लघुच्छाया । कच = बृहच्छाया । ∴ ग च = छायान्तरम् । तथा अग = लघुकर्णः । अच = बृहत्कर्णः । अग = अप ∵ पच = कर्णान्तरम् । अत्र गपचत्रिभुजे पगचकोणात् चपगकोणोऽधिकः (क्षे १।५) अतः गच > पच अर्थात् छाअं > कअं (क्षे० १।१९) इत्युपपद्यते ॥१॥

उदाहरणम्—

नन्दचन्द्रैर्मितं छाययोरन्तरं कर्णयोरन्तरं विश्वतुल्यं ययोः ।
ते प्रभे वक्ति यो युक्तिमान् वेत्यसौ व्यक्तमव्यक्तयुक्तं हि मन्येऽखिलम् ॥

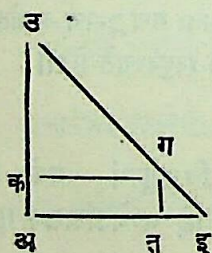
भा०—दो छायों का अन्तर १९ और दो कर्ण का अन्तर १३ है ? उन दोनों छायाके मान को जो बतावे वह व्यक्त और अव्यक्तगणित में निपुण है ऐसा मैं समझता हूँ।

उत्तर—सूत्रानुसार छायान्तर और कर्णान्तर के वर्गान्तर १९२ से ५७६ में भाग देकर लब्धि ३ में १ जोड़ कर मूल २ से कर्णान्तर १३ को गुना करने से २६ इसमें छायान्तर १९ को जोड़ और घटाकर आधा करने से क्रम से $\frac{४५}{२}$, $\frac{७}{२}$ ये दोनों छाया हुईं। इन दोनों के वर्ग में शंकु १२ के वर्ग जोड़कर मूल लेने से दोनों कर्ण $\frac{२५}{२}$। $\frac{५१}{२}$ हुए॥

ग्र० का० न्यासः—छायान्तरम् १९। कर्णान्तरम् १३। अनयोर्वर्गान्तरेण १९२ भक्ता रसाद्रीषवः ५७६। लब्धम् ३। सैकस्यास्य ४ मूलम् २। अनेन गुणितं कर्णान्तरं २६ द्विष्ठं भान्तरेण १९ ऊनयुतम् ७। ४५। तदर्धे लब्धे छाये $\frac{७}{२}$। $\frac{४५}{२}$। तत्कृत्योर्योगपदमित्यादिना जातौ कर्णौ $\frac{२५}{२}$। $\frac{५१}{२}$॥

छायान्तरे करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

शङ्कुः प्रदीपतलशङ्कुतलान्तरघ्नश्छायाभवेद्विनरदीपशिखोच्च्यभक्तः।

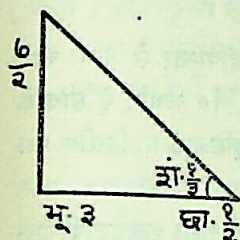
सं०—शङ्कुः प्रदीपलशङ्कुतलान्तरेण गुणितः विनरदीपशिखौच्च्येन (त्रिशङ्कुदीपोच्छ्रयेण) भक्तश्छाया भवेत्॥

भा०—दीपतल और शंकुतल के बीच जो भूमिमान हो उससे शंकुको गुना करै, गुणनफल में शंकून दीपोच्छ्रिति के भाग देने से छायाका मान होता है॥

उप०—अउ = दीपोच्च्यम्। अत = कग = शङ्कुदीपदलान्तरम्। गत = अक = शं० = १२। तइ = छा। उकग, गतइ त्रिभुजयोः साजात्यात् छाया

$$= तइ = \frac{कग \times गत}{कउ} = \frac{दीपशंकुतलान्तर \times शं}{दीउ - शं}$$ ।

इत्युपपन्नम्॥

उदाहरणम्--

शङ्कुप्रदीपान्तरभूस्त्रिहस्ता दीपोच्छ्रितिः सार्धकरत्रया चेत् ।
शङ्कोस्तदाऽर्काङ्गुलसम्मितस्य तस्य प्रभा स्यात् कियती वदाशु ॥ १ ॥

भा०—शङ्कु और दीप के बीच भूमिमान ३ हाथ और दीप की ऊँचाई ७/२ है तो १२ अङ्गुल अर्थात् (१/२ हाथ) शङ्कु की छाया क्या होगी ? शीघ्र बताओ।

उत्तर--शङ्कु को शङ्कुदीपान्तरभूमि से गुना करके $\frac{१}{२} \times ३$ इसमें शंकूनदीपोच्छ्रिति $(\frac{७}{२} - \frac{१}{२} = ३)$ के भाग देने से लब्धि $\frac{१}{२}$ छाया हुई।

ग्र० का० न्यासः--शङ्कु $\frac{१}{२}$ । प्रदीपशङ्कुतलान्तरम् ३ । अनयोर्घातः $\frac{३}{२}$ । विनरदीपशिखौच्च्येन ३ भक्तो लब्धानि छायाङ्गुलानि १२ । (हस्तात्मिका छाया $= \frac{१}{२}$) ॥

अथ दीपोच्छ्रित्यानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्--

छायाहृते तु नरदीपतलान्तरघ्ने शङ्कौ भवेन्नरयुते खलु दीपकौच्च्यम् ॥ २ ॥

सं०—शङ्कौ नरदीपतलान्तरेण गुणिते छायाहृते नरेण (शङ्कुना) युते दीपकौच्च्यं भवेत् ॥ २ ॥

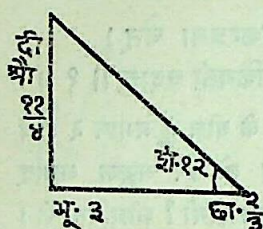
भा०--शङ्कु को शङ्कुदीपान्तर भूमि से गुना करके गुणनफल में छाया के भाग देकर लब्धि में शङ्कु को जोड़ने से दीपोच्छ्रिति होती है ॥ २ ॥

उप०—उपर्युक्त उकग, गतइ त्रिभुजयोः साजात्यात् $कउ = \frac{गत \times कग}{तइ}$

$$= \frac{शं \times नरदीपतलान्तर}{छा} = दीपौच्च्य - शं$$

$$\therefore \frac{शं \times नरदीपतलान्तर}{छा०} + शं = दीपौच्च्यम्$$ ∴ उपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

प्रदीपशङ्क्वन्तरभूस्त्रिहस्ता छायाऽङ्गुलैः षोडशभिः समा चेत् ।
दीपोच्छ्रितिः स्यात् कियती वदाशु प्रदीपशङ्क्वन्तरमुच्यतां मे ॥ १ ॥

भा०—शङ्कुदीपान्तर भूमि ३ हाथ और छाया १६ अङ्गुल है तो दीप की ऊँचाई कितनी होगी ?

तथा दीप की ऊँचाई जानकर शङ्कुदीपान्तर भूमिमान भी बताओ ॥

उत्तर—शङ्कु को शङ्कुदीपान्तर से गुना करने से $\frac{१}{२}\times३$ इसमें छाया १६ अं० अर्थात् $\frac{२}{३}$ हाथ के भाग देने से $\frac{९}{४}$ इसमें शङ्कु $\frac{१}{२}$ जोड़ने से $\frac{११}{४}$ यह दीपोच्छ्रिति हुई। द्वितीय प्रश्न का उत्तर अग्रिम सूत्र से आगे देखिये।

ग्रं० का०—न्यासः। शङ्कुः १२ अङ्गु०। छायाङ्गुलानि १६। शङ्कुप्रदीपान्तर-हस्ताः ३। लब्धं दीपकौच्च्यं हस्ताः $\frac{११}{४}$ ॥

प्रदीपशङ्क्वन्तरभूमानानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

विशङ्कुदीपोच्छ्रयसंगुणा भा शङ्कूद्धृता दीपनरान्तरं स्यात्।

सं०—भा (छाया) विशङ्कुदीपोच्छ्रयसंगुणा शंकूद्धृता 'फलं' दीपन-रान्तरं भवेत् ॥

भा०—दीपोच्छ्रिति में शङ्कु को घटाकर शेष से छाया को गुनाकर उसमें शङ्कु का भाग देने से लब्धि शङ्कुदीपान्तरभूमिमान होता है ॥

यथा—उपर्युक्त दीपोच्छ्रिति $\frac{११}{४}$ और छाया $\frac{२}{३}$ तथा शङ्कु $=\frac{१}{२}$ सूत्रानुसार शंकूनदीपोच्छ्रिति $\left(\frac{११}{४}-\frac{१}{२}=\frac{९}{४}\right)$ से छाया को गुना करने से $\frac{९}{४}\times\frac{२}{३}=\frac{३}{२}$ इसमें शङ्कु के भाग देने से शङ्कुदीपान्तर भूमि ३ हाथ हुई।

उप०—उपर्युक्त-उकग, गतइ त्रिभुजयोः साजात्येन कग = दीपतलान्तरम्

$$\frac{\text{तइ}\times\text{कउ}}{\text{गत}}=\frac{\text{छा}\times(\text{दीपौच्च्य}-\text{शं})}{\text{शं०}}$$, इत्युपपन्नम् ॥

पूर्वोक्तोदाहरणे एव दीपोच्छ्रायः $\frac{११}{४}$। शङ्क्वङ्गुलानि १२। छाया १६। अतः सूत्रोक्त्या लब्धाः शङ्कुप्रदीपान्तरहस्ताः ३ ॥

छायाप्रदीपान्तरदीपौच्च्यानयनाय करणसूत्रं सार्धवृत्तम्—

छायाग्रयोरन्तरसंगुणा भा छायाप्रमाणान्तरहृद्भवेद्भूः ॥३॥

भूशङ्कुघातः प्रभया विभक्तः प्रजायते दीपशिखौच्च्यमेवम् ।
त्रैराशिकेनैव यदेतदुक्तं व्याप्तं स्वभेदैर्हरिणेव विश्वम् ॥ ४ ॥

सं—भा (छाया) छायाग्रयोरन्तरेण संगुणा छायाप्रमाणान्तरेण हृद् (भक्ता) लब्धितुल्या भूः (छायाप्रदीपतलान्तरभूमिः) भवेत् । एवं भूशङ्क्वयोर्घातः प्रभया (छायया) विभक्तः लब्धं दीपशिखौच्च्यं प्रजायते । एतत् सर्वं मया यदुक्तं तत् सर्वं स्वभेदैः हरिणा विश्वमिव त्रैराशिकेनैव व्याप्तम् ॥३–४॥

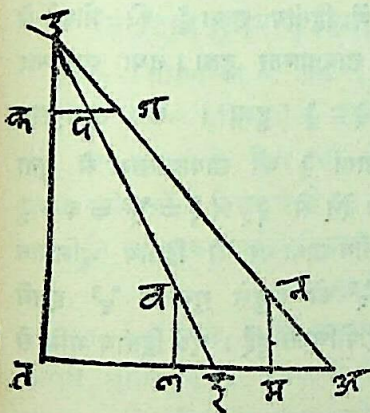
भा०—छाया को छायाग्र के अन्तरभूमान से गुनाकरके गुणनफल में छायाप्रमाण के अन्तर के भाग देने से लब्धि भूमि (छायाग्र से दीपतलपर्यन्त भू) होती है। फिर भूमि और शङ्कुका घात करना उसमें छाया के भाग देने से दीपशिखा की उँचाई होती है। पीछे जितने गणित कहे गये हैं सब त्रैराशिक से ही व्याप्त हैं अर्थात् सब त्रैराशिक के ही भेद हैं। जैसे विष्णु भगवान् अपने भेद से विश्व को व्याप्त किये हुए हैं ॥ ३–४ ॥

उप०—उत = दीपोच्छ्रितिः । वल = नम = शङ्कुः । लइ = प्रथमच्छाया । मअ = द्वितीयच्छाया । अइ = छायाग्रान्तरम् । उतरेखायां उबिन्दुतः उक रेखा = वल तुल्या कार्या, क बिन्दुतः तअ समान्तरा कग रेखा कार्या । तत्र क्षेत्राणां साजात्यात् क्षेत्रमिति (अ० १ प्र २६) युक्त्या म अ = क ग । कप = लइ । ∴ पग = छायान्तरम् ।

क्षेत्रमितिषष्ठाध्याययुक्त्या $\frac{\text{कप}}{\text{पग}} = \frac{\text{तइ}}{\text{इअ}}$,

$\therefore \frac{\text{कप} \times \text{इअ}}{\text{पग}} = \text{तइ}$ ।

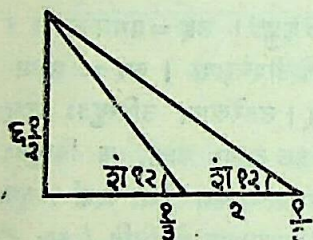
$= \frac{\text{प्रथमछा} \times \text{छायाग्रान्तर}}{\text{छायान्तर}}$ = प्रथमभूमिः एवमनुपातेन द्वितीयभूमिरप्यायाति ।

तथा कउप, उतइ त्रिभुजयोः साजात्यात् $\text{उत} = \frac{\text{वल} \times \text{तइ}}{\text{लइ}}$

$\frac{\text{शं} \times \text{प्रथमभू}}{\text{प्रथमछा}}$ = दीपौच्च्यम् । अत उपपन्नम् ॥ ३-४ ॥

उदाहरणम्--

शङ्कोर्भाऽर्कमिताङ्गुलस्य सुमते ! दृष्टा किलाऽष्टाङ्गुला
छायाग्राभिमुखे करद्वयमिते न्यस्तस्य देशे पुनः ।
तस्यैवार्कमिताङ्गुला यदि तदा छायाप्रदीपान्तरं
दीपौच्च्यं च कियद्वद व्यवहृतिं छायाभिधां वेत्सि चेत् ॥ १ ॥

भा०--हे सुमते ! द्वादशाङ्गुल शङ्कु की छाया ८ अङ्गुल थी, फिर उसी शङ्कु को छायाग्र की तरफ २ हाथ बढ़ाकर रखनेसे दूसरी छाया १६ अङ्गुल हुई तो छायाग्र और दीपतल का अन्तर भूमि मान बताओ । तथा दीप की उँचाई कितनी होगी ? यह भी बताओ, अगर तुम छाया व्यवहार जानते हो तो ।

उत्तर--यहाँ प्रथम शङ्कु से दूसरे शङ्कु तक भूमिमान २ हाथ । प्रथम छाया $\frac{१}{२}$ हाथ, द्वितीय छाया $\frac{२}{३}$ हाथ । शंकन्तर २ में प्रथम छाया $\frac{१}{२}$ को घटाकर शेष $\frac{३}{२}$ में द्वितीय छाया $\frac{२}{३}$ को जोड़ने से $\frac{१३}{६}$ यह छायाग्रान्तर हुआ । तथा छायान्तर $= \frac{२}{३} - \frac{१}{२} = \frac{१}{६}$ हुआ । अब सूत्रानुसार प्रथम छाया $\frac{१}{२}$ को छायाग्रान्तर से गुना कर $\frac{१}{२} \times \frac{१३}{६}$ इसमें छायान्तर के भाग देने से $\frac{१३}{१२} \times \frac{६}{१} = \frac{१३}{२} = ६ + \frac{१}{२}$ यह प्रथम भूमिमान हुआ । एवं द्वितीय छाया पर से द्वितीय भूमिमान $\frac{७८}{९} = ८ + \frac{२}{३}$ । तथा प्रथम भूमिमान $\frac{१३}{२}$ को शङ्कुसे गुनाकर $\frac{१३}{४}$ इसमें प्रथम छाया के भाग देने से $\frac{१३}{२}$ यह दीपोच्छ्रिति हुई । एवं द्वितीय भूमि से भी दीपोच्छ्रिति इतनी ही होती है ॥ २ ॥

ग्रं० का० न्यासः—अत्र छायाग्रयोरन्तरमङ्गुलात्मकम् ५२ । छाये च ८।१२। अनयोराद्या ८ इयमनेन ५२ गुणिता ४१६। छायाप्रमाणान्तरेण ४ भक्ता लब्धं भूमानम् १०४ । इदं प्रथमच्छायाप्रदीपतलयोरन्तरमित्यर्थः । एवं द्वितीयच्छायाग्रान्तरभूमानम् १५६ । भूशङ्कुघातः प्रभया विभक्त इति जात-

मुभयतोऽपि दीपौच्च्यं सममेव हस्ताः ६१/२ । एवमित्यत्र छायाव्यवहारे त्रैराशिककल्पनयाऽऽनयनं वर्त्तते । तद्यथा । प्रथमच्छायातो ८ द्वितीयच्छाया १२ यावताऽधिका तावता छायावयवेन यदि छायाग्रान्तरतुल्या भूर्लभ्यते तदा छायया किमिति एवं पृथक् पृथक् छायाग्रदीपतलान्तरप्रमाणं लभ्यते । ततो द्वितीयं त्रैराशिकं यदि छायातुल्ये भुजे शङ्कुः कोटिस्तदा भूतुल्ये भुजे किमिति लब्धं दीपकौच्च्यमुभयतोऽपि तुल्यमेव । एवं पञ्चराशिकादिकमखिलं त्रैराशिककल्पनयैव सिद्धम् । यथा भगवता श्रीनारायणेन जननमरणक्लेशापहारिणा निखिलजगज्जननैकबीजेन सकलभुवनभावनगिरिसरित्सुरनरासुरादिभिः स्वभेदैरिदं जगद्व्याप्तं तथेदमखिलं गणितजातं त्रैराशिकेन व्याप्तम् । यद्येवं तद्बहुभिः किमित्याशङ्क्याह--

यत्किञ्चिद्गुणभागहारविधिना बीजेऽत्र वा गण्यते
तत् त्रैराशिकमेव निर्मलधियामेवावगम्यं विदाम् ।
एतद्यद्बहुधाऽस्मदादिजडधीधीवृद्धिबुद्ध्या बुधै-
स्तद्भेदान् सुगमान् विधाय रचितं प्राज्ञैः प्रकीर्णादिकम् ॥५॥

भा०—बीजगणित वा इस (पाटीगणित) में जो कुछ भी गणित कहे गये हैं वे निर्मल बुद्धिवालों के लिये त्रैराशिक ही समझना चाहिये । हमारे ऐसे मन्द बुद्धियों के लिये उसी त्रैराशिक के भेद को सुगम बनाकर अनेक प्रकार पूर्वाचार्यों ने दिखलाये हैं ॥

इति श्रीभास्कराचार्यविरचितायां लीलावत्यां छायाधिकारः समाप्तः ।

अथ कुट्टके करणसूत्रम्—

भा०—(किसी निर्दिष्ट संख्या का इस प्रकार का गुणक का ज्ञान करना जिससे गुणित निर्दिष्ट संख्या में निर्दिष्ट हरके भाग देने से निश्शेष लब्धि हो इस प्रकार के गणित को कुट्टक कहते हैं)।

प्रश्नस्य शुद्धिज्ञानाय करणसूत्रम्—

भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः केनाप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थम् ।
येन च्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेन क्षेपश्चैतद्दुष्टमुद्दिष्टमेव ॥ १ ॥

सं०—सम्भवे सति-कुट्टकार्थं (कुट्टयते निश्शेषं विभज्यत इति कुट्टकस्तदर्थं) आदौ केनाप्यङ्केन भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः। येन भाज्यहारौ छिन्नौ तेनाङ्केन क्षेपश्चेत् न छिन्नस्तदा तदुद्दिष्टं (तदुदाहरणं) एव दुष्टं ज्ञेयम् ॥

भा०—सम्भव हो तो कुट्टक करणार्थं किसी अङ्क से भाज्य हर और क्षेपक को अपवर्तन देना। जिस अङ्क से भाज्य और हर में अपवर्तन लगे उससे यदि क्षेपक में अपवर्तन नहीं लगे तो उस प्रश्न को ही अशुद्ध समझना ॥

उप०—उद्देशकालापोक्त्या $ल = \frac{भा. गु + क्षे}{ह}$, $\therefore ल \times ह = भा.गु + क्षे$, अत्र ह (हरः) यदि 'अ' अनेन भक्तो शुद्धयति तदा प्रथमपक्षस्य निरवयवत्वं सिद्धयति। अतस्तत्तुल्यो द्वितीयपक्षोऽपि 'अ' अनेन भक्तो निश्शेषो भवितुमर्हति। तत्र यदि भाज्यः (भा) 'अ' अनेन भक्तो शुद्धयेत् तदा क्षेपः ('क्षे' इत्यपि) 'अ' अनेन भक्तो शुद्धयेदेवान्यथा निरवयवस्य सावयवेन तुल्यत्वापत्तिरित्यतो "येन छिन्नौ भाज्यहारा" वित्यादिकं सयुक्तिकमेवोक्तम् ॥१॥

अथ द्वयोः संख्ययोर्महत्तमापवर्तनज्ञानाय सूत्रम्—

परस्परं भाजितयोर्ययोर्यः शेषस्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः।
तेनापवर्त्तेन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञकौ स्तः ॥२॥

सं०—परस्परं भाजितयोर्ययोरङ्कयोर्योऽन्तिमः शेषः स तयोरङ्कयोरपवर्तनं स्यात्। तेन शेषेण तौ निश्शेषौ भवेतामित्यर्थः। अथ तेनापवर्तेन विभाजितौ यौ भाज्यहारौ तौ दृढसंज्ञकौ स्तः (भवतः) ॥२॥

भा०—जिन दो संख्याओं का महत्तमापवर्तन निकालना हो उन दोनों में परस्पर भाग देने से जो अन्तिम शेष बचे वही दोनों अङ्कों का महत्तमापवर्तन होता है उससे दोनों में भाग देने से दोनों दृढ़ संज्ञक होते हैं, अर्थात् उन दोनों (हर और भाज्य) में फिर दूसरे अङ्क का अपवर्तन नहीं हो सकता है। इसलिये उन हर और भाज्य को दृढ संज्ञ समझना। और उस पर से आगे के सूत्रानुसार गुण और लब्धि समझना ॥२॥

उप०—कल्प्येते द्वे संख्ये अ, क इति। अनयोर्महत्तमापवर्तनविचारे यदि

$$\frac{अ}{क} = ग + \frac{शे}{क} \text{ तदा } अ = क \times ग + शे \cdots\cdots (१)$$

पुनः $\frac{क}{शे} = घ + \frac{शे'}{शे}$ ∴ क = शे × घ + शे'……(२)

अथ पुनर्यदि $\frac{शे}{शे'}$ = च = लब्धिः, शेषः = ० तदा शे = च × शे'… (३)

अत्र तृतीयस्वरूपं 'शे'' अनेनान्तिमशेषेण निश्शेषं भवति, अतः प्रथम-द्वितीयस्वरूपयोः (१) (२) अनयोरपि 'शे'' अनेन निश्शेषभजनात् 'अ, क' अनयोः 'शे'' इत्यपवर्तनाङ्कः सिद्ध्यति। तथा अ, क, अनयोः 'शे' इत्यतो महदपवर्तनं न भवितुमर्हतीति द्वितीय (२) स्वरूपावलोकनेन स्फुटमेवेत्यतः—"तेनापवर्तेन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञकौ स्तः" इति साधूक्तम् ॥ २ ॥

अथ गुणलब्धिज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तत्रयम्—

मिथो भजेत् तौ दृढभाज्यहारौ यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम्।
फलान्यधोऽधस्तदधो निवेश्यः क्षेपस्तथाऽन्ते खमुपान्तिमेन ॥३॥
स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम्।
ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादधरो हरेण ॥४॥
एवं तदेवाऽत्र यदा समास्ताः स्युर्लब्धयश्चेद्विषमास्तदानीम्।
यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥५॥

सं०--'तौ दृढभाज्यहारौ' 'तावत्' मिथः (परस्परं) भजेत् यावद् भाज्ये रूपं (एकावशेषं) 'भवेत्' फलानि (लब्धयः) अधोऽधो निवेश्यानि, तदधः क्षेपो निवेश्यः, तथाऽन्ते खं (शून्यं) निवेश्यम्, 'ततः' उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन (अन्तिमाङ्केन) युते तदन्त्यं (अन्तिमाङ्कं) त्यजेत्, इति (एवम्-उपान्त्यं अन्त्यं तदूर्ध्वं चोपान्त्यं प्रकल्प्य) मुहुः कृते राशियुगम् 'शिष्टं' स्यात्। तत्र ऊर्ध्वो राशिः दृढेन विभाज्येन तष्टः शेषितः फलं (लब्धिः) स्यात्। अधरो राशिः दृढेन हरेण तष्टो गुणः स्यात्। 'परञ्च' एवं 'सिद्धौ लब्धिगुणौ' तदैव यदा ताः (मिथो भजनसिद्धः) लब्धयः समाः समसङ्ख्यकाः स्युः, चेत् ता लब्धयो विषमा विषमसङ्ख्यकाः स्युस्तदानीं यदागतौ लब्धिगुणौ

-स्वतक्षणाद् विशोध्यौ शेषमितौ तौ स्तः (लब्धिगुणौ भवतः) लब्धिः स्वतक्षणाद् दृढभाज्यात् शोध्या, गुणः स्वतक्षणाद् दृढहरात् शोध्य इत्यर्थः ॥ ३-५ ॥

भा०—उन दोनों दृढ़ भाज्य और हर में तब तक परस्पर भाग देवैं जब तक भाज्य में १ बचे। तथा लब्धियों को क्रम से नीचे नीचे रखता जाय। उसके नीचे क्षेपक और क्षेपक के नीचे शून्य रक्खे। फिर उपान्तिम अङ्क से उसके अपने ऊपर वाले अङ्क को गुना करके अन्तिम अङ्क को जोड़ै, और अन्तिम अङ्क को त्याग देवै, फिर इसी प्रकार उपान्तिम को अन्त्य और उसके ऊपर के अङ्क को उपान्त्य कल्पना कर उक्त विधि से क्रिया करै जब तक पंक्ति में दो संख्या बच जाय। उन दोनों में ऊपरवाले अङ्क में दृढ़ भाज्य के भाग देने से जो शेष बचे उसे लब्धि, और नीचे के अङ्क में दृढ़ हर के भाग देने से जो शेष बचे उसे गुणक (प्रश्न का उत्तर) समझना चाहिये। परञ्च इस प्रकार लब्धि और गुणक तभी समझे जब (पहिले भाज्य हर में परस्पर भाग देने में) लब्धि संख्या सम हो। यदि लब्धियों की संख्या विषम हो तो उक्तविधि से साधित लब्धि गुणक को अपने अपने तक्षण में (अर्थात् भाज्य और हर में) घटाने से शेष तुल्य वास्तव लब्धि और गुणक होते हैं।

उप०—महत्तमापवर्तनेनापवर्तितयोर्भाज्यहारयोर्दृढत्वात्तयोर्मिथो भाजनादन्ते रूपावशेषः स्यादेवेत्यतो 'यावद् विभाज्ये भवतीहरूपमिति' कथनं सयुक्तिकमेव।

अथ यदि दृढभाज्यहरौ क्रमेण २७, १७। क्षेपः = क्षे, गुणः = य, लब्धिः = क, तदा कुट्टकप्रश्नालापोक्त्या—

$$क = \frac{य\ २७ + क्षे}{१७} = य\ १ + \frac{य१० + क्षे}{१७} = १\ य + न ......(१)$$

$$यतः \frac{य\ १० + क्षे}{१७} = न$$

$$\therefore य = \frac{न\ १७ - क्षे}{१०} = न१ + \frac{न\ ७ - क्षे}{१०} = १न + प ......(२)$$

$$\therefore \frac{न\ ७ - क्षे}{१०} = प$$

$$\therefore न = \frac{प\ १० + क्षे}{७} = प\ १ + \frac{प\ ३ + क्षे}{७} = १\ प + व ...(३)$$

$$\therefore \frac{प\,३ + क्षे}{७} = व$$

$$\therefore प = \frac{व\,७ - क्षे}{३} + व२ = \frac{व\,१ - क्षे}{३} + २\,व + भ \ldots\ldots(४)$$

$$\therefore \frac{व\,१ - क्षे}{३} = भ \quad \therefore व = \frac{भ\,३ + क्षे}{१} = क्षे \ldots\ldots(५)$$

यद्यत्र $भ = ०$ । ......(६)

एवमत्र दृढहरभाज्ययोर्मिथो भजनाल्लब्धीनामधोऽधो विन्यासेन या वल्ली जायते तत्रान्तिमाङ्कः शून्यम्, उपान्तिमाङ्कः क्षेप एव, तथा चोपर्युपरि स्वस्वमानेनोत्थापनात्, "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेन्मुहुः स्यादिति-राशियुग्ममि"त्युपपद्यते । तथा वल्ली संख्या समा चेत्तदा क्षेपो धनात्मकोऽन्यथा क्षयात्मक इति स्फुटमेव । तथा चोर्ध्वराशिर्लब्धिमानम्, अधरस्तु गुणकमान-मित्यपि स्फुटमवलोक्यतेऽतो भाज्याधिके ऊर्ध्वाङ्के दृढभाज्येन, तथाऽधराङ्के तु दृढहरेण तष्टितेऽपि लब्धिगुणौ भवितुमर्हतः । तथा च विषमवल्ल्यां क्षेपस्य क्षयात्मकत्वा "दुपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादिना राशियुग्मस्यापि क्षयात्मकत्वात् स्वस्वतक्षणाच्छोधनमपि सयुक्तिकमेवेत्युपपन्नम् ॥ तक्ष्यते तनूक्रियतेऽनेनेति तक्षणोऽतो लब्धेर्भाज्यो, गुणस्य च हरस्तक्षणो ज्ञेयः ॥ ३–५ ॥

उदाहरणम्—

एकविंशतियुतं शतद्वयं यद्गुणं गणक ! पञ्चषष्टियुक् ।
पञ्चवर्जितशतद्वयाद्धृतं शुद्धिमेति गुणकं वदाशु तम् ॥ १ ॥

भा०—२२१ को जिस संख्या से गुणन करके ६५ जोड़कर १९५ के भाग देने से निःशेष हो उस गुणक को शीघ्र बताओ ।

उत्तरार्थं न्यास—यहाँ भाज्य २२१, भाजक १९५ और क्षेप ६५ है । अतः भाज्य और हर को दृढ़ बनाने के लिये दोनों के महत्तमापवर्तन ज्ञानार्थं दोनों में परस्पर भाग देकर अन्तिम शेष १३ इससे भाज्य, हर और क्षेप में अपवर्तन (निःशेष भाग) लग जाता है, अतः उदाहरण (प्रश्न) शुद्ध है यह ज्ञान हुआ । अतः अपवर्तनाङ्क १३ से भाज्य, हर और क्षेप को अपवर्तित करने

अपवर्तनाङ्क ज्ञानार्थ
क्रिया—

१९५) २२१ (१ ल.
 १९५
 २६ शे.

२६) १९५ (७
 १८२
 १३ द्वि. शे.

१३) २६ (२ ल.
 २६
 ०

से दृढ़ भाज्य हर और क्षेप क्रम से $\frac{\text{भाज्य १७ + क्षे० ५}}{\text{ह० १५}}$ हुए। अत्र "मिथो भजेत्तौ" इत्यादि सूत्र के अनुसार भाज्य हर में परस्पर भाग देने से वल्ली—

(क्रिया दर्शन)

१५) १७ (१ = ल
 १५
 २) १५ (७ = ल
 १४
 १

ल = १
ल = ७
क्षे = ५
शू = ०

इस प्रकार वल्ली में शून्य सहित ४ अङ्क (सम संख्या) है। इनमें अन्तिम०, उपान्तिम ५ हुआ। अतः "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादि रीति से ऊर्ध्वाङ्क = ४० { ऊर्ध्वाङ्क में भाज्य १७ के भाग देकर शेष ६ यह अधराङ्क = ३५ { लब्धि, तथा अधराङ्क में हर १५ के भाग देकर शेष ५ यह गुणक हुआ। वल्ली सम संख्या है अतः यही गुणकाङ्क ५ = उत्तर हुआ।

यथा प्रतीत्यर्थं २२१ को ५ से गुना करने से ११०५ इसमें ६५ जोड़ने से ११७० इसमें १९५ के भाग देने से लब्धि = ६ हुई और शेष = ० हुआ।

प्र० का०—न्यासः—भाज्यः २२१। हारः १९५। क्षेपः ६५।

अत्र परस्परं भाजितयोर्भाज्य-भाजकयोः २२१, १९५ शेषं १३। अनेन भाज्यहारक्षेपा अपवर्त्तिता जातो भाज्यः १७। हारः १५। क्षेपः ५। अनयोर्दृढ-भाज्यहारयोः परस्परं भक्तयोर्लब्धान्यधोऽधस्तदधःक्षेपस्तदधःशून्यं निवेश्यमिति जाता वल्ली १/७/५/०। उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते इत्यादिकरणेन जातं राशिद्वयम् ४०/३५।

एतौ दृढभाज्यहाराभ्यां १७/१५ तष्टौ जातौ लब्धिगुणौ ६। ५ इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते इति. वक्ष्यमाणविधिनैताविष्टगुणितस्वतक्षणयुक्तौ वा लब्धिगुणौ २३।२०। द्विकेनेष्टेन वा ४०। ३५। इत्यादि॥

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तम्—

भवति कुट्टविधेर्युतिभाज्ययोः समपवर्त्तितयोरपि वा गुणः।
भवति यो युतिभाजकयोः पुनः स च भवेदपवर्त्तनसङ्गुणः ॥६॥

सं०—वा केनाप्यङ्केन समपवर्त्तितयोरपि युतिभाज्ययोः कुट्टविधेः ("मिथो भजेत् तौ" इत्यादि प्रकारतः) गुणो भवति, तत्र या लब्धिः साऽपवर्तनाङ्केन गुणिता वास्तवा स्यात्। तथा समपवर्तितयोर्युतिभाजकयोः कुट्टविधेर्यो गुणो भवति स चापवर्तनसंगुणितो वास्तवो भवति। तत्र च लब्धिर्वास्तवैव ॥ ६ ॥

भा०—सम्भव हो तो किसी समान अङ्क से भाज्य और क्षेपक में अपवर्तन देकर भी उक्त विधि से गुणक वास्तव होता है, (परञ्च लब्धि को अपवर्तनाङ्क से गुना करने पर वास्तव लब्धि होती है) तथा क्षेप और हर को अपवर्तित करके जो उक्तविधि से गुणक होता है उसको अपवर्तनाङ्क से गुना करने से वास्तव गुणक समझना। (परञ्च यहाँ लब्धि वास्तव ही होती है) ॥ ६ ॥

उप०—$\text{ल} = \frac{\text{भा} \times \text{गु} \pm \text{क्षे}}{\text{ह}}$ $\therefore$ $\text{ल} \times \text{ह} = \text{भा} \times \text{गु} \pm \text{क्षे}$ $\therefore$ $\frac{\text{ल}}{\text{इ}} \times \text{ह} =$

$\frac{\text{भा}}{\text{इ}} \times \text{गु} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}}$ $\therefore$ $\frac{\text{ल}}{\text{इ}} = \frac{\frac{\text{भा}}{\text{इ}} \times \text{गु} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}}}{\text{ह}} = \frac{\text{भा}' \times \text{गु} \pm \text{क्षे}'}{\text{ह}}$,

अत्र भाज्यक्षेपौ यदि 'इ' अनेनापवर्तितौ (निश्शेषौ) तदपि कुट्टविधेः स एव गुणो दृश्यते। लब्धिस्त्वत्र $\left(\frac{\text{ल}}{\text{इ}}\right)$ इयं 'इ' अनेनापवर्तनाङ्केन गुणिता वास्तवा लब्धिः (ल) भवितुमर्हति।

यदि हरक्षेपौ 'इ' अनेनापवर्तितौ (निश्शेषौ) भवतस्तदा

$$\text{ल} \times \text{ह} = \text{भा} \times \text{गु} \pm \text{क्षे} \therefore \frac{\text{ल} \times \text{ह}}{\text{इ}} = \frac{\text{भा} \times \text{गु}}{\text{इ}} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}}$$

$$\therefore \text{ल} = \frac{\text{भा} \times \frac{\text{गु}}{\text{इ}} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{इ}}}{\frac{\text{ह}}{\text{इ}}} = \frac{\text{भा} \times \frac{\text{गु}}{\text{इ}} \pm \text{क्षे}'}{\text{ह}'}$$

अत्र समपवर्तितक्षेपहरयोः कुट्टकविधिना गुणः $\left(\frac{\text{गु}}{\text{इ}}\right)$ इति दृश्यतेऽतोऽयं 'इ' अनेनापवर्तनाङ्केन गुणितो वास्तवो गुणः (गु) इति भवितुमर्हति । लब्धिस्त्वत्र वास्तवैवेत्युपपन्नम् ॥ ६ ॥

उदाहरणम्—

शतं हतं येन युतं नवत्या विवर्जितं वा विहृतं त्रिषष्ट्या ।
निरग्रकं स्याद्वद मे गुण तं स्पष्टं पटीयान् यदि कुट्टकेऽसि ॥ ३ ॥

भा०—१०० को जिस अङ्क से गुना करके ९० जोड़ देते हैं अथवा घटा देते हैं, उसमें ६३ के भाग देते हैं तो निश्शेष हो जाता है, यदि तुम कुट्टक गणित में पटु हो तो उस गुणक को बताओ ।

उत्तरार्थं न्यासः— $\frac{\text{भा } १०० + \text{क्षे } ९०}{\text{ह. } ६३}$ यहाँ हर ६३ और भाज्य १०० ये दृढ़ है, कारण कि—इनमें १ छोड़ कर किसी अङ्क का अपवर्तन नहीं लग सकता है । अतः पूर्वोक्त विधि से वल्ली ग्रन्थकार के न्यास में नीचे देखिये । "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादि विधि से ऊर्ध्वाङ्क—२४३० } ऊर्ध्वाङ्क में
अधराङ्क—१५३० } १०० से भाग देकर शेष ३० यह लब्धि, और अधराङ्क में ६३ के भाग देकर शेष १८ यह गुणक हुआ । वल्ली समसंख्या है अतः ये ही लब्धि गुणक वास्तव हुए ।

अथवा—"भवति कुट्टविधे" इस सूत्र के अनुसार भाज्य और क्षेप में १० के अपवर्तन देकर $\frac{\text{भा } १० \text{ क्षे } ९}{६३}$ इस पर से "मिथो भजेत्तौ" इस प्रकार से वल्ली ग्रन्थकार के न्यास में नीचे देखिये । "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादि विधि से ऊर्ध्वाङ्क २७ } ऊर्ध्वाङ्क में दृढ़ भाज्य १० से भाग देकर शेष लब्धि
अधराङ्क १७१ } ७ इसको अपवर्तनाङ्क से गुना करने से ७० तथा अधराङ्क में हर ६३ के भाग देने से शेष ४५ गुणक हुए । परञ्च वल्ली में लब्धाङ्क विषमसंख्या हैं अतः इस लब्धि ७० को अपने तक्षण (भाज्य १०० में) घटाने से वास्तव लब्धि = ३० और गुणक ४५ को अपने तक्षण (हर ६३) में घटाने से वास्तव गुणक १८ हुआ ।

और शेष क्रिया ग्रन्थकार के न्यास में आगे स्पष्ट है, देखिये ।

अ० का न्यासः—भाज्यः १०० । हारः ६३ । क्षेपः ९० ।

जाता पूर्ववल्लब्धि-क्षेपाणां वल्ली १ १ १ २ २ १ ९० ० { उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युत इत्यादिकरणेन जातं राशिद्वयम् । ३४४३० / १५५३० । जातौ पूर्ववल्लब्धिगुणौ ३० । १८ । अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्त्य भाज्यः १० । क्षेपः ९ । परस्परभजनाल्लब्धानि फलानि, क्षेपः, शून्यं चाधोऽधो निवेश्य जाता—

वल्ली ० ६ ३ ९ ० { पूर्ववल्लब्धो गुणः ४५ । अत्र लब्धिर्न ग्राह्या । यतो लब्धयो विषमा जाताः अतो गुणः ४५ स्वतक्षणादस्मा ६३ द्विशोधितो जातो गुणः स एव १८ गुणघ्नभाज्ये क्षेप ९० युते हर ६३ भक्ते लब्धिश्च ३० । अथवा हारक्षेपौ ६३ । ९० नवभिरपवर्त्तितौ जातौ हारक्षेपौ ७ । १० ।

अत्र लब्धि-क्षेपाणां वल्ली ० १० ० { लब्धो गुणः २ । क्षेपहारापवर्त्तते ९ गुणितो जातः स एव गुणः १८ । भाज्यभाजकक्षेपेभ्यो लब्धिश्च ३० ।

अथवा भाज्यक्षेपौ पुनर्हारक्षेपौ चापवर्त्तितौ जातौ भाज्यहारौ १० । ७ क्षेपः १ ।

अत्र पूर्ववज्जाता वल्ली १ २ १ ० { गुणश्च २ । हारक्षेपापवर्त्तनेन गुणितो जातः स एव गुणः १८ । पूर्ववल्लब्धिश्च ३० । इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते इत्यादिनाऽथवा गुणलब्धि ८१ । १३० ।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तौ वियोगजे ।

सं०—क्षेपजे (धनक्षेपोद्भवे) गुणाप्ती स्वतक्षणात् शुद्धे वियोगजे (ऋणक्षेपोद्भवे) स्तः (भवतः) ॥

भा०—धनात्मक क्षेप में जो लब्धि और गुणक होते हैं उनको अपने-अपने तक्षण (भाज्य और हर) में घटाने से ऋणक्षेप में लब्धि और गुणक होते हैं ।

यथा—पूर्व उदाहरण में लब्धि ३० को १०० में और गुणक १८ को ६३ में घटाने से शेष ७० और ४५ ये क्रम से ऋण ९० क्षेप में लब्धि और गुणक हुए ॥

उप—कुट्टकप्रश्नोक्त्या $ल = \frac{भा \times गु + क्षे}{ह}$ ∴ $ह \times ल = भा \times गु + क्षे$ ।

∴ इ × भा − ल × इ = इ × भा − (भा × गु + क्षे)

= इ (भा − ल) = भा (इ − गु) − क्षे ∴ भा − ल= $\frac{\text{भा} (\text{इ} - \text{गु}) - \text{क्षे}}{\text{इ}}$ ।

अत्र लब्धिः = भा − ल, गुणः = इ − गु, अतो धनक्षेपोद्भवौ लब्धिगुणौ स्वतक्षणाभ्यां क्रमेण भाज्यहराभ्यां शुद्धौ ऋणक्षेपे भवत इति स्फुटमुपपद्यते ॥

ग्र० का० न्यास०—अत्र पूर्वोदाहरणे नवतिक्षेपजौ लब्धिगुणौ जातौ ३०।१८। एतौ स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां १००।६३ शोधितौ ये शेषके तन्मितौ लब्धिगुणौ नवतिशोधिते (ऋणक्षेपे) ज्ञातव्यौ ७०।४५ । एतयोरपि स्वतक्षणक्षेप इति वा १७०।१०८ अथवा २७०।१७१ ।

द्वितीयोदाहरणम् —

यद्गुणा गणक ! षष्टिरन्विता वर्जिता च दशभिः षडुत्तरैः ।
स्यात् त्रयोदशहृता निरग्रका तं गुणं कथय मे पृथक् पृथक् ॥१॥

भा०—हे गणक ! ६० को जिस अङ्क से गुना करके १६ जोड़कर या घटाकर उसमें १३ के भाग देने से निश्शेष लब्धि होती है, उस गुणक को बताओ ।

उत्तर यहाँ $\frac{\text{भा } ६० + \text{क्षे } १६}{\text{ह } १३}$ हरभाज्य दृढ़ है । अतः पूर्ववत् वल्ली आचार्य के न्यास में देखिये । उक्तरीति से ऊर्ध्वाङ्क २६८ } ऊर्ध्वाङ्क को भाज्य से अधराङ्क ८० } और अधराङ्क को हर से तष्टित करने से लब्धि = ८ । गुणक = २ परञ्च वल्ली में विषम संख्या है अतः इन लब्धि गुणक को अपने अपने तक्षण (६०,१३) में घटाने से क्रम से धन क्षेप में लब्धि और गुणक ५२।११ हुए । फिर इन दोनों को अपने अपने तक्षण में घटाने से १६ ऋण क्षेप में लब्धि और गुणक क्रम से ८ और २ हुए ॥ १ ॥

ग्रं० का० न्यासः—भाज्यः ६० । हारः १३ । क्षेपः १६ ।

प्राग्वज्जाता वल्ली, ४ १ १ १ १६ ० { प्राग्वज्जाते गुणाप्ती २।८ । अत्रापि लब्धयो विषमा अतो गुणाप्ती स्वतक्षणाभ्यां १३।६० । शोधिते जाते ११।५२ । एवं षोडशक्षेपे । एतावेव लब्धिगुणौ ५२।११ स्वहराभ्यां शोधितौ जातौ षोडशविशुद्धौ ८।२ ॥ १ ॥

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम्—

गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम् ॥७॥
हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् ।
क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता ॥८॥

सं०—तक्षणे, 'ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढ़ेन तष्ट' इत्यत्र धीमता गुणलब्ध्योः फलं समं (तुल्यमेव) ग्राह्यं (यद्गुणो भाज्य ऊर्ध्वाङ्कात् शोध्यस्तद्गुण एव हरोऽप्यधराङ्काच्छोध्य इत्यर्थः)। तथा च 'हराधिके धनक्षेपे हरतष्टे (हरेण शेषितेऽपि) पूर्ववत् गुणलब्धी साध्ये, गुणोऽत्र वास्तव एव। लब्धिस्तु क्षेपतक्षणलाभाढ्या (क्षेपतक्षणे यो लाभः फलं तेन युता) वास्तवा स्यात्। शुद्धौ (ऋणक्षेपे) हरतष्टे पूर्ववत् गुणो वास्तव एव, लब्धिस्तु क्षेपतक्षणलाभेन वर्जिता सती वास्तवा भवति ॥७८॥

भा०—"ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढ़ेन तष्टः" इत्यादि प्रकार से तक्षण करने में फल तुल्य ही लेना चाहिये, अर्थात् तुल्याङ्क से गुणित हो भाज्य और हर को ऊर्ध्वाङ्क और अधराङ्क में घटाना चाहिये।

यदि क्षेप हर से अधिक हो तो उसको हर से शेषित करके क्षेप मानना उस पर से जो उक्त विधि से गुणक और लब्धि हो उसमें गुणक तो वास्तव ही होता है, परञ्च लब्धि में क्षेपक के हर से शेषित करने में जो लब्धि हो उसको जोड़ने से धन क्षेप में और घटाने से ऋण क्षेप में वास्तव लब्धि होती है॥

उप०—$\text{ल} = \dfrac{\text{भा} \times \text{गु} + \text{क्षे}}{\text{ह}}$ $\therefore$ $\text{ल} \times \text{ह} = \text{भा} \times \text{गु} + \text{क्षे}$, $\therefore$ समयोः समशोधनेन—

$$\text{ल} \times \text{ह} - \text{इ} \times \text{भा} \times \text{ह} = \text{भा} \times \text{गु} - \text{इ} \times \text{भा} + \text{ह} + \text{क्षे}$$

$$= \text{ह} \times (\text{ल} - \text{इ} \times \text{भा}) = \text{भा} \, (\text{गु} - \text{इ} \times \text{ह}) + \text{क्षे}$$

$$\therefore \text{ल} - \text{इ} \times \text{भा} = \frac{\text{भा} \, (\text{गु} - \text{इ} \times \text{ह}) + \text{क्षे}}{\text{ह}}$$, अत्र येन गुणितो भाज्यो लब्धितः शुद्धस्तेनैव गुणितो हरो गुणकात् शुद्धः; क्रमेण लब्धिगुणौ दृश्येते अतो 'गुणलब्ध्योः समं फलं ग्राह्य' मित्युपपद्यते।

तथा ल × ह = भा × गु + क्षे, अत्रापि समशोधनेन

ल × ह − इ × ह = भा × गु + क्षे − इ × ह

$$\therefore \text{ल} - \text{इ} = \frac{\text{भा} \times \text{गु} + \text{क्षे} - \text{इ} \times \text{ह}}{\text{ह}} = \frac{\text{भा} \times \text{गु} + \text{क्षे}}{\text{ह}}$$

अत्र रस्तष्टे धनक्षेपे कुट्टविधेः गुणो वास्तव एव, लब्धिस्तु तक्षणलाभेन 'इ' अनेनोना जाताऽतस्तक्षणफलेन युक्ता सती वास्तवा (लब्धिः = ल) भवितुमर्हति । ऋणक्षेपे तु तक्षणफलस्यर्ण-त्वात्तेनाधिका लब्धिरायात्यतस्तक्षणफलेन वर्जिता सती वास्तवा लब्धिर्भवितुमर्हतीत्युपपन्नम् । यतः $\frac{\text{क्षे}}{\text{ह}} = \text{इ} + \frac{\text{क्षे}'}{\text{ह}}$

∴ क्षे − इ + ह = क्षे' अतोऽत्र क्षेपतक्षणलाभः = इ । इति दिक् ॥७-८॥

उदाहरणम्—

येन सङ्गुणिताः पञ्च त्रयोविंशतिसंयुताः ।
वर्जिता वा त्रिभिर्भक्ता निरग्राः स्युः स को गुणः ? ॥१॥

भा०—५ को जिस गुणक से गुनाकर १३ जोड़ या घटाकर ३ के भाग देने से निश्शेष होता है, वह गुणक कौनसा है ? ।

उत्तर— $\frac{\text{भा } ५ \pm \text{क्षे } २३}{३}$ इस पर से उक्तविधि से ऊर्ध्वाङ्क ४६ अधराङ्क २३ { यहाँ ऊर्ध्वाङ्क में ९ गुना भाज्य घटता है, परञ्च अधराङ्क में हर ७ गुना ही घटता है, अतः 'गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं" इस नियम से ७ गुनाही भाज्य को भी ऊर्ध्वाङ्क में घटाने से धन क्षेप में लब्धि ११, और गुणक २ हुआ । इनको अपने अपने तक्षण में घटाने से ऋण २३ क्षेप में लब्धि और गुणक क्रम से ६।१ हुए ।

तथा—क्षेप २३ यह हर ३ से अधिक है, अतः हर से तष्टित शेष २ क्षेप और तक्षण करने में लब्धि ७ हुई । अतः $\frac{\text{भा } ५ \pm \text{क्षे } २}{\text{ह } ३}$ इस पर से वल्ली

१
१
२
७

| अतः ऊर्ध्वाङ्क = ४
अधराङ्क = २ { ये दोनों भाज्य और हर से अल्प होने के कारण धन क्षेप में क्रम से लब्धि गुणक हुए ।

परञ्च क्षेप को हरतष्ट होने के कारण तक्षण लब्धि ७ को लब्धि ४ में जोड़ने से लब्धि ११ और गुणक वास्तव ही २ हुआ । फिर पूर्ववत् अपने अपने तक्षण में घटाने से ऋण क्षेप में लब्धि और गुणक ६।१ हुए ॥७-८॥

ग्रं० का० न्यासः—भाज्यः ५ । हारः ३ । क्षेपः २३ ।

वल्ली, १ १ २३ ० { पूर्ववज्जातं राशिद्वयम् $\frac{46}{23}$ । एतौ भाज्यहराभ्यां तष्टौ । अत्राधो राशौ २३ त्रिभिस्तष्टे सप्त लभ्यन्ते ऊर्ध्वराशौ ४६ पञ्चभिस्तष्टे नव लभ्यन्ते तत्र नव न ग्राह्याः । "गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमिति" । अतः सप्तैव ग्राह्याः । एवं जाते गुणाप्ती २ । ११ क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे इति त्रयोविंशतिशुद्धौ जाता विपरीतशोधनादवशिष्टा लब्धिः ६ । गुणः १ । इमे शुद्धौ जाते गुणाप्ती १।६ ।

इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती । धनर्णयोरन्तरमेव योग इति द्विगुणितौ स्वस्वहारौ क्षेप्यौ यथा धनलब्धिः स्यादिति कृते जाते गुणाप्ती ७।४ । एवं सर्वत्र ।

अथवा हरतष्टे धनक्षेपे इति—न्यासः । भाज्यः ५ । हारः ३ । क्षेपः २ ।

पूर्ववज्जाते गुणाप्ती २ । ४ । एते स्वहराभ्यां विशोधिते शुद्धे जाते १ । १ । एषा लब्धिः १ । क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिरिति क्षेपतक्षणलाभेन ७ युक्ता लब्धिः कार्याऽतो जातौ क्षेपजौ लब्धिगुणौ ११ । २ । शुद्धौ तु वर्जितेति जाते शुद्धिजे १ ।६ गुणाप्ती । अत्र शुद्धो न भवति तस्माद्विपरीतशोधनेन ऋणलब्धिः ६ । गुणः १ । धनलब्ध्यर्थं द्विगुणस्वहारक्षेपे क्षिप्ते सति जाते गुणाप्ती ७ । ४ ॥

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तम्—

क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्ध्येद्धरोद्धृतः ।
ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम् ॥ ९ ॥

सं०—यत्र क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपो हारोद्धृतः शुद्ध्येत् तत्र शून्यं गुणो ज्ञेयः । तथा क्षेपो हारहृतः फलं (लब्धिः) इति ज्ञेयम् ॥ ९ ॥

उप०—ल $= \frac{\text{भा} \times \text{गु} + 0}{\text{ह}}$ अत्र क्षेपाभावे गुणघ्नभाज्यस्य हरभक्तस्य निरशेषत्वाद् गुणो हरस्यापवर्त्याङ्क एव भवितुमर्हत्यतः प्रथमं गुणं शून्यं प्रकल्प्य तत् "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादिना लब्धिगुणावनेकधा ज्ञातुं शक्येते । तथा च यत्र क्षेपः = क्षे = ह × इ, तत्रापि शून्ये गुणे कल्पिते निश्शेषलब्धिः स्यादेव, यथा

$$ल = \frac{भा \times गु + क्षे}{ह} = \frac{भा \times गु + ह \times ६}{ह}$$ अत्र यदि गु = ० तदा

$$ल = \frac{क्षे}{ह} = \frac{ह \times इ}{ह} = इ$$, ∴ "क्षेपो हारहृतः फलमि" त्युपपद्यते ॥

भा०—जहाँ क्षेप नहीं हो अथवा क्षेप हरसे भक्त होने पर निश्शेष होता हो तो वहाँ गुणक ० (शून्य) समझना। तथा क्षेप में हर के भाग से जो लब्धि हो वही लब्धि होती है ॥ ३ ॥

उदाहरणम्—

येन पञ्च गुणिताः खसयुताः पञ्चषष्टिसहिताश्च तेऽथवा।
स्युस्त्रयोदशहृता निरग्रकास्तं गुणं गणक ! कीर्त्तयाशु मे ॥१॥

भा०—५ को जिस गुणक से गुना करके शून्य अथवा ६५ जोड़ कर १३ के भाग देने से निश्शेष होता है। उस गुणक को बताओ।

उत्तर—प्रथम प्रश्न $\frac{भा\ ५ + क्षे ०}{ह\ १३}$ यहाँ क्षेप अभाव होने के कारण क्रम से लब्धि और गुणक ०। ० हुए। इसमें "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस अग्रिम सूत्रानुसार क्रम से इष्ट गुणित भाज्य और हर को जोड़ने से लब्धि और गुणक ५। १३ अथवा २ इष्ट से १०। २६ एवं ३ इष्ट से १५ । २९ एवं अनन्त लब्धि और गुण सर्वत्र समझना ॥

द्वितीय प्रश्न का उत्तर— $\frac{भा\ ५ + क्षे\ ६५}{ह\ १३}$ यहाँ क्षेप में हर के भाग देने से लब्धि ५ और शेष शून्य (०) होते हैं, अतः यहाँ लब्धि ५। और गुणक ० हुआ। फिर "इष्टहतस्वस्वहरेण युक्ते" इसके अनुसार लब्धि १० और गुणक १३ अथवा लब्धि १५, गुणक २६ इत्यादि इष्ट वश अनन्त समझना।

ग्र० का० न्यासः—भाज्यः ५। हारः १३। क्षेपः० "ज्ञेयः शून्यं गुस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति" अतः क्षेपाभावे गुणाप्ती ० । ० अथवा इष्टाहत इति १३। ५। वा २६। १०।

न्यासः। भाज्यः ५। हारः १३। क्षेपः ६५। "क्षेपः शुद्धेद्धरोद्धृतः। ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति" जाते गुणाप्ती ०। ५। वा १३। १०। अथवा २६। १५। इत्यादि ॥

अथ सर्वत्र कुट्टके गुणलब्ध्योरनेकधादर्शनार्थं करणसूत्रम्—

इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती ॥

सं०—वा ते पूर्वविधिना साधिते गुणाप्ती इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते बहुधा गुणलब्धी भवेताम्, इष्टघ्नभाज्ययुता लब्धिर्लब्धिः, इष्टघ्नहरयुतो गुणो गुणो भवतीत्यर्थः ॥

भा०—'पूर्वविधि से जो गुणक और लब्धि आवे' उन में इष्ट गुणित अपने अपने तक्षण को जोड़ने से अनेक प्रकार गुणक और लब्धि होती है ॥

यथा—पूर्व प्रश्न में $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } ५}{\text{ह } १५}$ इस पर से लब्धि गुणक ६ । ५ इनमें इष्ट (१) गुणित भाज्य और हर जोड़ने से क्रमसे लब्धि और गुणक २३।२०, एवं २ इष्ट से ४० । ३५, ३ इष्ट से ५७ । ५० इत्यादि ।

उप०—$\because$ $\text{ल} \times \text{ह} = \text{भा} \times \text{गु} + \text{क्षे}$, $\therefore$ समयोः समयोगे समत्वात्

$\text{ल} \times \text{ह} + \text{भा} \times \text{ह} \times \text{इ} = \text{भा} \times \text{ह} \times \text{इ} + \text{भा} \times \text{गु} + \text{क्षे}$

$\therefore \text{ल} + \text{भा} \times \text{इ} = \frac{\text{भा} (\text{गु} + \text{ह} \times \text{इ}) + \text{क्षे}}{\text{ह}}$, इत्युपपद्यते ॥

प्र० का०—अस्योदाहरणानि दर्शितानि पूर्वमेवेति ॥

अथ स्थिरकुट्टके करणसूत्रं वृत्तम्—

क्षेपे तु रूपे यदि वा विशुद्धे स्यातां क्रमाद्ये गुणकारलब्धी ।
अभीप्सितक्षेपविशुद्धिनिघ्न्यौ स्वहारतष्टे भवतस्तयोस्ते ॥१०॥

सं०—रूपे क्षेपे (एकधनक्षेपे) यदि वा रूपमिते विशुद्धे (ऋणक्षेपे) पृथक् पृथक् ये गुणकारलब्धी स्यातां (भवेताम्) ते अभीप्सितक्षेपविशुद्धिनिघ्न्यौ (पृथक् धनक्षेप-ऋणक्षेपाभ्यां गुणिते) स्वहारतष्टे (स्वस्वहारेण शेषिते) तयोः (इष्टधनक्षेपऋणक्षेपयोः) ते (गुणलब्धी) भवतः ॥१०॥

भा०—(जहाँ क्षेप में बड़ी संख्या हो वहाँ क्रिया लाघवार्थं) १ धनक्षेप, वा १ ऋणक्षेप मानकर गुणक और लब्धि साधन करना । उनको अपने अभीष्ट क्षेप से गुना करने से क्रम से गुणक और लब्धि समझे । यदि गुणित गुण लब्धि, हर और भाज्य से अधिक हो जाय तो उस को हर और भाज्य से शेषित कर के गुणक और लब्धि जाने ।

यथा—ऊपर निर्दिष्ट उदाहरण में क्षेप ५ है वहाँ १ मानकर $\frac{\text{भा } 17 + \text{क्षे } 1}{\text{ह } 15}$

इस पर से लब्धि ८ ⎫ इनको इष्टक्षेप ५ से गुना करके क्रम से ४०।३५ हुए
गुणक ७ ⎭ इनको भाज्य और हर से तष्टित करने से क्रम से

लब्धि और गुणक ६ । ५ पूर्व तुल्य ही हुए ॥ १० ॥

उप०—अत्रोपपत्तिस्तु इष्टकर्मणैव स्फुटाऽस्ति । यथा—इष्टं रूपमितं प्रकल्प्य गुणाप्ती साध्ये, ततोऽनुपातो–यदि रूपमिते (१) क्षेपे इमे गुणाप्ती तदाऽभीष्टक्षेपे किमित्यभीप्सितक्षेपगुणिते स्वाभीप्सितक्षेपसम्बन्धिन्यौ गुणाप्ती भवेताम् , ते च यदि स्वस्वहराभ्यामधिके तदा स्वस्वहराभ्यां तष्टिते अपि ते भवितुमर्हत इत्युपपन्नम् ॥

यथा वा कल्प्यते 'क्षे' क्षेपे लब्धिः = ल, गुणः = गु, तदा

$$\text{ल} = \frac{\text{भा} \times \text{गु} \pm \text{क्षे}}{\text{ह}} \therefore \frac{\text{ल}}{\text{क्षे}} = \frac{\text{भा} \times \frac{\text{गु}}{\text{क्षे}}}{\text{ह}} \pm 1,$$ अत्र रूपक्षेपे विशुद्धौ वा

लब्धिगुणौ $\left(\frac{\text{ल}}{\text{क्षे}}, \frac{\text{गु}}{\text{क्षे}}\right)$ इमौ क्षेपगुणितावेवाऽभीष्टक्षेपभवौ भवितुमर्हत इत्युपपन्नम् ॥१०॥

ग्र०का०—प्रथमोदाहरणे दृढभाज्यहारयोः रूपक्षेपयोर्न्यासः । भाज्यः १७ । हारः १५ । क्षेपः १ । अत्र गुणाप्ती ७।८। एते त्विष्टक्षेपेण पञ्चकेन गुणिते स्वहारतष्टे च जाते ५।६। अथ रूपशुद्धौ गुणाप्ती ७।८। तक्षणाच्छुद्धे जाते गुणाप्ती ८।९। एते पञ्चगुणे स्वहारतष्टे च जाते १०। ११ एवं षष्टिविशुद्धौ । एवं सर्वत्र ॥

अस्य कुट्टकस्य ग्रहगणिते उपयोगस्तदर्थं किञ्चिदुच्यते—

कल्प्याथ शुद्धिर्विकलावशेषं षष्टिश्च भाज्यः कुदिनानि हारः ।
तज्जं फलं स्युर्विकला गुणस्तु लिप्ताग्रमस्माच्च कला लवाग्रम् ॥११॥
एवं तदूर्ध्वञ्च तथाऽधिमासावमाग्रकाभ्यां दिवसा रवीन्द्वोः ॥१२॥

(ग्रन्थकारः) ग्रहस्य विकलावशेषेण ग्रहाहर्गणयोरानयनम् । तद्यथा । तत्र षष्टिर्भाज्यः । कुदिनानि हारः । विकलावशेषं शुद्धिः (ऋणक्षेपः) इति प्रकल्प्य गुणाप्ती साध्ये तत्र लब्धिर्विकलाः स्युः । गुणस्तु कलावशेषम् ।

एवं कलावशेषं शुद्धिस्तत्र षष्टिर्भाज्यः। कुदिनानि हारः। लब्धिः कला, गुणो भागशेषम्।

भागशेषं शुद्धिः। त्रिंशद्भाज्यः। कुदिनानि हारः। फलं भागा गुणो राशिशेषम्।

एवं राशिशेषं शुद्धिः। द्वादश भाज्यः। कुदिनानि हारः। फलं गतराशयः॥ गुणो भगणशेषम्।

कल्पभगणा भाज्यः। कुदिनानि हारः। भगणशेषं शुद्धिः। फलं गतभगणाः। गुणोऽहर्गणः स्यादिति।

अस्योदाहरणानि त्रिप्रश्नाध्याये।

एवं कल्पाधिमासा भाज्यः। रविदिनानि हारः। अधिमासशेषं शुद्धिः। फलं गताधिमासा गुणो गतरविदिवसाः।

एवं युगावमानि भाज्यः। चान्द्रदिवसा हारः। अवमशेषं शुद्धिः। फलं गतावमानि। गुणो गतचान्द्रदिवसा इति॥ ११-१२॥

भा०—किसी पद्धति के अनुसार ग्रहों के युगादि पठित भगण और अभीष्ट अहर्गण के द्वारा ग्रह साधन में लब्ध गत भगण, राशि, अंशकला और विकला तक अवयव लेकर विकला शेष का परित्याग कर दिया जाता है। यदि केवल उस विकला शेष का ज्ञान हो तो युगादि कुदिन के ज्ञान से ग्रहों के भगण राश्यादि अवयव और अहर्गण का ज्ञान कुट्टक विधि से हो सकता है, वही रीति यहाँ दिखलाया गया है। जो उपपत्ति और ग्रन्थकार के गद्य को देखने से स्पष्ट है॥११-१२॥

उप०—"यथास्वभगणाभ्यस्तो दिनराशिः कुवासरैः।

विभाजितो मध्यगत्या भगणादिग्रहो भवेदि"ति, सूर्यसिद्धान्तोक्त्या—

त्रैराशिकानुपातेन $\frac{\text{ग्रभ} \times \text{अग}}{\text{कुदि०}}$, अत्र लब्धिः = ग्रभ, शेषम् = भशे।

पुनः $\frac{\text{भशे} \times १२}{\text{कुदि०}}$, अत्र लब्धिः = गतराशिः, शेषम् = राशे।

पुनः $\frac{\text{राशे} \times ३०}{\text{कुदि०}}$, अत्र लब्धिः = अंशः, शेषम् = अंशे।

पुनः $\frac{\text{अंशे} \times ६०}{\text{कुदि०}}$, अत्र लब्धिः = कलाः, शेषम् = कशे ।

पुनः $\frac{\text{कशे} \times ६०}{\text{कुदि०}}$, अत्र लब्धिः = विकलाः, शेषम् = विशे ।

अतोऽत्र निश्लेषलब्धिः = $\frac{\text{कशे} \times ६० - \text{विशे}}{\text{कुदि०}}$ = विकलाः, इत्येत उपरोक्त ग्रन्थकारोक्त्या ग्रहाहर्गणयोर्ज्ञानं सुगममेव । पश्चादत्र भाज्यहरौ दृढौ विधायैव कुट्टकः कार्य इति ॥ ११-१२ ॥

संश्लिष्टकुट्टके करणसूत्रं वृत्तम्—

एको हरश्चेद्गुणकौ विभिन्नौ तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम् ।
अग्रैक्यमग्रं कृत उक्तवद्यः संश्लिष्टसंज्ञः स्फुटकुट्टकोऽसौ ॥१३॥

सं०—हरश्चेदेक एव, तथा गुणकौ विभिन्नौ द्वौ भवेतां, ('विभिन्नौ' इत्युपलक्षणमतो विभिन्ना वा बहवो गुणा हरस्त्वेक एव) तदा गुणैक्यं भाज्यं परिकल्प्य, अग्रैक्यं (शेषयोगं) अग्रं (ऋणक्षेपं) प्रकल्प्य, उक्तवद्यः 'कुट्टकः' असौ संश्लिष्टसंज्ञः स्फुटकुट्टकः स्यात् । अत्र गुणो वास्तव एव । लब्धिस्त्ववास्तवैवायातीति ज्ञेयम् ॥ १३॥

भा०—किसी एक ही राशि के भिन्न भिन्न प्रकार के गुणक और हर एक ही हो वहाँ दोनों गुणक के योग को गुणक, और शेष योग को ऋण क्षेप कल्पना करके उक्त प्रकार से जो गुणक आवै वही अपेक्षित राशि होती है । यहाँ दो भाज्य का एक ही गुणक आता है इसलिये यह संश्लिष्ट कुट्टक कहलाता है । यहाँ लब्धि वास्तव नहीं आती है तथा उसका प्रयोजन भी नहीं होता । अपेक्षा तो गुणक का ही रहता है जिससे गुणित भाज्य हर से निश्शेष हो ॥१३॥

उप०—कल्प्यते राशिः = रा । एको गुणः = गु । द्वितीयो गुणः = गु १ । हरः = ह । तथा प्रथमशेषः = शे । द्वितीयशे = शे १ । ततः प्रश्नोक्त्या ल = $\frac{\text{रा} \times \text{गु} - \text{शे}}{\text{ह}}$ । एवं ल १ = $\frac{\text{रा} \times \text{गु } १ - \text{शे } १}{\text{ह}}$ ।

∴ अनयोर्योगे ल + ल १ = $\frac{\text{रा} \times (\text{गु} + \text{गु}) - (\text{शे} + \text{शे } १)}{\text{ह०}}$।

अत्र (गु + गु १) इमं गुणयोगं भाज्यं, तथा च (शे + शे १) इदमग्रैक्यं ऋणक्षेपं प्रकल्प्य कुट्टकविधिना गुणकः = रा, उभयप्रश्नसम्बन्धिराशिः। लब्धिस्त्वत्रोभयलब्धियोगतुल्याऽतः सा पृथक् पृथक् वास्तवलब्धितुल्या नेत्युपपन्नम् ॥१३॥

उदाहरणम्—

कः पञ्चनिघ्नो विहृतस्त्रिषष्ट्या सप्तावशेषोऽथ स एव राशिः।
दशाहतः स्याद्विहृतस्त्रिषष्ट्या चतुर्दशाग्रो वद राशिमानम् ॥ १ ॥

भा०—किस अङ्क को ५ से गुनाकर ६३ के भाग देने से ७ शेष, तथा उसी को १० से गुनाकर ६३ के भाग देने से १४ शेष होता है, उस राशि को बताओ ॥ १ ॥

उत्तर—यहाँ गुण योग को भाज्य और शेष योग को ऋणक्षेप और ६३ हर कल्पना करके $\left.\frac{\text{भा } १५ - \text{क्षे } २१}{\text{ह } ६३}\right\}$ इसमें ३ के अपवर्तन देकर दृढ़ करने से

$\left.\frac{\text{भा } ५ - \text{क्षे } ७}{\text{ह } २१}\right\}$ इस पर वल्ली ० ४ ० | इससे ऊर्ध्वाङ्क ७, अधराङ्क २८ $\}$ अतः ल = २, गुणक = ७

यह ७ गुणक धन क्षेप में हुआ अतः इसको दृढ़ हर २१ में घटाने से १४ यह ऋण क्षेप में गुणक हुआ। यही उत्तर है ॥ १ ॥

न्न० का०—अत्र गुणैक्यं १५ भाज्यः। अग्रैक्यं २१ शुद्धिः। अतः कुट्टकार्थं न्यासः। भाज्यः १५। हारः ६३। क्षेपः २१।

पूर्ववज्जातो गुणः ७। फलम् २। एतौ स्वतक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ वियोगजौ लब्धिगुणौ ३।१४ ॥

इति लीलावत्यां कुट्टकव्यवहारः।

अथ गणितपाशे निर्दिष्टाङ्कैः संख्याया विभेदे करणसूत्रम्—

स्थानान्तमेकादिचयाङ्कघातः संख्याविभेदा नियतैः स्युरङ्कैः ।
भक्तोऽङ्कमित्याङ्कसमासनिघ्नः स्थानेषु युक्तो मितिसंयुतिः स्यात् ॥

सं०—स्थानान्तं (संख्यायां यावन्ति स्थानानि तावत्पर्यन्तं) एकादिचयाङ्कघातो नियतैरङ्कैः संख्याविभेदाः स्युः । 'अथ स एकादिचयाङ्कघातः' अङ्कसमासनिघ्नः (अङ्कानां समासेन योगेन गुणितः) अङ्कमित्या भक्तः स्थानेषु युक्तो मितिसंयुतिः (मितीनां संख्याभेदानां युतिः) स्यात् ॥

भा०—संख्या के अङ्क नियत (निर्दिष्ट) हो तो संख्या में अङ्क के जितने स्थान हों उतने स्थानपर्यन्त एक आदि अङ्कों का घात संख्या के भेद होते हैं । उस भेद को अङ्कों के योग से गुना कर स्थानाङ्क संख्या के भाग देकर लब्धि का स्थान तुल्य स्थान में एक एक अङ्क बढ़ा कर रख करके योग करने से समस्त संख्या भेदों का योग होता है ।

उप०—मृगादिबन्धनार्थं निर्मितरज्जुविशेषः पाशः । अङ्कानां पाश इव पाश इत्यङ्कपाशः । संख्यास्थिताङ्कानां परस्परस्थाननिवेशनेन समुत्पन्नभेदाः पाशा इव भवन्त्यतोऽङ्कपाश इत्युच्यते ।

अतः संख्यायां यद्येकमेव स्थानं तदा तद्भेदोऽप्येक एव । कल्प्यते संख्याङ्कः = अ, तदैकस्थानसंख्याभेदः = १ ।

यदि संख्यायां स्थानद्वयं तत्र द्वितीयोऽङ्कः = क, तदास्य पूर्वाङ्कभेदपार्श्वयोः पृकक् निवेशनेन द्वौ भेदौ भवितुमर्हतः, इत्यतोऽनुपातो यदि एकाङ्कस्यैकपार्श्वे द्वितीयाङ्कनिवेशनेनैको भेदस्तदा पार्श्वद्वयनिवेशनेन किमिति स्थानद्वयसंख्याभेदौ = १ × २, यथा अक । कअ ।

यदि संख्यायां स्थानत्रयं तथा तृतीयाङ्कः = ग, तदास्य पूर्वोक्तस्थानद्वयभेदयोः प्रत्येकस्यादिमध्यान्तेषु स्थापनेन त्रयस्त्रयो भेदा भवितुमर्हन्त्यतोऽनुपातो—यद्येकभेदेन सह त्रयो भेदास्तदा पूर्वोक्तस्थानद्वयसंख्याभेदेन किमिति स्थानत्रयसंख्याभेदाः = १ × २ × ३ । एवं स्थानत्रयसंख्याभेदेषु प्रत्येकस्यादिमध्योपान्तेषु चतुर्थाङ्कस्य स्थापनेन चत्वारश्चत्वारो भेदा भवितुमर्हन्त्यतोऽनुपातो यद्येकभेदेन सह चत्वारो भेदास्तदा स्थानत्रयसंख्या भेदैः किमिति स्थानचतुष्टयसंख्याभेदाः

$= \frac{\text{स्थानत्रयभे} \times ४}{४}$ $= १ \times २ \times ३ \times ४$ इत्येवमग्रेऽप्यतः 'स्थानान्तमेकादिचया-ङ्कघातः संख्याविभेदो नियतैः स्युरङ्कै' रित्युपपद्यते ।

स्थानत्रय संख्याभेद-दर्शनं यथा—
१—अ क ग
२—क ग अ
३—ग अ क
४—अ क ग
५—क ग अ
६—ग अ क

एवमुत्पन्नभेदेष्वेकाद्यङ्कस्थानीयाऽङ्कयोगार्थं तु स्थानमितस्थाङ्कानां योगोऽङ्कयोग एवातोऽनुपातो यदि स्थानमितावङ्कयोगतुल्यो योगस्तदोक्तभेदमितौ किमित्येकस्थानीयाङ्कयोगः $= \frac{\text{संख्याभे} \times \text{अङ्कयो}}{\text{स्थानमिति}}$, एतत्तुल्य एव दशाद्यस्थानीयाङ्कयोगोऽपि, पुनः पुनस्तेषामेवाऽङ्कानां विन्यासात् । अतोऽस्यैव स्थानान्तरेण योगः सर्वभेदयोगो भवितुमर्हतीति सर्वमुपपन्नम् ॥

अत्रोद्देशकः

द्विकाष्टकाभ्यां त्रिनवाष्टकैर्वा निरन्तरं द्व्यादिनवावसानैः ।
संख्याविभेदाः कति सम्भवन्ति तत्संख्यकैक्यानि पृथग्वदाशु ॥१॥

भा०—२ और ८ से दो स्थानवाली संख्या के कितने भेद होंगे ? तथा ३।९।८ इन तीन अङ्कों से कितने भेद होंगे ? एवं २।३।४।५।६।७।८।९ इन आठ अङ्कों से संख्या के भेद क्या होंगे ? तथा पृथक् पृथक् भेदों के योग कितने कितने होंगे ? शीघ्र बताओ ।

उत्तर—प्रथम प्रश्न में दो स्थानीय अङ्क २।८ है इसलिये दो स्थान पर्यन्त १ आदि अङ्कों का घात = १ × २ = २ यह संख्या का भेद हुआ । यथा प्रथम भेद = २८ । द्वितीय भेद = ८२ इससे भिन्न भेद हो नहीं सकता है । तथा उस भेद संख्या को अङ्कों के योग (१०) से गुनाकर अङ्कमानके भाग देकर लब्धि को दो स्थान में एकान्तर करके रखकर योग करने से इस प्रकार संख्याओं का योग ११० हुआ यथा २८ + ८२ = ११० । इसी प्रकार द्वितीय तृतीय प्रश्नन के भी उत्तर ग्रन्थकार के न्यास में नीचे देखिये ।

	१०
	१०
यो =	११०

ग्रं० का—न्यासः । २।८ अत्र स्थाने २ । स्थानान्तमेकादिचयाङ्कौ १।२ ।

घातः २ । एवं जातौ संख्याभेदौ २ । अथ स एव घातोऽङ्कसमासेन १० निघ्नः २० । अङ्कमित्यानया २ भक्तः १० । स्थानद्वये युक्तो जातं संख्यैक्यम् ११० ।

द्वितीयोदाहरणे—

न्यासः । ३ । ९ । ८ अत्रैकादिचयाङ्काः १ । २ । ३ । घातः ६ । एतावन्तः संख्याभेदाः । घातः ६ अङ्कसमासा २० हतः १२० । अङ्कमित्या ३ भक्तः ४० । स्थानत्रये युक्तो जातं संख्यैक्यम् ४४४० ।

तृतीयोदाहरणे—

न्यासः । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ । एवमत्र संख्याभेदाश्चत्वारिंशत्सहस्राणि शतत्रयं विंशतिश्च ४०३२० । संख्यैक्यश्च चतुर्विंशतिनिखर्वाणि त्रिषष्टिपद्मानि नवनवतिकोटयः नवनवतिलक्षाः पञ्चसप्ततिसहस्राणि शतत्रयं षष्टिश्च २४६३९९९९७५३६० ॥

उदाहरणम्—

पाशाङ्कुशाहिडमरुककपालशूलैः खट्वाङ्गशक्तिशरचापयुतैर्भवन्ति ।
अन्योऽन्यहस्तकलितैः कति मूर्त्तिभेदाः शम्भोर्हरेरिव गदारिसरोजशङ्खैः ॥

भा०—(१) पाश, (२) अङ्कुश, (३) सर्प, (४) डमरू, (५) कपाल, (६) त्रिशूल, (७) खट्वाङ्ग, (८) शक्ति, (९) शर, (१०) धनुष इन दशो अस्त्रों को परस्पर दशों हाथ से अदल बदल कर धारण करने से श्रीमहादेव के रूप के कितने भेद होंगे ? । इसी प्रकार (१) गदा, (२) चक्र, (३) कमल, (४) शङ्ख इन चारों को चारों हाथ में अदल बदल कर रखने से विष्णु भगवान् के कितने भेद होंगे ? ।

उत्तर—यहाँ प्रथम प्रश्न में १० अस्त्र हैं अतः १ × २ × ३ × ४ × ५ × ६ ७ × ८ × ९ × १० = ३६२८८०० ये महादेव की एवं १ × २ × ३ × ४ = २४ ये विष्णु के स्वरूप की भेद संख्या हुई ।

ग्रं० का० न्यासः—स्थानानि १० । जाता मूर्तिभेदाः ३६२८८०० । एवं हरेश्च २४ ।

विशेषे करणसूत्रं वृत्तम्—

यावत् स्थानेषु तुल्याङ्कास्तद्भेदैस्तु पृथक्कृतैः ।
प्राग्भेदा विहृता भेदास्तत्संख्यैक्यश्च पूर्ववत् ॥ २ ॥

सं०—'संख्यायां' यावत्स्थानेषु तुल्याङ्का भवन्ति तद्भेदैः पृथक्कृतैः प्राग्भेदाः (पूर्वप्रकारसाधितभेदाः) विहृताः सन्तो भेदा भवति । तत्संख्यैक्यं च पूर्ववत् ('भक्तोऽङ्कमित्याङ्कसमासनिघ्न' इत्यादिवत्) ज्ञेयम् ॥ २ ॥

भा०--संख्या के जितने स्थान में तुल्य (समान) अङ्क हों उतने स्थान के पृथक् भेद बनाकर उससे पूर्व रीति से साधित समस्त भेद संख्या में भाग देने से वास्तव भेद संख्या होती, है उस संख्या का योग पूर्ववत् समझना ॥ २ ॥

उप०—संख्यायां तुल्या एवाङ्काश्चेत् तदा त्वेक एव भेदो भवितुमर्हतीति बाला अपि जानन्ति । यथा—यदि संख्यायां त्रयोऽङ्काः 'क' तुल्यास्तदा तद्भेद-स्वरूपम् = 'क क क' = १ एकमेव । अतः कतिपयेष्वपि तुल्याङ्केषु संख्याभेद एक एवेति सिद्धान्तः । अथ कल्प्यन्ते संख्यायां पञ्चाङ्काः, यत्र त्रयोऽङ्कास्तुल्याः अतः संख्यास्थानानि = ५

तदा पूर्वोक्तभे. = १ × २ × ३ × ४ × ५ = पूर्वोक्तस्थानत्रयभे. × ४ × ५ ···(१)

$$\text{अत्र तुल्याङ्कत्वात् स्थानत्रयभेदः} = १ = \frac{\text{पूर्वोक्तस्थानत्रय भे}}{\text{पूर्वोक्तस्थानत्रयभे}},$$

अनेन (१) इदं स्वरूपमुत्थाप्य जाता वास्तवभेदाः

$$= \frac{\text{पूर्वोक्तस्थानत्रयभे} \times ४ \times ५}{\text{पूर्वोक्तस्थानत्रयभे}} = \frac{१ \times २ \times ३ \times ४ \times ५}{\text{पूर्वोक्तस्थानत्रयभे}} = \frac{\text{पूर्वोक्तभे}}{\text{'पूर्वोक्तस्थानत्रयभे'}}$$

इत्युपपद्यते । संख्याङ्कयोगे तु पूर्वोक्तवासना सुगमैव ॥ २ ॥

अत्रोद्देशकः--

द्विद्व्येकभूपरिमितैः कति संख्यकाः स्यु-
स्तासां युतिश्च गणकाशु मम प्रचक्ष्व ।
अम्भोधिकुम्भिशरभूतशरैस्तथाङ्कै-
श्चेदङ्कपाशमितियुक्तिविशारदोऽसि ॥ १ ॥

भा०--(चार स्थान की संख्या में) २।२।१।१ ये चार अंक हैं तो कितनी संख्या बन सकती है, तथा उनका योग भी हे गणक! मुझे शीघ्र बताओ।

तथा ४ । ८ । ५ । ५ । ५ इन पाँचों अंक से पाँच स्थानवाली संख्या के कितने भेद होंगे तथा उनका योग भी बताओ, यदि तुम अङ्कपाश के गणित में चतुर हो ।

उत्तर– प्रथम प्रश्न (२।२।१।१) में दो स्थान में तुल्य २।२ और दो स्थान में तुल्य १।१ है, अतः पूर्वयुक्ति से दो स्थान के भेद १ × २ = २ । फिर भी दो स्थान के भेद १ × २ = २ इनके योग ४ से पूर्वोक्त समस्त भेद (१ × २ × ३ × ४ = २४) में भाग देने से २४ ÷ ४ = ६ ये वास्तव भेदकी संख्या हुई । नीचे ग्रन्थकार के न्यास में स्वरूप देखिये ।

द्वितीय प्रश्न (४।८।५।५।५) इन पाँच स्थान की संख्या में तीन अङ्क तुल्य हैं, अतः तीन स्थान के भेद १ × २ × ३ = ६ से पूर्वोक्त समस्त भेद १ × २ × ३ × ४ × ५ = १२० में भाग देने से १२० ÷ ६ = २० ये वास्तव भेद संख्या हुई, स्वरूप नीचे ग्रन्थकार के न्यास में देखिये ।

प्रथम प्रश्न की संख्याओं के योग जानने के लिये भेद संख्या ६ को अंकों के योग (२ × २ × १ + १ = ६) से गुनाकर ३६ इसमें अंक के मान ४ से भाग देने से लब्धि ९ को चार स्थान में स्थानान्तरित कर जोड़ने से संख्याओं का योग = ९९९९ हुए ।

एवं द्वितीय उदाहरण $\frac{२० \times २७}{५}$ = १०८ इसको ५ स्थान में स्थानान्तरित करके योग करने से संख्यायोग ११९९९८८ हुआ ।

ग्रं० का० न्यासः—२।२।१।१ अत्र प्राग्वद्भेदाः २४ । यावत् स्थानेषु तुल्याङ्का इति । अथैवं प्रथमं तावत् स्थानद्वये तुल्यौ । प्राग्वत् स्थानद्वयाज्जातौ भेदौ २ । पुनरन्यत्रापि स्थानद्वये तुल्यौ । तत्राप्येवं भेदौ २ । भेदाभ्यां, प्राग्भेदाः २४ भक्ता जाता भेदाः ६ । तद्यथा २२११ । २१२१ । १२१२ । १२२१ । ११२२ । पूर्ववत्संख्यैक्यञ्च ९९९९ ।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः ४ । ८ । ५ । ५ । ५ । अत्रापि पूर्ववद्भेदाः १२० । स्थानत्रयोत्थभेदै ६ र्भक्ता जाताः २० । तद्यथा—

४ ८ ५ ५ ५ । ८ ४ ५ ५ ५ । ५ ४ ८ ५ ५ ।
५ ८ ४ ५ ५ । ५ ५ ४ ८ ५ । ५ ५ ८ ४ ५ ।
५ ५ ५ ४ ८ । ५ ५ ५ ८ ४ । ४ ५ ८ ५ ५ ।
४ ५ ५ ८ ५ । ४ ५ ५ ५ ८ । ८ ५ ४ ५ ५ ।
८ ५ ५ ४ ५ । ८ ५ ५ ५ ४ । ५ ४ ५ ८ ५ ।
५ ८ ५ ४ ५ । ५ ५ ४ ५ ८ । ५ ५ ८ ५ ४ ।
५ ४ ५ ५ ८ । ५ ८ ५ ५ ४ । एवं विंशतिः ।

अथ संख्यैक्यञ्च ११९९९८८ ॥

अनियतांकैरतुल्यैश्च विभेदे करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

स्थानान्तमेकापचितान्तिमाङ्कघातोऽसमाङ्कैश्च मितिप्रभेदाः ।

सं०—असमाङ्कैः (अतुल्याङ्कैरनियताङ्कैश्च) स्थानान्तं (स्थानपर्यन्तं) एकापचितान्तिमाङ्कघातः (एकापचयेन स्थापितानामन्तिमाङ्कानां घातः) मितिप्रभेदाः (संख्याभेदाः) भवन्ति ॥

भा०—जहाँ अनियत और अतुल्य अंक हों वहाँ स्थान पर्यन्त ९ से आरम्भ करके १ घटाकर अङ्कों की घात संख्या का भेद मान होता है ।

उप०—अङ्कानां नवमितत्वादन्तिमाङ्कः (अन्ते भवोऽन्तिमः स चाऽसावङ्कश्चेत्यन्तिमाङ्कः) = ९ । यदि संख्यायां स्थानमेकमेव, तदाऽङ्कस्याऽनियतत्वात् नवभिरङ्कैर्नव भेदा भवितुमर्हन्ति ।

अतोऽनियताङ्कैरेकस्थानभेदाः = ९ = अन्तिमाङ्कतुल्याः = अं ।

यदि संख्यायां स्थानद्वयं तदा पूर्वोक्तैकस्थानभेदेषु प्रत्येकभेदेषु स्वातिरिताङ्कनिवेशनेन रूपोनान्तिमाङ्कतुल्या भेदा भवितुमर्हन्त्यतोऽनुपातो यद्येकभेदे रूपो नान्तिमाङ्कतुल्यभेदास्तदा सर्वभेदेषु (अन्तिमाङ्कमितेषु) किमिति स्थानद्वयसंख्याभेदाः = $\frac{\text{अं} \times (\text{अं} - १)}{१}$

यदि च संख्यायां स्थानत्रयम्, तदा स्थानद्वयाङ्कभेदेषु प्रतिभेदेषु स्वाङ्कद्वयातिरिक्ताङ्कनिवेशनेन द्व्यूनान्तिमाङ्कतुल्या भेदा भवितुमर्हन्ति, अङ्कानां नव-

मितत्वात्, अतोऽनुपातो यदि स्थानद्वयभेदेष्वेकभेदेन सह द्व्यूनान्तिमाङ्क-तुल्यभेदास्तदा सर्वेषु स्थानद्वयभेदेषु किमिति स्थानत्रयसंख्याभेदाः

$$= \frac{\text{स्थानद्वयसंभे} \times (\text{अं} - २)}{१} = \text{अं} \times (\text{अं} - १) \times (\text{अं} - २)$$

$= ९ \times ८ \times ७ ......$। एवमग्रेऽपीत्युपपन्नम् ॥

उदाहरण—

स्थानषट्कस्थितैरङ्कैरन्योन्यं खेन वर्जितैः ।
कति संख्याविभेदाः स्युर्यदि वेत्सि निगद्यताम् ॥१॥

भा०—शून्य से अतिरिक्त अन्य छः अंकों की संख्या के भेद कितने होंगे ? यदि तुम जानते हो तो बताओ ।

उत्तर यहाँ संख्या में स्थान ६ हैं, अतः सूत्रानुसार संख्या भेद=९ × ८ × ७ × ६ × ५ × ४ = ६०४८० हुए ।

वि०—इस प्रकार में संख्याओं के योग लाने का प्रकार नहीं है ।

ग्रं० का० न्यासः-अत्राऽन्तिमाङ्को नव ९ । अत्रान्त्याङ्कस्य यावत् स्थानमेकापचितेन न्यासः । ९।८।७।६।५।४ एषां घातो जाताः संख्याभेदाः ६०४८० ॥

अन्यत्करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकस्थानान्तमेकापचितं विभक्तम् ॥३॥
रूपादिभिस्तन्निहतेः समाः स्युः संख्याविभेदा नियतेऽङ्कयोगे ।
नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे कथितं तु वेद्यम् ॥४॥
संक्षिप्तमुक्तं पृथुताभयेन नान्तोऽस्ति यस्माद्गणितार्णवस्य ।

सं०—अङ्कयोगे नियते सति, अङ्कैक्यं निरेकं कार्यम्, तच्च निरेकस्थानान्तं एकापचितं स्थाप्यम्, 'तत् क्रमेण' रूपादिभिः (एकाद्येकोत्तराङ्कैः) विभक्तं तन्निहतेः (तद्घातस्य) समाः संख्याविभेदाः स्युः । एवं कथितं तु नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे सति वेद्यम् । ततोऽधिकेऽङ्कयोगे त्वन्यथाऽऽनयनं भवितुमर्हतीत्यर्थः । अतोऽत्र मया पृथुताभयेन संक्षिप्तमेवोक्तम्, यतो गणितार्णवस्यान्तो नास्ति ॥ ३-४ ॥

भा०—जहाँ संख्या के अङ्कों का योग निर्दिष्ट हो वहाँ अङ्कयोग में १ घटाकर शेष को निरेक स्थान पर्यन्त एक-एक घटाकर रखै फिर उनमें १ आदि अङ्कों का भाग देकर उनका घात करै वही (गुणनफल) संख्या के भेद होते हैं। यहाँ यह भी ध्यान रखना कि स्थान संख्या में ९ जोड़ने से जो अङ्क हो उससे कम ही निर्दिष्ट अङ्क योग होना चाहिये। यह (गणित) विस्तर भय से मैंने संक्षेप में कहा है। क्योंकि गणित समुद्र का अन्त नहीं है ॥ ३–४ ॥

उप०—यत्र संख्यायां स्थानमानं द्व्यादिमितं तत्रैवास्य सूत्रस्य प्रवृत्तिः। तथा स्थानाङ्कयोगस्तु स्थानमितेरल्पो न भवितुमर्हतीति तावत् प्रसिद्धमेव। यदि शून्यवर्जितसंख्यायां स्थानद्वयम्। तथाऽङ्कयोगः = २।

तदा संख्याभेदः = १, यथा—(११) इतोऽन्या संख्या नैव भवितुमर्हति।

यद्यङ्कयोगः = ३ तदा संख्याभे = २, यथा १२, २१।

यदि चाङ्कयोगः = ४ तदा संख्याभे = ३, यथा १३, ३१, २२, इत्येवं संख्यायां स्थानद्वये एकोनयोगतुल्याः संख्याभेदाः = अंयो–१, इति सिद्ध्यति।

एवं च स्थानत्रये यद्यङ्कयो = ३, तदा संख्याभे = १,
यथा—(१११) इति। यदि अंयो = ४, तदा संख्याभे = ३,
यथा—११२, १२१, २११ इति। यदि अंयो = ५, तदा संभे = ६,
यथा—११३, १३१, ३११, १२२, २२१। इत्याद्यग्रेऽपि।

अतः सख्यायां स्थानत्रये द्व्यूनाङ्कयोगस्य सङ्कलिततुल्या भेदा जायन्तेऽतस्तत्स्वरूपज्ञानार्थं पद = अंयो – २, ततः "सैकपदघ्नपदार्ध"मित्यादिना

$$\text{संख्याभे} = \frac{(\text{अंयो} - १)}{१} \times \frac{(\text{अंयो} - २)}{२} \ldots\ldots ।$$

यदि संख्यायां स्थानचतुष्टयम्, तथाऽङ्कयो = ४ तदा संभे = १, यथा (११११), यदि अंयो = ५ तदा संभे = ४, यथा १११२, ११२१, १२११, २१११, एवं यदि अंयो = ६ तदा संभे = १०। एवमत्र स्थानचतुष्टये त्र्यूनाङ्कयोगस्य सङ्कलितैक्यतुल्या भेदा दृश्यन्तेऽतोऽत्र पदम् = अंयो – ३, ततः "सैकपदघ्नपदार्ध" मित्यादिना तथा "सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी" त्यादिना च संख्याभे

$= \frac{(\text{अंयो}-३)}{१} \times \frac{(\text{अंयो}-२)}{२} \times \frac{(\text{अंयो}-१)}{३} = \frac{(\text{अंयो}-१)}{१} \times \frac{(\text{अंयो}-२)}{२} \times \frac{(\text{अंयो}-३)}{३}$

एवमग्रेऽप्यतः—"निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकस्थानान्तमेकापचितं विभक्त" मित्यादि नियतेऽङ्कयोगे संख्याभेदानयनमुपपद्यते।

तथा चाङ्केषु परमाल्पाङ्कः=१=आद्याङ्कः। परमाधिकाङ्कः=९=अन्तिमाङ्कः। अतः सर्वासु संख्यासु परमाल्पाङ्कयोगः = स्थानसंख्या। तत्रैकस्थाने द्व्याङ्कनिवेशनेन ये संख्याभेदास्तेषु

परमाधिकाङ्कयोगः = ९ + स्थानसंख्या — १।

अतः परमाधिकाङ्कयोगः < ६ + स्थानसंख्या। अतो "नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे कथितं तु वेद्यमिति" सर्वमुपपन्नम्॥ ३—४॥

उदाहरणम् —

पञ्चस्थानस्थितैरङ्कैर्यद्योगस्त्रयोदश।
कतिभेदा भवेत्संख्या यदि वेत्सि निगद्यताम्॥ १॥

सं०—कति (कियन्तो) भेदा विद्यन्ते यस्याः सा कतिभेदा संख्येत्येकवचनान्तम्॥ १॥

भा०— ५ स्थान की संख्या है, जिनके अङ्कों का योग १३ है उनके कितने भेद होंगे? यदि तुम जानते हो तो बताओ।

उत्तर—यहाँ स्थान ५। और अङ्क योग १३ है अतः सूत्रानुसार संख्या भेद $\frac{१२}{१} \times \frac{११}{२} \times \frac{१०}{३} \times \frac{९}{४}$ = ४९५ हुए॥ १॥

ग्रं० का० न्यासः—अत्राङ्कैक्यम् १३ निरेकम् १२। एतन्निरेकस्थानान्तमेकादिभिश्च भक्तं जातम् $\frac{१२}{१}\ \frac{११}{२}\ \frac{१०}{३}\ \frac{९}{४}$। एषां घातसमा जाता संख्याभेदाः ४९५॥ १॥

इति लीलावत्यामङ्कपाशः।

अथ ग्रन्थालङ्करणम्—

न गुणो न हरो न कृतिर्न घनः पृष्टस्तथापि दुष्टानाम् ।
गर्वितगणकबटूनां स्यात्पातोऽवश्यमङ्कपाशेऽस्मिन् ॥१॥

भा०—इस अङ्कपाश में न तो गुणक है, न भाजक है, न वर्ग है, न घन है, तथापि अभिमानी परदपद्वोष्टा अल्पमति गणीतज्ञों (ज्यौतिषियों) को इसके प्रश्न पूछने पर अवश्य ही मस्तक नीचे झुक जाता है ॥ १ ॥

येषां सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी, शुद्धाखिलव्यवहृतिः खलु कण्ठसक्ता
लीलावतीह सरसोक्तिमुदाहरन्ती, तेषां सदैव सुखसम्पदुपैति वृद्धिम्

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते सिद्धान्तशिरोमणौ लीलावतीसंज्ञः
पाठ्यध्यायः सम्पूर्णः ।
लीलावत्या वृत्तसंख्या ॥ १६६ ॥

—०—

सं०—येषां (अध्येतृवर्गाणां) सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी (सुजातिः भागप्रभागजात्यादिः, गुणः गुणकर्मादिः-वर्गः समद्विघातादिस्तैर्विभूषितमङ्गं यस्याः सः तथोक्ता) शुद्धाखिलव्यवहृतिः (शुद्धा अखिला व्यवहृतयो मिश्र-श्रेणीक्षेत्रादिव्यवहारा यस्यां सा) सरसोक्तिं उदाहरन्ती कथयन्ती, इयं लीलावती (एतदाख्या गणितपाटी) कण्ठशक्ता (कण्ठस्था) भवति, तेषां खलु (निश्चयेन) सुखसम्पत् सदैव वृद्धिमुपैति (उपचयं प्रयाति)।

नायिकापक्षे—येषां (गृहस्थानां यूनां) सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी (सुजातिः सत्कुलादिः, गुणः सुशीलादिस्तेषां वर्गेण समूहेन विभूषितमङ्गं यस्याः सा), शुद्धाखिलव्यवहृतिः) शुद्धा अखिला व्यवहृतयः व्यवहाराः कार्याणि यस्याः सा) सरसोक्तिं (रसमयीं सुमधुरां वाणीं) उदाहरन्ती (लपन्ती) लीलावती (हास्यविलासरतिक्रीडादिज्ञानवती) कण्ठशक्ता (हृदयसङ्गता प्रियतमा भार्या) भवति तेषां सदैव सुखसम्पत् वृद्धिमुपैति ॥२॥

भा०—भाग जाति प्रभाग जाति, गुण कर्म, वर्ग कर्म आदि स्पष्टगणित से भूषित है अङ्ग जिसका, शुद्ध है समस्त व्यवहार (श्रेढ़ी आदि व्यवहार)

जिसमें सरस वाणीको कहती हुई यह लीलावती जिन छात्रों को कण्ठस्थ होती है उनकी सुख सम्पत्ति सर्वदा बढ़ती रहती है।

नायिकापक्ष में—सुजाति (सत्कुलादि), गुणा (शील, सुबुद्धि आदि) के समूह से विभूषित है अङ्ग जिसका शुद्ध है सब व्यवहार (कृत्य) जिसका, सरस कोमल और प्रिय) वाणी को कहनेवाली लीला (हास्य, विलास रति क्रीडादि) को जाननेवाली जिनकी कण्ठलग्ना अर्थात् प्रियतमा भार्यां होती है उनकी सुखसम्पत्ति सदा ही बढ़ती ही रहती है ॥ २ ॥

टीकाकारस्य संक्षिप्तपरिचयः—

जननी जानकी यस्य जनिश्च मिथिलाभुवि।
तातो 'बछरनः' ख्यातो भ्राता रामप्रसादकः॥
काश्यां पाठयता तेन श्रीसीतारामशर्मणा।
कृता वेदाङ्कनन्देन्दुतुल्ये विक्रमवत्सरे॥
पाठ्याः सद्गणितस्याऽस्याः सार्थाः सूत्रोपपत्तयः।
भवन्त्वध्येतृवर्गाणां ताश्च सर्वार्थसिद्धिदाः॥

इति लीलावत्याः सोपपत्तिसूत्रार्थप्रकाशिका
समाप्ता। शुभम्॥

—०—

पुस्तकप्राप्तिस्थानम्—
मास्टर खेलाड़ीलाल ऐण्ड सन्स,
संस्कृत-बुकडिपो,
कचौड़ीगली, वाराणसी-१

केवल टाइटिल मास्टर प्रिंटिङ्ग वर्क्स काशी में मुद्रित